BHS III 39

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke
Aktiengesellschaft
Bibliothek
Gruppe: III
B Nr. 39

Theoretisch-praktische Anleitung

zur Berechnung der

gebräuchlichsten Maschinen.

Für

Berg- und Hüttenleute, Architekten, Artilleristen, Maschinenbauer und Techniker überhaupt.

Von

Migout und Bergery

Professoren zu Metz.

Deutsch herausgegeben

von

Dr. C. H. Schnuse

und

W. Kornhardt.

Mit 6 Figurentafeln.

Braunschweig,

Verlag von G. C. E. Meyer sen.

1845

BIBLIOTHEK DER K. BAYERISCHEN BERGWESENS ADMINISTRATION

Gemeinfaßliche praktische Anleitung

zur Berechnung der

Berg- und Hüttenleute, Architekten, Artilleristen, Maschinenbauer und Techniker überhaupt.

Von

Wiegand und Berger

Professoren an Mcg.

Sechste

von

Dr. G. H. Schmitz

und

W. Bornhardt.

Mit 6 Figurentafeln.

Bayerische Staatsbibliothek München

Vorwort des Uebersetzers.

Die Tendenz des gegenwärtigen Werkes wird durch den Titel desselben genügend angedeutet, und wir glauben annehmen zu dürfen, daß es wissenschaftlich gebildeten Praktikern nicht unwillkommen sein wird, da es die Berechnung der am häufigsten vorkommenden Maschinen auf eine ebenso einfache und bündige, als gründliche Weise lehrt und durch Zahlenbeispiele erläutert. Aber auch diejenigen Praktiker, welche mit der mathematischen Analyses nicht in dem Maße vertraut sind, wie sie hier vorausgesetzt wird, und ohne welche eine wahrhaft gründliche und einfache Entwickelung der Grundformeln nicht möglich ist, können sich des vorliegenden Werkes mit Nutzen bedienen, wenn sie auf die Ableitung der Formeln verzichten und sich blos an die Endresultate und die dieselben erläuternden Zahlenbeispiele halten, zu deren Verständniß durchaus weiter nichts, als die Kenntniß der ersten Grundlehren der Arithmetik und Algebra erfordert wird. Bemerken wollen wir schließlich noch, daß die Verfasser der Poncelet'schen Schule angehören.

Dr. S.

Inhaltsverzeichniß.

Seite

Vorerinnerung 3

Maschinen, welche durch Menschen bewegt werden.

Ermüdung lebender Metoren 4
Zugmaschinen 9
Kurbelwelle 9
Tretrad 20
Spillrad 26
Laufrad 26
Hebelwelle 27
Radwelle mit Kurbelstange 33
Erdwinde 38
Feste Rolle 45
Bewegliche Rolle 47
Flaschen und Flaschenzüge 51
Artilleriehebezeug 57
Hebezeug der Architekten 62
Winden 69
Krähne 72
Maschinen mit Schrauben 77
Schrauben mit vierkantigem oder quadratischem Gewinde . 78
Schrauben mit dreikantigem Gewinde 86
Schraubenpressen 111
Hydraulische Pressen 422

Stoßmaschinen.

Hämmer 93
Rammen 97
Schraubenbalancier 102

Durchschnitte oder Schneidewerkzeuge 111
Winkel der Schneide 112
Einfache Durchschnitte 113
Drehende Durchschnitte 116
Blechscheeren 123
Durchschläge oder Durchstöße 125

Seite

Maſchinen, welche durch Pferde bewegt werden.
Pferdegöpel 126
Drehbank mit Pferdegöpel 128
Doppeltwirkende Drehbank 131
Durch einen Göpel bewegte Bohrmaſchine 136

Maſchinen, welche durch das Waſſer bewegt werden.
Bewegende Kraft des Waſſers 137
Waſſerquantum (Ausflußmenge) 137
Waſſerquantum bei Ueberfällen 138
= = Seitenöffnungen 139
= = Schleuſenſchützen 142
= = Anſatzröhren 142
= = Gerinnen 143
= = freien Flüſſen 147
Geſchwindigkeiten des Waſſers 147
Geſchwindigkeiten bei den Ueberfällen 147
= = = Seitenöffnungen 148
= = = Gerinnen 149
= außerhalb der Gerinne 152
= in den Sammelkäſten 155
= des Waſſers in Flußbetten 159
Kraft des bewegenden Waſſers 163

Waſſerräder 169
Unterſchlächtige Waſſerräder mit ebenen Schaufeln 169
= = = krummen Schaufeln 176
Freihängende Räder 181
Mittelſchlächtige oder rückenſchlächtige Waſſerräder 184
Oberſchlächtige Waſſerräder 191
Turbinen 202
Danaiden 211
Vergleichung der Waſſerräder 218

Arbeitsmaſchinen 220
Durch Waſſer bewegte Hämmer 220
Schwanzhammer 221
Große Hämmer 232
Schwungräder 239
Pulvermühlen 245
Pochwerke 254
Sägemühlen 255
Sägen 255
Sägemühle mit ebenem Schnitte und geraden Sägen . . . 256
= = = = = einer Säge ohne Ende . 294
= = = = = einer runden Säge . . 294
= = krummen Schnitte und geraden Sägen . . 296

Gebläſemaſchinen 299
Bewegung der Luft 300
Saugende Gebläſemaſchinen 311
Einfachwirkender Blaſebalg 311
Doppeltwirkender Blaſebalg 312
Tonnengebläſe 313
Kaſtengebläſe 313
Cylindergebläſe 314

	Seite
Aufstellung der Gebläse	324
Transportirende Gebläse	330
Wassersäulengebläse	330
Paternostergebläse	335
Dampfmaschinen.	
Wattsche Dampfmaschinen	345
Wolffsche Dampfmaschinen	346
Locomotivmaschinen	348
Oefen	348
Kessel	350
Dimensionen der Kessel	351
Sicherheitsventile	354
Indicator	355
Manometer	356
Speisevorrichtungen	359
Ventile	360
Klappen	361
Register	362
Durchbrochene Scheiben	363
Hähne	363
Conische Ventile	365
Sphärische Ventile	367
Schieber mit prismatischer Leitung	367
Schieber mit cylindrischer Leitung	369
Bewegung der Ventile	369
Hebelvorrichtungen	370
Kreisförmiges Excentrix	371
Dreieckiges Excentrix	373
Drehende Daumen	373
Oscillirende Daumen	375
Kolben	376
Hanfkolben	376
Metallkolben	377
Vergleichung der Kolben	378
Bewegungsvorrichtungen der Kolben	379
Mechanismus mit Rollen	379
= = Gegenlenker	380
= = Parallelogramm	385
Stopfbüchsen der Kolbenstangen	386
Stopfbüchsen mit Lederliderung	386
= = Hanfliderung	386
= = Mettalliderung	387
Moderator	387
Condensator	394
Druck des Kolbens	395
Injectionswasser	396
Niveau in dem Behälter	398
Speisungswasser	399
Anfang der Bewegung	400
Leistung der Dampfmaschinen	401
Leistung der Maschinen ohne Expansion	402
= = = mit Expansion	405
= = = mit zwei Cylindern	408
Vergleichung der Dampfmaschinen	413

	Seite
Beobachtungsmaschinen.	
Ballistisches Pendel	414
Prony'scher Zaum	419
Tafel der statischen Arbeit	428
= der Leistung beim Steigen	429
= Leistung beim Ziehen	429
= der Reibung nach der Ruhe	430
= der Reibung bei der Bewegung	431
= der Reibung der Zapfen	432
= der Steifigkeit der weißen Seile	433
= = = getheerten Seile	433
= der Coefficienten zweier rechtwinklich wirkender Kräfte	434

Theoretisch-practische Anleitung

zur

Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen.

Vorerinnerung.

Man kann die Maschinen auf zwei verschiedene Arten behandeln. Die eine, rein theoretische Behandlungsweise besteht darin, daß man nach den Principien der rationellen Mechanik für den Fall der Bewegung alle Nebenwiderstände berechnet und dann ausdrückt, daß zwischen diesen Nebenwiderständen, dem Hauptwiderstande und der Kraft das Gleichgewicht stattfindet, wenn die Maschine einmal einen regelmäßigen Gang angenommen hat. Vermittelst der auf diese Weise erhaltenen Gleichungen kann man alsdann die Größe der Leistung oder Wirkung bestimmen, welche zur Verrichtung einer gegebenen Arbeit erforderlich ist, oder die Quantität Arbeit, welche man durch Anwendung einer bekannten bewegenden Kraft erhalten kann.

Die zweite Methode oder Behandlungsweise ist gewissermaßen eine gemischte, indem man dabei zwar theoretische Formeln anwendet, aber sich auch der Erfahrungsdata bedient, wo diese Erfahrungsdata die Nutzeffecte sind, welche die bewegenden Kräfte oder Motoren vermittelst ähnlicher Maschinen, wie die zu berechnenden, hervorbringen. Man abstrahirt alsdann von den Nebenwiderständen und drückt blos aus, daß zwischen dem Hauptwiderstande und dem Theile der bewegenden Kraft, welcher den Nutzeffect hervorbringt, das Gleichgewicht stattfindet. Dadurch erhält man eine Gleichung, vermittelst welcher man die zur Verrichtung einer gegebenen Arbeit erforderliche bewegende Kraft, oder die einer bekannten bewegenden Kraft entsprechenden Quantität Arbeit bestimmen kann.

Von diesen beiden Methoden ist die erste unstreitig die gelehrteste nnd unumgänglich nothwendig, wenn es sich um die Berechnung einer neuen oder einer solchen Maschine handelt, für welche die Erfahrung noch keine Data an die Hand gegeben hat. Allein diese Methode ist in der Wirklichkeit nur eine Näherungsmethode; denn die Nebenwiderstände lassen sich nicht mit völliger Genauigkeit bestimmen und die Zahlenwerthe, welche man in die Formeln einführen muß, werden durch Beobachtungen erhalten und die Versuche über die Reibungen und die Steifigkeit der Seile werden gewöhnlich unter Umständen angestellt, welche von denen des gerade vorliegenden Falles verschieden sind. Der Unterschied, welcher zwischen diesen von verschiedenen Schriftstellern angegebenen Zahlen stattfindet, zeigt, daß sie nicht sehr genau sind, oder nur für einen einzigen besondern Fall die erforderliche Genauigkeit haben.

Die zweite Methode muß folglich zu ebenso zuverlässigen Resultaten führen, als die erste und sie gewährt außerdem den Vortheil, daß man nur wenige einfache Rechnungen zu verrichten hat. Wir werden jedoch beide Methoden auf jede der betrachteten Maschinen anwenden, wenigstens wenn der Nutzeffect bekannt ist, welchen die Maschine hervorbringen kann. Hierdurch erhalten wir die Mittel zur Vergleichung der Resultate und zur Bestimmung der zu treffenden Wahl.

Maschinen, welche durch Menschen bewegt werden.

Wir wollen zunächst die durch Menschen bewegten Maschinen betrachten und dieselben in drei Klassen theilen, nämlich in Zugmaschinen, Stoßmaschinen und Schneidemaschinen. Bei allen diesen Maschinen erfahren die sie bewegenden Menschen eine gewisse Ermüdung oder Anstrengung, welche von der Quantität der hervorgebrachten Wirkung abhängt; allein es haben auch andre Ursachen Einfluß darauf, welche man daher kennen muß, um sie soviel als möglich zu beseitigen oder zu vermindern.

Ermüdung lebender Motoren.

§. 1. Man wendet in den Künsten und Gewerben häufig lebende Motoren an, obgleich die Quantität der Wirkung oder Leistung, welche sie hervorbringen im Allgemeinen kostspieliger ist, als die lebloser Mororen. Der Grund, weshalb man die belebten Motoren den unbelebten so oft vorzieht, liegt darin, daß sie sich so leicht von einem Orte zum andern bewegen, die Art ihrer Wirkung und selbst die Natur ihrer Arbeit verändern können.

Ein belebter Beweger kann nur dadurch auf einen Receptor wirken, daß er gegen einen gewissen Theil desselben einen Druck ausübt, woraus gegen einen Theil des Körpers des Bewegers ein gleicher und entgegengesetzter Druck ausgeübt wird und folglich ein desto empfindlicherer unangenehmer Eindruck oder Schmerz entsteht, je kleiner die Anzahl der Berührungspunkte ist. Der Theil des Receptors, auf welchen der Beweger unmittelbar wirkt, muß folglich die möglichst größte Ausdehnung haben und in gewissen Fällen auch mit einer elastischen und weichen Substanz versehen sein, welche die Berührung für den lebenden Beweger weniger empfindlich macht.

Die unangenehme Empfindung, welche für einen belebten Beweger aus dem von ihm gegen den Receptor der Maschine ausgeübten Drucke entspringt, nimmt mit der Dauer zu und kann wegen der fortwährenden Spannung aller Muskeln unerträglich werden. Ein solcher Beweger kann daher sehr ermüdet und abgespannt werden, ohne irgend eine Nutzleistung hervorzubringen, und derselbe muß

auch nur selten dazu angewandt werden, eine Maschine im Gleichgewichte zu erhalten. Ein lebender Beweget wird sogar ermüdet, wenn er sich leer fortbewegt, ohne eine Druck- oder Zugkraft auszuüben oder zu erleiden, und dieses kommt daher, daß sein Körper wie eine Maschine betrachtet werden muß, welche, wenn sie sich auch ganz leer bewegt, doch die aus der Verbindung ihrer Bestandtheile entspringenden Nebenwiderstände überwinden muß.

§. 2. So oft ein sich bewegender belebter Beweger in einer auf der Richtung seiner Bewegung senkrechten Richtung einen Druck ausübt, erfährt derselbe, wie in jedem anderen Falle, zwei Arten von Anstrengungen oder Ermüdungen, wovon die eine von der Bewegung und die andere von dem ausgeübten Drucke herrührt; aber es wird dadurch keine Quantität Arbeit, Wirkung oder Leistung hervorgebracht. In einem solchen Falle befindet sich ein Mensch, welcher das Herabgleiten eines Fuhrwerkes von einer schiefen Ebene verhindern soll, welches sich auf dieser Ebene in dem Sinne der Axe fortbewegt.

§. 3. Wenn ein belebter Beweger, indem er sich fortbewegt, in einer gegen die Richtung seiner Bewegung schiefen Richtung eine Kraft ausübt, so hängt seine Anstrengung oder Ermüdung von der Linie ab, welche der Angriffspunct durchläuft. Wenn z. B. zwei Menschen an den Seilen BC, BD (Figur 1), wovon jedes mit der Verlängerung des Seiles AB einen Winkel θ bildet, einen Körper A gleich stark ziehen, so werden die Spannungen der Seile und der Widerstand R, sobald die Bewegung gleichförmig geworden ist, durch die Seiten des gleichschenkligen Dreieckes Bce ausgedrückt, und man hat die Proportion:

$Bc:Be = \sin Bec : \sin Bce$, oder $Bc:Be = \sin\theta : \sin 2\theta$,

woraus folgt:

$$Bc = R\,\frac{\sin\theta}{\sin 2\theta} = R.\frac{\sin\theta}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{R}{2\cos\theta},$$

wodurch die Kraft ausgedrückt wird, welche jeder Mensch nach der Richtung des Seiles, woran er zieht, ausüben muß.

Wenn sich nun beide Motoren nach den zu AB parallelen Richtungen CC', DD', fortbewegen, wie bei dem Schiffziehen, so hat die Spannung Bc oder Cc' zwei constante Componenten, die eine $Cc'\cos\theta = \frac{R}{2}$ in der Richtung CC', die andere $Cc'\sin\theta = \frac{R\,\mathrm{tang}\,\theta}{2}$ in der Richtung CC'', und wenn man den Weg $BE = l$ setzt, so findet man, daß jeder der beiden Menschen, um den Widerstand längs dieses Weges fortzubewegen, eine Leistung $= \frac{lR}{2}$ ausüben muß, wie wenn er diesen Weg durchliefe; aber zugleich muß derselbe nach einer senkrechten Richtung eine Kraft $= \frac{R\,\mathrm{tang}\,\theta}{2}$ ausüben, um zu verhindern, daß sich der Angriffspunkt C oder D der Richtung BE nähert.

Wenn sich die Beweger nach den auf den frühern Richtungen senkrechten Richtungen CC'', DD'', bewegen, so zerlegt sich die Spannung $Cc' = \frac{R}{2\cos\vartheta}$ wie vorhin, so daß jeder der beiden Menschen parallel zu CC' eine constante Kraft $= \frac{R}{2}$ ausüben muß, um zu verhindern, daß der Angriffspunkt C oder D die Linie $C''D''$ verläßt, und außerdem eine Kraft $= \frac{R\,\mathrm{tang}\,\theta}{2}$ nach der Richtung seiner Bewegung. Aber diese letzte Kraft ist veränderlich, weil der Winkel θ desto größer wird, jemehr sich der Punkt C von E entfernt. Wir wollen $CE = z$, $BC = k$ setzen, so ist $\mathrm{tang}\,\theta = \frac{z}{l} = \frac{z}{\sqrt{k^2 - z^2}}$ und um die Größe der hervorgebrachten Nutzleistung zu erhalten, muß man den Ausdruck $\frac{R}{2}\,\frac{z\,dz}{\sqrt{(k^2 - z^2)}}$, welcher die Größe der Leistung für einen unendlich kleinen Weg dz ausdrückt, integriren. Nun ist aber:

$$\int \frac{R}{2}\, z\,dz\,(k^2 - z^2)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{R}{2}\,(k^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} + C,$$

und da die Bewegung von $z = \sqrt{k^2 - l^2}$ bis $z = k$ fortdauern muß, damit der Punkt B die Länge BE durchläuft, so hat man:

$$-\frac{R}{2}(k^2 - z^2)^{\frac{1}{2}} + C =$$

$$-\frac{R}{2}\,(k^2 - k^2)^{\frac{1}{2}} - \left\{-\frac{R}{2}(k^2 - k^2 + l^2)^{\frac{1}{2}}\right\} = \frac{lR}{2}.$$

Folglich ist die Größe der Nutzleistung für jeden der beiden Menschen nach den Richtungen CC'', DD'' wieder die Hälfte derjenigen, welche durch den Widerstand R längs des Weges BE consumirt wird.

§. 4. Die Ermüdung eines lebendigen Bewegers hängt außerdem auch von der Geschwindigkeit der Bewegung oder von der Zeit ab, welche zum Durchlaufen eines bestimmten Weges erfordert wird.

Wir wollen zuerst annehmen, daß die Zeiten dieselben sind, und untersuchen, was statt findet, wenn während der ganzen Dauer der ersten Bewegung und im Anfange der zweiten $\theta = 45^0$ ist. Da alsdann der Weg

$$CC'' = BC - CE = \sqrt{2l^2} - l = l(\sqrt{2} - 1) = 0{,}414\,l$$

ist, während $CC'' = l$ ist, so ist die Geschwindigkeit im ersten Falle mehr als doppelt so groß, wie die im zweiten, und da ein lebender Beweger nicht dieselbe Quantität Arbeit hervorbringen kann, als ein anderer Beweger von derselben Stärke, welcher nicht so schnell

arbeitet; so ermüdet die Quantität Arbeit $\frac{lR}{2}$ die Menschen mehr, wenn sie sich parallel zu BE, als wenn sie sich nach einer darauf senkrechten Richtung bewegen. Außerdem ist die auf der Richtung des Weges senkrechte Kraft in beiden Fällen dieselbe; denn es ist:

$$\frac{R\,\mathrm{tang}\,\theta}{2} = \frac{R\,\mathrm{tang}\,45^{o}}{2} = \frac{R}{2}.$$

Da aber dieser Kraftaufwand während des Durchlaufens des Weges CC' bei einer größern Geschwindigkeit, als auf dem Wege CC'' und während derselben Zeit ausgeübt wird, so muß derselbe nothwendig mehr ermüden, und folglich ist die Ermüdung auf der ersten Richtung aus doppelten Grunde größer, als auf der zweiten Richtung.

Wenn die Geschwindigkeiten gleich wären, so wären die Zeiten verschieden, und da eine Arbeit offenbar um so weniger ermüdet, auf eine je größere Anzahl von Stunden sie vertheilt wird; so würden die Menschen für die Quantität Arbeit $\frac{lR}{2}$ weniger ermüdet werden, wenn sie sich parallel zu BE bewegten; aber in demselben Falle müßte die senkrechte Kraft $\frac{R}{2}$ während einer längern Zeit ausgeübt werden, wodurch beide Ermüdungen einander wieder mehr gleich gemacht würden.

Wenn $\theta > 45^{o}$ ist, so hat man:

$$\mathrm{tang}\,\theta > 1, \frac{R\,\mathrm{tang}\,\theta}{2} > \frac{R}{2}, CE > l, CC'' < 0{,}414\,l.$$

Der Unterschied der Geschwindigkeiten verursacht alsdann einen größern und der der Zeiten einen kleinern Unterschied zwischen den Anstrengungen, als vorhin, und endlich findet das Gegentheit statt, wenn $\theta < 45^{o}$ ist.

Fast nur bei dem Schiffziehen bewegt sich der Beweger parallel zu der Richtung des Widerstandes, ohne daß ein anderer Apparat als eine an dem Fahrzeuge B befestigtes Seil BC angewandt wird. Gewöhnlich, und besonders bei Fuhrwerken, verhindert man die gegenseitige Annäherung der Punkte C, D vermittelst eines nicht zusammendrückbaren Stabes, und da alsdann das System CBD ein unveränderliches wird; so haben die Motoren längs der Wege CC', DD' die Kraft $\frac{R\,\mathrm{tang}\,\theta}{2}$ nicht mehr anszuüben und erfahren blos die Ermüdung, welche von der auf den Widerstand ausgeübten Totalwirkung lR herrührt.

§. 5. Aus dem Vorhergehenden erhellet, daß für die längs eines gegebenen Weges mit einer bestimmten Geschwindigkeit hervorzubringende Quantität Arbeit von gegebener Größe das Mini-

mum der Ermüdung stattfindet, wenn der lebende Beweger blos in der Richtung seiner Bewegung eine Kraft auszuüben hat; allein oft kann man eine solche Wirkungsart nicht anwenden, ohne andere Vortheile einzubüßen.

Wenn man die Geschwindigkeit nach Belieben annehmen kann, so ist für das Minimum der Ermüdung zwischen dieser Geschwindigkeit und dem auszuübenden Drucke noch eine gewisse Relation erforderlich; denn es ist eine Thatsache, daß durch die Veränderung des Verhältnisses zwischen diesen beiden Größen auch die Quantität der Wirkung oder Arbeit verändert wird, welche der Beweger in einer gegebenen Zeit hervorbringen kann. Aber blos durch die Erfahrung läßt sich das Verhältniß bestimmen, bei welchem die Ermüdung für eine gegebene Arbeit ein Minimum wird, und es würde daher ganz unnütz sein, dieses Verhältniß aus physiologischen Betrachtungen ableiten zu wollen.

Die Tafeln **I, II, III** geben die mittleren Erfahrungsresultate in dieser Beziehung an, welche Navier als die wahrscheinlichsten betrachtet, sowohl hinsichtlich der Gewichte, welche ein Mensch oder ein Pferd unmittelbar, oder vermittelst einer Maschine fortziehen oder heben kann, als hinsichtlich der Geschwindigkeiten und der täglichen Arbeitszeit, welche der Beweger aushalten kann, und wobei die größte Leistung und die kleinste Ermüdung stattfindet.

Bemerken wollen wir jedoch, daß es keinen großen Nachtheil haben würde, wenn man die in den Tafeln angegebenen Gewichte oder Kräfte etwas vermehrte oder verminderte, indem man zugleich die Geschwindigkeit oder die Dauer der Arbeit entsprechend verminderte oder vergrößerte; denn in der Nähe des Maximums haben kleine Veränderungen dieser Elemente nur einen sehr geringen Einfluß.

Die Versuche sind so angestellt, daß die belebten Beweger nur solche Ermüdungen oder Anstrengungen erfahren, welche durch die gewöhnlichen Nahrungsmittel und Ruhe vollständig ersetzt werden können, so daß diese Beweger ohne Nachtheil für ihre Gesundheit die in den Tafeln angegebene Arbeit lange Zeit hindurch verrichten können. Man könnte daher von demselben Beweger mehr verlangen, wenn auf eine gewisse nicht zu lange Arbeitszeit eine lange Ruhezeit folgt, während welcher sich der Beweger nach einer etwas schwereren, als der gewöhnlichen Arbeit erholen kann.

Ferner wollen wir bemerken, daß verschiedene physische und moralische Ursachen, welche sich bei den Versuchen nicht in Rechnung bringen lassen, auf die Quantität der Arbeit bestimmter Menschen oder Thiere Einfluß haben können. Hierher gehört z. B. die Art der Ernährung, die Beschaffenheit der Nahrungsmittel, der Zustand der Atmosphäre oder das Klima ꝛc.

Zugmaschinen.

Die Zugmaschinen, welche man in den Werkstätten häufig anwendet und wir hier näher untersuchen wollen, sind die Radwellen, die Erd- oder Schiffswinde, die Rollen, das Hebezeug und der Krahn.

Kurbelwelle (Haspel).

§. **6.** Die einfachste Zugmaschine ist die Radwelle, und besonders die mit einer Kurbel. Sie verwandelt die stetige Kreisbewegung eines Bewegers in die stetige geradlinige Bewegung des Widerstandes und dient so zum Heben eines Gewichtes oder zum Fortbewegen eines Körpers auf den Boden und hat vier Bestandtheile. Der Receptor ist eine hölzerne oder eiserne Kurbel, der Modificator ein hölzerner Cylinder mit zwei hölzernen oder eisernen Zapfen, wovon an dem einen die Kurbel befestigt ist und der Communicator ist ein Seil oder eine Kette, wodurch der Cylinder (die Welle) mit der zu bewegenden Last verbunden ist und endlich die Träger sind zwei Zapfenlager von Holz, Eisen oder Bronze, welche auf einem Gerüste von Holz oder auf einem Mauerwerk ruhen, und worin sich die Zapfen drehen. Es giebt Fälle, wo zu gleicher Zeit zwei Menschen an der Kurbelwelle arbeiten müssen und alsdann bringt man an jedem Zapfen der Welle eine Kurbel an, indem man die Kurbelarme nach entgegengesetztem Sinne richtet, damit der Augenblick der größten Wirkung des einen Arbeiters dem Augenblicke der kleinsten Wirkung des andern Arbeiters entspricht und folglich kein todter Punkt, d. h. keine Lage der Maschine stattfindet, wo die Kraft nicht größer ist, als der Widerstand.

§. **7.** Die Länge des Kurbelarmes kann für große Menschen länger als für kleine sein, und liegt gewöhnlich zwischen $0^m,36$ und $0^m,42$.

Der Halbmesser der Welle oder des Cylinders und der des Seiles richtet sich nach dem Hauptwiderstande; aber der erste beträgt gewöhnlich $0^m,1$. Der Halbmesser der Zapfen muß so klein sein, als es die Festigkeit der Materie, woraus sie verfertigt sind, gestattet, damit ihre Reibung möglichst nahe an der Axe stattfindet und der Nutzeffect des Bewegers möglichst wenig vermindert wird. Aus demselben Grunde muß man auch kein dickeres Seil anwenden, als nöthig ist; denn sein Halbmesser addirt sich zu dem Hebelarm des Hauptwiderstandes, und außerdem ist der von der Steifigkeit herrührende Nebenwiderstand eine gewisse Function dieses Halbmessers.

§. **8.** Diese Function müssen wir bestimmen, ehe wir weiter gehen können. Zunächst wollen wir bemerken, daß sich bei einem auf eine Welle wickelnden Seile der convexe Theil verlängert, während sich der concave Theil verkürzt, und wir wollen annehmen, daß die Verlängerung des ersten Theiles auf Kosten des zweiten geschieht. Da die Fäden oder Litzen des Seiles Schraubenlinien um einander bilden, so muß durch die ausdehnende Bewegung eine Reibung zwischen ihnen hervorgerufen werden, welche ihrem gegen-

seitigen Drucke proportional ist, und wenn der Widerstand, welcher die Steifigkeit der Seile genannt wird, allein von dieser Reibung herrührte, so wäre derselbe ebenfalls diesem Drucke und folglich der Spannung der Fäden oder Litzen des Seiles proportional. Diese Spannung der Litzen besteht aber aus der, welche sie bei der Verfertigung des Seiles erhalten haben und aus der Spannung, welche von der Zugkraft herrührt. Wenn also t diese letzte Kraft bezeichnet, so ist die Kraft, welche erfordert wird, um ein Seil auf einen Cylinder zu wickeln, dieselbe, als wenn die Steifigkeit Null würde und t nnu $a+bt$ zunähme, wo a und b zwei Constanten sind, welche von der Beschaffenheit des Hanfes, der Verfertigungsart des Seiles, seinen Durchmesser und dem des Cylinders oder der Welle abhängen. Die Größe, um welche man die Spannung t vergrößern muß, um die Steifigkeit des Seiles in Rechnung zu bringen, wird nach Coulomb's Versuchen ausgedrückt durch:

$$\frac{d^{\mu}}{D}(a+bt),$$

wo a und b blos von der Beschaffenheit des Hanfes und von dem Fabricationsverfahren des Seiles abhängen und d, D resp. den Durchmesser des Seiles und der Welle bezeichnen.

Was den Exponenten μ anlangt, so hat Coulomb denselben für sehr biegsame Schnüre $=1$, für neue aus mehreren Litzen bestehende Seile $=2$ und für halb abgenutzte Seile $=1{,}5$ gefunden. Wenn das Seil noch mehr abgenutzt ist, so setzt man $\mu=1{,}4$, und wenn es nicht neu mehr, aber noch in einem guten Zustande ist, so nimmt man $\mu=1{,}75$.

Da der Grad der Abnutzung auf die Steifigkeit getheerter Seile keinen merklichen Einfluß hat, so ist es nach Coulomb ebenso genau und bequemer, für d^{μ} die Zahl n der Litzen zu setzen, woraus das Seil besteht, und die Zunahme der Spannung t wird alsdann ausgedrückt durch:

$$\frac{n}{D}(a'+b't).$$

Da diese Formeln aus der Erfahrung abgeleitet sind, so verdienen sie alles Zutrauen; aber hinsichtlich der Hypothesen, welche wir bei ihrer Ableitung aufgestellt haben, gilt nicht dasselbe. Das Seil, welches eine Rolle A (Figur 2) umgiebt, entfernt sich auf der Seite des Hauptwiderstandes P von der Rolle, so daß der Berührungspunct B nicht auf der Richtung des vertikalen Stückes PC liegt. Auf der Seite der Kraft Q dagegen geschieht die Berührung im Endpuncte des auf der Richtung DQ dieser Kraft senkrechten Halbmessers, und folglich hat hier die Steifigkeit des Seiles keinen merklichen Einfluß, was doch der Fall sein müßte, wenn sie von einer bloßen gegenseitigen Reibung der Litzen des Seiles herrührte. Es ist folglich wahrscheinlich, daß sich einige dieser Litzen merklich ausdehnen und daß ihre Elasticität in Verbindung mit der Reibung

die Steifigkeit des Seiles auf der Seite der Last bewirkt, während auf der Seite der Kraft diese Elasticität, welche in einem der Reibung entgegengesetzten Sinne wirkt, jeden Einfluß der letztern aufhebt.

Die vorhergehenden Formeln stimmen jedoch noch mit diesen neuen Betrachtungen überein, wenn man annimmt, daß die Verlängerung einer Litze der Spannung proportional ist.

Um die Formeln, worin die Steifigkeit der Seile vorkommt, einfacher zu machen, haben wir in der Tafel VII für den Durchmesser D des Cylinders den um den Halbmesser des Seiles vergrößerten doppelten Halbmesser $2r$ des Cylinders oder der Welle gesetzt, so daß unser Devisor immer nun den Durchmesser des Seiles, welcher gegen den Durchmesser D des Cylinders freilich sehr klein ist, größer ist.

Da die Zahlen der beiden letzten Columnen derselben Tafel für $2r = 1^m$ Kilogramme ausdrücken, so müssen sie in jedem andern Falle Kilogrammeter ausdrücken, damit $\frac{d^\mu}{2r}(a+bt)$ Kilogramme ausdrückt und t wird alsdann eine abstracte Zahl, oder wenn t Kilogramme ausdrückt, so drückt $d^\mu b$ Meter aus.

Wenn der Durchmesser d' eines Seiles von dem Durchmesser d in der ersten Columne verschieden ist, so wird die Steifigkeit des Seiles offenbar ausgedrückt durch:

$$\frac{d^\mu}{2r}(a+bt)\frac{d'^\mu}{d^\mu} = \frac{d^\mu}{2r}(a+bt)\left(\frac{d'}{d}\right)^\mu = \frac{1}{2r}(d^\mu a + d^\mu bt)\left(\frac{d'}{d}\right)^\mu.$$

Nachdem man also für $d^\mu a$, $d^\mu b$ die Zahlen der beiden letzten Columnen und für $2r$, t ihre Werthe substituirt hat, muß man das Resultat durch die μte Potenz des Verhältnisses des Durchmessers d' des Seiles zu dem Durchmesser d des in der Tafel angegebenen ähnlichen Seiles multipliciren.

§. 9. Wir können nun das Verhältniß berechnen, welches an der Kurbelwelle (Haspel) zwischen der Kraft Q und dem Hauptwiderstande P statt findet, wenn alle Nebenwiderstände in Rechnung gebracht werden und die Bewegung als gleichförmig angenommen wird.

Die Kraft Q kann als constant betrachtet werden, obgleich sie es in der Wirklichkeit wegen der verschiedenen Lagen der Arme des Menschen nicht ist, und ihre Richtung kann ebenfalls als eine Tangente des von der Kurbelwarze beschriebenen Kreises betrachtet werden (Figur 3).

Der Widerstand P ist gewöhnlich ein Gewicht, allein wir wollen größerer Allgemeinheit wegen annehmen, daß die Richtung, nach welcher er wirkt, mit der Verticale einen constanten Winkel β bildet und wie die Richtung von Q in einer auf der Axe des Cylinders senkrechten Ebene liegt. Wenn die eine oder die andere dieser beiden Kräfte in einer gegen die Axe des Cylinders schiefen Ebene läge, so könnte man sie in zwei Componenten zerlegen, wo-

von die eine in einer auf der Axe des Cylinders senkrechten Ebene läge, und die andere zu dieser Axe parallel wäre, wovon die letztere nur die Reibung einer der ebenen Flächen des Cylinders an dem Zapfenlager auf derselben Seite bewirken würde.

Endlich wollen wir mit R den Kurbelarm, mit r den um den Halbmesser des Seiles vergrößerten Halbmesser des Cylinders, mit ϱ den der Zapfen, mit p das Gewicht der ganzen Maschine mit Ausnahme der Stützen, mit f' das Verhältniß der Reibung zu der Resultante aller Kräfte, welche auf die Kurbelwelle wirken und mit θ die Länge des veränderlichen Bogens bezeichnen, welcher auf dem Kreisumfange von dem Halbmesser $=1$ zwischen der Richtung von Q und der Verticale liegt und offenbar dem Bogen gleich ist, welcher zwischen jeder Lage des Kurbelarms und der Horizontale AB liegt. Wenn man die Anzahl der in dem einen oder dem andern dieser Bogen enthaltenen Grade wissen wollte, so brauchte man nur die Länge θ mit $\frac{360^o}{2\pi}$ zu multipliciren. Ferner ist $f' = \frac{f}{\sqrt{(1+f^2)}}$, wenn f das Verhältniß der Reibung zu dem sie verursachenden Drucke bezeichnet. Denn die Richtung der Resultante X, von welcher die Reibung eines Zapfens herrührt, trifft die Axe nicht und ist schief gegen die reibenden Flächen. Es bezeichne α den Winkel, welchen sie mit der Normal im Berührungspuncte dieser Flächen bildet, so hat man die Normalkraft $X\cos\alpha$, welche die Reibung verursacht und die Tangentialkraft $X\sin\alpha$, welche sie aufhebt, weil die Bewegung stattfindet. Folglich ist:

$$X\sin\alpha = f.\ X\cos\alpha \text{ und } \operatorname{tang}\alpha = f.$$

Der Reibungswinkel, d. h. der Winkel, unter welchem eine schief gerichtete Kraft wirken muß, um die von ihr hervorgerufene Reibung zu überwinden, hat den Coefficienten der durch eine Normalkraft hervorgebrachten Reibung zur trigonometrischen Tangente. Aber da das Verhältniß der Reibung $X\sin\alpha$ zu der Kraft X gleich $\sin\alpha$ ist, so hat man:

$$f' = \sin\alpha = \frac{\operatorname{tang}\alpha}{\sqrt{(1+\operatorname{tang}^2\alpha)}} = \frac{f}{\sqrt{(1+f^2)}}.$$

Wenn wir nun AB als die ursprüngliche Lage des Kurbelarms betrachten, so ist die in jedem Augenblicke von der Kraft hervorgebrachte Quantität Wirkung oder Arbeit $= QRd\theta$

Da aber der Widerstand am Ende eines Seiles wirkt, so muß man, um die Steifigkeit dieses Seiles in Rechnung zu bringen, zu P den Ausdruck:

$$\frac{d^\mu}{2r}(a+bP)$$

addiren (§. 8) und alsdann wird die in jedem Augenblicke von dem

Widerstande hervorgebrachte Quantität der Wirkung ausgedrückt durch:

$$\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]r\,d\theta.$$

Die an der Maschine wirkenden Kräfte sind Q, P, p, und wenn man sie zerlegt, so erhält man die verticale Gruppe:

$$P\cos\beta-Q\cos\theta+p$$

und die horizontale Gruppe:

$$Q\sin\theta-P\sin\beta.$$

Die Resultante aus diesen beiden Gruppen ist:

$$\sqrt{[(P\cos\beta-Q\cos\theta+p)^2+(Q\sin\theta-P\sin\beta)^2]},$$

und da das erste Glied dieser Wurzelgröße immer größer ist, als das zweite, so wird der Werth der Zapfenreibung, wenigstens bis auf $\frac{1}{25}$ genau, ausgedrückt durch:

$$f'[0{,}96(P\cos\beta-Q\cos\theta+p)+0{,}4(Q\sin\theta-P\sin\beta)].$$

Die der Reibung entsprechende Quantität der Leistung ist also für jeden Augenblick:

$$f'\varrho\,d\theta[0{,}96(P\cos\beta-Q\cos\theta+p)+0{,}4\,(Q\sin\theta-P\sin\beta)];$$

aber die Quantität der Leistung der Kraft muß immer der Summe der dem Haupt- und Nebenwiderstande entsprechenden Quantität der Leistungen gleich sein, und folglich hat man:

$$QR\,d\theta=r\,d_{\theta}\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]$$
$$+f'\varrho\,d\theta[0{,}96(P\cos\beta-Q\cos\theta+p)+0{,}4(Q\sin\theta-P\sin\beta)],$$

woraus sich durch Integration ergiebt:

$$QR\theta=r\theta\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]$$
$$+f'\varrho\theta(0{,}96P\cos\beta+0{,}96p-0{,}4P\sin\beta)$$
$$+f'\varrho(-0{,}96Q\sin\theta-0{,}4Q\cos\theta)+C.$$

Ehe wir diese Gleichung für eine ganze Umdrehung einrichten, wollen wir bemerken, daß die Function $\sin\theta$, welche von $\theta=o$ bis $\theta=\pi$ positiv ist, von $\theta=\pi$ bis $\theta=2\pi$ dieselben negativen Werthe annimmt, d. h. die Zunahme, welche das Glied $f'\varrho(-0{,}96Q\sin\theta)$ in der Wirkung der Zapfenreibung, während einer halben Umdrehung bewirkt, wird durch die gleiche Abnahme

nahme compensirt, welche dasselbe Glied während der folgenden halben Umdrehung bewirkt, was in der That der Fall sein muß, weil diese endliche Quantität der Wirkung von dem Elemente der Wirkung $f'\varrho d\theta(-0{,}96Q\cos\theta)$ herrührt, welches der verticalen Kraft $-0{,}96f'Q\cos\theta$ entspricht. Diese Kraft, welche während der halben Umdrehung, worin $\cos\theta$ negativ ist auf die Zapfen einen Druck ausübt, strebt in der folgenden halben Umdrehung diese Zapfen zu heben, und die Componente $P\cos\beta$ zu vermindern, und folglich kann das Produkt aus der Kraft $0{,}96f'Q$ und dem verticalen Wege $\varrho\sin\theta$ unberücksichtigt bleiben, wenn man eine ganze Umdrehung betrachtet.

Dasselbe gilt nicht von der Größe $f'\varrho(-0{,}4Q\cos\theta)$. Da sie von der horizontalen Componente $0{,}4Q\sin\theta$ herrührt, so wird dadurch ein Druck der Zapfen von B gegen A während der ersten halben Umdrehung und von A gegen B während der zweiten halben Umdrehung bewirkt, wodurch immer eine Reibung entsteht. Die Kraft $P\sin\beta$ addirt sich bald zu dieser und bald zu der entgegengesetzten Kraft; aber obgleich sie wegen des Winkels β sehr klein ist, so findet doch immer ein horizontaler Druck der Zapfen bald in dem einem uud bald in dem entgegengesetzten Sinne gegen die Zapfenlager statt, und folglich reducirt sich die Quantität der Wirkung oder Arbeit der hierdurch entstehenden Reibung niemals auf Null.

Das Glied $f'\varrho(0{,}4Q\cos\theta)$ verschwindet aber wegen der Veränderung des Zeichens von $\cos\theta$, wenn man von $\theta=0$ bis $\theta=2\pi$ integrirt. Erwägt man nun, daß die Quantitäten der Wirkung oder Arbeit für einen halben Umlauf dieselben sind, wie für den folgenden halben Umlauf, so braucht man nur das Integral von $\theta=0$ bis $\theta=\pi$ zu nehmen und dann das erhaltene Resultat zu verdoppeln.

Für $\theta=\pi$ ist $\sin\theta=0$, $\cos\theta=-1$ und:

$$QR\pi=r\pi\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]$$

$$+f'\varrho\pi(0{,}96P\cos\beta+0{,}96p-0{,}4P\sin\beta)+0{,}4f'\varrho Q+C.$$

Ferner ist für $\theta=0$, $\sin\theta=0$, $\cos\theta=1$ und:

$$0=-0{,}4f'\varrho Q+C.$$

Wenn man die zweite Gleichung von der ersten abzieht, so erhält man für eine halbe Umdrehung:

$$QR\pi=r\pi\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]$$

$$+f'\varrho\pi(0{,}96P\cos\beta+0{,}96p-0{,}4P\sin\beta)+0{,}8f'\varrho Q,$$

und für eine ganze Umdrehung:

$$2\pi RQ=2\pi r\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]$$

$$+2\pi\varrho f'(0{,}96P\cos\beta+0{,}96p-0{,}4P\sin\beta)+1{,}6f'\varrho Q,$$

oder:

$$RQ=r\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]$$
$$+\varrho f'(0{,}96\,P\cos\beta+0{,}96p-0{,}4P\sin\beta)+0{,}2546f'\varrho Q,$$

und endlich:

$$Q=\frac{P\left[r+\frac{d^{\mu}b}{2}+\varrho f'(0{,}96\cos\beta-0{,}4\sin\beta)\right]+\frac{d^{\mu}a}{2}+0{,}96\varrho f'p}{R-0{,}2546f'\varrho}.$$

Wenn der Hauptwiderstand P ein Gewicht ist, welches vertical in die Höhe gehoben werden soll, so ist $\beta=0$, $\cos\beta=1$, $\sin\beta=0$, und wenn man 1 für 0,96 setzt, so erhält man:

$$Q=\frac{P\left(r+\frac{d^{\mu}b}{2}+\varrho f'\right)+\frac{d^{\mu}a}{2}+\varrho f'p}{R-0{,}2546f'\varrho}.$$

Wenn zwei Kurbeln angewandt werden, so übt die Kraft Q keinen Druck auf die Zapfen aus, weil sie alsdann immer aus zwei gleichen, parallelen und nach entgegengesetztem Sinne wirkenden Kräften besteht; das Glied $0{,}2546f'\varrho Q$ verschwindet folglich alsdann und man hat:

$$Q=\frac{P\left[r+\frac{d^{\mu}b}{2}+\varrho f'(0{,}96\cos\beta-0{,}4\sin\beta)\right]+\frac{d^{\mu}a}{2}+0{,}96\varrho f'p}{R}$$

oder für ein zu hebendes Gewicht:

$$Q=\frac{P\left(r+\frac{d^{\mu}b}{2}+\varrho f'\right)+\frac{d^{\mu}a}{2}+\varrho f'p}{R}.$$

§. **10.** Wenn man statt der Gesammtkraft des Bewegers blos den Theil betrachtet, welche durch die auf den Widerstand wirklich übertragene Quantität der Wirkung consumit wird, und die Nutzkraft genannt zu werden pflegt, so kommen die Nebenwiderstände nicht in Betracht, weil sie jeden Augenblick durch den nicht in Rechnung gebrachten Theil der Gesammtkraft aufgehoben werden. Die Nutzkraft Q' hält also dem Widerstande P beständig das Gleichgewicht, sobald die Bewegung der Maschine einmal gleichförmig geworden ist, und die Relation zwischen diesen beiden Kräften bleibt während der Bewegung dieselbe, als für den Fall des Gleichgewichtes oder der Ruhe, und man hat folglich in diesem Falle blos die Momentengleichung:

$$Q'R=Pr.$$

§. 11. Aus der Tafel III erhellet, daß ein Arbeiter an einer Kurbelwelle im Mittel eine Nutzkraft von 8 Kilogrammen ausüben, d. h. die Nebenwiderstände überwinden und außerdem noch einen Druck von 8 Kilogr. auf den Angriffspunkt ausüben kann, indem dieser Punkt in der Secunde eine Länge von $0^m,75$ durchläuft.

Wenn wir also in der Gleichung $Q'R=Pr$ die Kraft $Q'=8$ Kilogr. und für R eine zwischen $0^m,36$ und $0^m,42$ liegende Zahl setzen, so erhalten wir z. B. 8 Kilogr. $\times 0^m,4=Pr$ für die Relation zwischen dem Hauptwiderstande und dem um den Halbmesser des Seiles vergrößerten Halbmesser des Cylinders.

Wenn der Widerstand P in Kilogrammen gegeben ist, so giebt der Zahlenwerth von Pr den Halbmesser, welchen man dem Cylinder oder der Welle geben muß, damit ein Mensch den ganzen Tag mit der constanten Geschwindigkeit $0^m,75$ arbeiten oder der Masse P eine Geschwindigkeit von $0^m,75\frac{r}{R}$ ertheilen kann; denn die Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Hebelarme, weil die Kraft und der Widerstand an derselben Rotationsaxe wirken.

Wenn man einen schon construirten Haspel anwenden will, worin z. B. $r=0^m,1$ ist, so giebt der Zahlenwerth von Pr den Widerstand, welchen ein Mensch jeden Augenblick seiner täglichen Arbeitszeit mit der constanten Geschwindigkeit von $0^m,75$ in der Secunde überwinden kann, und man findet, daß $P=32$ Kilogr. ist und daß das Gewicht $0^m,19$ in der Secunde durchläuft.

In beiden Fällen ist die Arbeit des Bewegers oder die während jedes Tages hervorgebrachte Quantität Arbeit oder Wirkung wenig von dem Maximum verschieden. Uebrigens ist es einleuchtend, daß man sich der Gleichung 8 Kilogr. $\times 2\times 0^m,4=Pr$ bedienen müßte, wenn man zwei Arbeiter anwenden wollte.

Da das Product Pr für denselben Beweger und für dieselbe Kurbel constant ist, so kann man, wenn man die Last beliebig zertheilen kann, successive ein großes Gewicht vermittelst einer kleinen Welle, oder ein geringes Gewicht vermittelst eines großen Cylinders heben, ohne die Totalarbeit zu verändern, wofern die Länge des Kurbelarms nicht geändert wird; denn die in einer Secunde hervorgebrachte Quantität Arbeit ist $=P\times 0^m,75\frac{r}{R}$, und wenn weder Pr, noch R sich ändert, so bleibt dieses Product offenbar auch constant. Aber da bei der ersten Art die Nebenwiderstände vergrößert und bei der zweiten Art wegen des Fest- und Losmachens des Seiles größere Zeitverluste stattfinden werden; so ist es vortheilhafter, sich an die richtige Mitte zu halten.

Man kann auch ein gegebenes Gewicht auf eine bestimmte Höhe zu heben haben, und in einem solchem Falle ist das Product aus dem in Kilogrammen ausgedrückten Gewichte und aus der in Metern ausgedrückten Höhe die Quantität der auszuübenden Wirkung oder Arbeit. Wenn man die Quantität Arbeit oder Wirkung, welche ein Mensch in einem Tage bei achtstündiger Arbeitszeit vermittelst

eines Haspels hervorbringen kann, durch **172800** Kilogr. dividirt, so erhält man die Anzahl der Tage, welche ein einziger Mensch zur Verrichtung der Arbeit gebraucht, und die Hälfte des Quotienten giebt die Zeit, welche bei einem Haspel mit zwei Kurbeln erfordert wird, oder auch die Anzahl solcher Kurbeln, welche angewandt werden müßten, um die Arbeit in einem Tage zu verrichten.

§. **12.** Der Widerstand besteht nicht blos in dem zu hebenden Gewichte P, sondern wenn der zu durchlaufende Weg etwas lang ist, so muß man auch das Gewicht des zwischen der Last und der Welle befindlichen Stückes des Seiles in Rechnung bringen, und da die Länge dieses Stückes desto mehr abnimmt, je mehr die Last P steigt, so nimmt der Widerstand fortwährend ab, und folglich wäre die von dem Beweger auszuübende Kraft veränderlich, wenn der Modificator ein Cylinder wäre. Nun ist es aber von Wichtigkeit, die von dem Beweger auszuübende Kraft constant zu erhalten, damit derselbe jeden Augenblick diejenige Kraft ausüben muß, welche ein Mensch während seiner täglichen Arbeitszeit ausüben kann, aber auch nicht größer werde. Das Mittel, welches man zur Erreichung dieses Zweckes anwendet, besteht darin, daß man den Hebelarm des Hauptwiderstandes in demselben Verhältnisse zunehmen läßt, in welchem dieser Widerstand abnimmt, welchen Zweck man erreicht, wenn man einen abgestupften Kegel als Modificator anwendet und das Ende des Seiles an der kleinen Grundfläche befestigt; allein alsdann müssen die Halbmesser der beiden Grundflächen gehörig bestimmt werden. Es sei p' das Gewicht der Längeneinheit des Seiles und x die veränderliche Länge des abgewickelten Theiles desselben, so ist die Relation zwischen der Kraft und der wahren Last aldann:

$$QR=(P+p'x)r,$$

weil die Nebenwiderstände durch den Werth von x nicht merklich vergrößert sind und folglich in beiden Theilen der Gleichung hinweggelassen werden können. Aus dieser Gleichung folgt:

$$r=\frac{QR}{P+p'x}.$$

Um hieraus den kleinsten Halbmesser r_1 des Modificators abzuleiten, braucht man offenbar nur $x=l$, d. h. der Länge des ganzen abzuwickelnden Seiles gleich zu setzen, und um den größten Halbmesser r_2 zu erhalten, muß man $x=0$ setzen. Alsdann hat man wieder:

$$Pr_2=(P+p'l)r_1=(P+p'x)r,$$

wo die Kraft Q constant bleibt, und man kann in den Rechnungen den von dem abgewickelten Stücke des Seiles herrührenden Theil der Last unberücksichtigt lassen, wenn man für r den um den Halbmesser des Seiles vergrößerten größten Halbmesser des Modificators nimmt.

Allein hierdurch wird die Stärke der während der ganzen Dauer der Arbeit anzuwendenden Kraft noch nicht völlig gleichförmig gemacht; denn wenn sich die Bewegung bei dem Niedersteigen nicht beschleunigen soll, so muß man die Kurbel mit einer um die Nebenwiderstände verminderten Kraft $= \frac{p'' r_2}{R}$ halten, wo p'' das Gewicht des leeren Operators bezeichnet.

Um nun bei dem Auf- und Absteigen eine gleiche Kraft anzuwenden, bedient man sich zweier an Gewicht gleicher Operatoren, wovon der eine beladen aufsteigt, während der andere leer niedergeht. Die beiden Seile sind nach entgegengesetztem Sinne aufgewickelt und der Modificator besteht aus zwei abgestumpften gleichen Kegeln, deren beide großen Grundflächen zusammenfallen und wird alsdann ein Göpel genannt. Dieser Apparat ist für die Kraft vortheilhaft, obgleich die Nebenwiderstände vergrößert werden; denn die erforderliche Kraft ist, abgesehen von diesen Widerständen blos $= \frac{(P-p'')r_2}{R}$.

§. 13. Wir haben nun noch die für die Kurbelwelle oder den Haspel abgeleiteten Formeln auf ein Beispiel anzuwenden, um zu zeigen, wie man sich derselben bedienen muß.

Wir wollen zunächst annehmen, daß der Haspel nur eine Kurbel habe, so müssen wir die Gleichung:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^\mu b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^\mu a}{2} + \varrho f' p}{R - 0{,}2546 f' \varrho}$$

anwenden. Es sei das Gewicht $P = 1500$ Kil. an einem neuen hanfenenen Seile von einem Durchmesser $d = 0^m{,}04$ aufgehangen, so hat man nach der Tafel VII:

$$\frac{d^\mu b}{2} = \left(\frac{0^m{,}04}{0^m{,}02}\right)^2 \times \frac{0{,}0097382 \text{ Kil.}}{2} = 0{,}0195 \text{ Kil.}$$

$$\text{und } \frac{d^\mu a}{2} = \left(\frac{0^m{,}04}{0^m{,}02}\right)^2 \times \frac{0{,}22246 \text{ Kil.}}{2} = 0{,}445 \text{ Kil.}$$

Da die Größe $\frac{d^\mu b}{2}$ von der Steifigkeit des Seiles für 1 Kil. Last herrührt, so hat man für eine Last von 1500 Kil. das Product $0{,}0195 \times 1500 = 1500$ Kil. $\times 0^m{,}0195$, und folglich ist in dem Werthe von Q die Größe $\frac{d^\mu b}{2} = 0^m{,}0195$, und wenn der Halbmesser des Modificators $= 0^m{,}075$ gesetzt wird, so ergiebt sich $r = 0^m{,}075 + 0^m{,}02 = 0^m{,}095$.

Wir wollen annehmen, daß die Zapfen aus Eisen bestehen und sich in Lagern von Kupfer oder Bronze bewegen, so kann der Halb-

messer derselben $\varrho = 0^m,015$ sein, und nach der Tafel VI hat man $f' = 0,155 = 0,16$. Endlich sei $R = 0^m,4$ und $p = 100$ Kil., so erhält man:

$$Q = \frac{\left[\begin{array}{r}1500\,\text{Kil.}\,(0^m,095 + 0^m,0195 + 0^m,015 \times 0,16) + 0,445\,\text{Kil.} \\ + 0^m,15 \times 0,16 \times 100\,\text{Kil.}\end{array}\right]}{0^m,4 - 0,2546 \times 0,16 \times 0^m,015};$$

folglich:

$$Q = \frac{1500\,\text{Kil.} \times 0^m,1169 + 0,445\,\text{Kil.} + 0,24\,\text{Kil.}}{0^m,39938896}$$

$$= \frac{175,35\,\text{Kil.} + 0,685\,\text{Kil.}}{0^m,399} = \frac{176,035\,\text{Kil.}}{0^m,399} = 441,19\,\text{Kil.}$$

Wenn man die Nebenwiderstände unberücksichtigt ließe, so hätte man:

$$Q' = \frac{Pr}{R} = \frac{1500\,\text{Kil.} \times 0^m,095}{0^m,4} = 356,25\,\text{Kil.}$$

Die Nebenwiderstände betragen also zusammen 441,19 Kil. — 356,25 Kil. = 84,94 Kil. und sind nahezu 0,2 der erforderlichen Kraft, oder 0,24 der Kraft, welche hinreichend wäre, wenn die Nebenwiderstände nicht vorhanden wären.

Es verdient untersucht zu werden, welchen Antheil die Steifigkeit des Seiles an den Nebenwiderständen von 84,94 Kil. hat, zu welchem Zwecke man offenbar die Gleichung:

$$Q = \frac{P(r + \varrho f') + \varrho f' p}{R - 0,2546 f' \varrho},$$

anwenden muß, welche giebt:

$$Q = \frac{1500\,\text{Kil.}\,(0^m,095 + 0^m,015 \times 0,16) + 0^m,015 \times 0,16 \times 100\,\text{Kil.}}{0^m,399}$$

$$= 366,77\,\text{Kil.}$$

Die Steifigkeit des Seiles erfordert also 441,19 Kil. — 366,77 Kil. = 74,42 Kil. und die Zapfenreibung beträgt blos 84,94 Kil. — 74,42 Kil. = 10,52 Kil. Es würde also ungefähr $\frac{1}{6}$ der Kraft von 441,19 Kil. erspart, wenn man statt des Seiles eine Kette anwendete, bei welcher weder ein Gegeneinanderklemmen, noch ein Gleiten der Glieder stattfände, oder eine Kette mit breiten und möglichst dünnen Gliedern, deren Reibung so klein ist, daß sie vernachlässigt werden kann. Aber alsdann müßte man zu P das Gewicht der Kette mitzählen, welches größer ist, als das eines Seiles von derselben Stärke, wodurch folglich auch die Zapfenreibung vergrößert würde.

In dem Falle zweier Kurbeln müßte man die Gleichung:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} + \varrho f' p}{R}$$

anwenden und mit den vorhergenden Daten fände man:

$$Q = \frac{176{,}035 \text{ Kil.}}{0^{m},4} = 440{,}09 \text{ Kil.},$$

welcher Werth wenig von **441,19** Kil. verschieden ist, und zeigt, daß man in dem Falle einer einzigen Kurbel das zweite Glied des Nenners in dem Ausdrucke für die Kraft Q hinweglassen kann.

Tretrad.

§. **14.** Der Haspel wird häufig angewandt, weil derselbe sehr einfach ist, sich leicht construiren, aufstellen und transportiren läßt; allein hinsichtlich der Quantität der hervorgebrachten Wirkung verdient das Tretrad den Vorzug. In der That sieht man aus der Tafel III, daß ein Mensch, vermittelst eines solchen Rades täglich eine Arbeit von **259200** Kil. verrichten kann, während er an dem Haspel nur eine Arbeit von **172800** Kil. zu verrichten im Stande ist, so daß schon die Veränderung des Receptors genügt, um die Leistung des Bewegers zu verdoppeln.

Die Speichen oder Spillen des Rades bilden die Erzeugungslinien eines Cylinders, und sind in zwei Radkränzen befestigt, wodurch eine Art von Rad entsteht, welches dieselbe Axe hat, als der Modificatorcylinder und die übrigen Bestandtheile sind denen bei dem Haspel ähnlich.

Der bewegende Mensch stellt sich außerhalb so an das Rad, daß seine Füße auf der durch die Axe gehenden Horizontalebene stehen, und hält sich an einer festen Stange, wenn er blos das Gewicht seines Körpers zur Drehung des Rades anwenden will; aber er übt gegen diese Stange von unten nach oben einen Druck aus, wenn er vermittelst seiner Muskeln eine größere Drehungskraft ausüben will, als das Gewicht seines Körpers beträgt, und endlich dient ihm dieselbe Stange als Anhalt, wenn er den Druck vermindern und die Drehung des Rades verzögern will. Die erste Art der Wirkung giebt die größte Quantität der täglichen Arbeit.

§. **15.** Der Durchmesser des Kreisumfanges, worauf sich die Axen der Speichen befinden, beträgt wenigstens 3^{m} uud höchstens 6^{m}. Einem Tretrade von einem kleinern Durchmesser als 3^{m} zieht man einen Haspel mit Hebeln vor, und wenn der Durchmesser des Tretrades größer als 6^{m} wäre, so würden wegen seines großen Gewichtes die Nebenwiderstände zu beträchtlich. Die Länge der Speichen muß für jeden Arbeiter **82** Centimeter, ihre gegenseitige Entfernung ungefähr **3** Decimeter betragen und ihr Durchmesser muß größer sein, als erforderlich wäre, um durch ihre Stärke blos dem Gewichte der Arbeiter das Gleichgewicht zu halten. Was den

Durchmesser der Welle anlangt, so muß deselbe immer $\frac{1}{12}$ von dem des Rades betragen.

§. 16. Wir wollen bei der Bestimmung des Verhältnisses der Kraft Q zu der Last P den allgemeinsten Fall betrachten und annehmen, daß die erste nach einer unveränderlichen Richtung wirkt, welche das Rad berührt und mit der durch den Berührungspunkt gehenden Verticale einen Winkel α bildet, während die Richtung, nach welcher der Widerstand wirkt, den Cylinder oder die Welle berührt und mit der Verticale einen Winkel β bildet. Mit θ wollen wir die veränderliche Länge des Bogens bezeichnen, welcher auf dem Kreisumfange von dem Halbmesser $= 1$ zwischen dem von dem Mittelpunkte des Rades nach dem Berührungspunkte der Richtung der Kraft Q gezogenen Halbmesser und der Verticale durch den Mittelpunkt A (Figur 4) liegt. Den Halbmesser des Rades, der Welle, der Zapfen und das Verhältniß der Reibung zu dem Drucke wollen wir ferner resp. mit R, r, ϱ, f' bezeichnen und endlich annehmen, daß alle Kräfte in Ebenen wirken, welche auf der Axe der Maschine senkrecht sind.

Wenn die durch den Mittelpunkt gehende Verticale zum Anfangspunkte der Bewegung genommen wird, so bringt die Kraft in jedem Augenblicke eine Quantität Wirkung $= QRd\theta$ hervor; denn der Punkt des Rades, woran diese Kraft angebracht ist, beschreibt einen Bogen $Rd\theta$.

Wenn man größerer Allgemeinheit wegen annimmt, daß sich die Maschine in Ruhe befindet, so muß man der Masse $\frac{P}{g}$ nach der Richtung des Seiles eine Geschwindigkeit v und den rotirenden Maschinentheilen eine Winkelgeschwindigkeit ω ertheilen. Die Masse $\frac{P}{g}$ erhält aber in jedem Augenblicke dt einen Geschwindigkeitszuwachs dv, oder eine Quantität Bewegung $= \frac{P}{g} dv$ und die Kraft, welche zur Hervorbringung derselben erfordet wird, ist gleich $\frac{P}{g} \frac{dv}{dt}$, und da nach den Formeln für die veränderliche Bewegung der in einem Augenblicke von der Masse durchlaufene Weg $= vdt$ ist, so consumirt sie eine Quantität Arbeit $\frac{P}{g} \frac{dv}{dt} vdt = \frac{P}{g} vdv$. Ebenso kann man sagen, daß die in einer endlichen Zeit consumirte Quantität Arbeit oder Leistung $= \frac{P}{g} \frac{v^2}{2}$ ist, und daß folglich in einem Augenblicke das Differenzial von $\frac{P}{g} \frac{v^2}{2}$, nämlich $\frac{P}{g} vdv$ consumirt wird.

Es sei nun dm ein Massenelement der rotirenden Maschinentheile und r' sein Abstand von der Retationsaxe, so erhält dasselbe in jedem Augenblicke einen Geschwindigkeitszuwachs $r'd\omega$, oder eine

Quantität Bewegung $= r' d\omega dm$ und die dazu erforderliche Kraft ist $= \frac{r' d\omega dm}{dt}$, und da der von dem Elemente dm während des Augenblickes dt durchlaufene Weg $= r'\omega dt$ ist, so consumirt dasselbe eine Quantität Arbeit $= \frac{r' d\omega dm}{dt} r'\omega dt = \omega d\omega r'^2 dm$.

Um also alle rotirenden Maschinentheile in Bewegung zu setzen. wird jeden Augenblick, bis die Geschwindigkeit constant geworden ist, eine Quantität Arbeit $= \omega d\omega \int r'^2 dm$ erfordert, wo der Factor $\int r'^2 dm$ das Trägheitsmoment aller Cylinder ist, welches sich leicht berechnen läßt; denn wenn der Halbmesser, die Länge und die Dichtigkeit eines solchen Cylinders resp. mit r_1, l und δ bezeichnet wird, so hat man:

$$\int r'^2 dm = \tfrac{1}{2}\pi r_1^4 l\delta.$$

Da der Widerstand P an einem Seile wirkt, so muß derselbe wegen der Steifigkeit dieses Seiles um $\frac{d^\mu}{2r}(a+bP)$ vergrößert werden, und da der Angriffspunct desselben den Bogen $r d\theta$ durchläuft, während der Angriffspunct von Q den Bogen $R d\theta$ beschreibt; so consumirt dieser Widerstand eine Quantität Wirkung, welche ausgedrückt wird durch:

$$\left[P + \frac{d^\mu}{2r}(a+bP)\right] r d\theta.$$

Es bleibt nun noch die der Zapfenreibung entsprechende Quantität Arbeit zu bestimmen, zu welchem Zwecke wir die beiden Kräfte Q, P in die verticalen Componenten $Q\cos\alpha$, $P\cos\beta$ und in die horizontalen Componenten $Q\sin\alpha$, $P\sin\beta$ zerlegen wollen, indem wir der letztern das der vorhergehenden entgegengesetzte Zeichen — geben, und da sie sehr klein und oft Null ist, so ergiebt sich, wenn p das Gewicht der ganzen Maschine bezeichnet, daß die Zapfen auf ihre Lager einen Druck ausüben, welcher durch:

$$\sqrt{(Q\cos\alpha + P\cos\beta + p)^2 + (Q\sin\alpha - P\sin\beta)^2}$$

ausgedrückt wird. Da das erste Quadrat offenbar größer ist, als das zweite, so wird der Werth dieser Wurzelgröße bis auf $\frac{1}{25}$ genau näherungsweise ausgedrückt durch:

$$0{,}96\,(Q\cos\alpha + P\cos\beta + p) + 0{,}4\,(Q\sin\alpha - P\sin\beta).$$

Multiplicirt man diesen Werth mit f', so erhält man die Kraft, welche der Reibung das Gleichgewicht hält, und wenn man sie durch den Weg $\varrho d\theta$ multiplicirt, welchen die Erzeugungslinien der Zapfen

in einem Augenblicke durchlaufen; so erhält man die von der Reibung consumirte Quantität Arbeit:

$$=[0{,}96(Q\cos\alpha+P\cos\beta+p)+0{,}4(Q\sin\alpha-P\sin\beta]f'\varrho\,d\theta.$$

Wenn man endlich ausdrückt, daß die durch die Kraft hervorgebrachte Quantität Arbeit oder Leistung der Summe aller den Widerständen entsprechenden Quantitäten Arbeit gleich ist, so erhält man die allgemeine Relation:

$$QRd_\theta=\frac{P}{g}vdv+\omega d\omega\int r'^2\,dm+\left[P+\frac{d^\mu}{2r}(a+bP)\right]rd\vartheta$$
$$+[0{,}96(Q\cos\alpha+P\cos\beta+p)+0{,}4(Q\sin\alpha-P\sin\beta)]f'\varrho\,d\theta,$$

und wenn man bemerkt, daß P, Q, p, α, β constante Größen sind, so findet man durch Integration:

$$QR\theta=\frac{P}{g}\frac{v^2}{2}+\frac{\omega^2}{2}\int r'^2\,dm+\left[P+\frac{d^\mu}{2r}(a+bP)\right]r\theta$$
$$+[0{,}96(Q\cos\alpha+P\cos\beta+p)+0{,}4(Q\sin\alpha-P\sin\beta)]f'\varrho\theta+C.$$

Für eine ganze Umdrehung muß man dieses Integral von $\theta=0$ bis $\theta=2\pi$ nehmen, und wenn man an der ersten Grenze $v=v'$, $\omega=\omega'$ und an der zweiten $v=v''$, $\omega=\omega''$ setzt; so erhält man:

$$2\pi RQ=\frac{P}{g}\frac{v''^2-v'^2}{2}+\frac{\omega''^2-\omega'^2}{2}\int r'^2\,dm$$
$$+\left[P+\frac{d^\mu}{2r}(a+bP)\right]2\pi r$$
$$+[0{,}96(Q\cos\alpha+P\cos\beta+p)+0{,}4(Q\sin\alpha-P\sin\beta)]2\pi\varrho f'.$$

Diese Gleichung wird bedeutend vereinfacht, wenn man die Maschine in dem Zeitpunkte betrachtet, wo die Bewegung fast gleichförmig geworden ist; denn alsdann ist $v''=v'$, $\omega''=\omega'$ und folglich:

$$RQ=\left[P+\frac{d^\mu}{2r}(a+bP)\right]r$$
$$+[0{,}96(Q\cos\alpha+P\cos\beta+p)+0{,}4(Q\sin\alpha-P\sin\beta)\varrho f',$$

woraus folgt:

$$(1)\quad Q=\frac{P\left[r+\frac{d^\mu b}{2}+(0{,}96\cos\beta-0{,}4\sin\beta)\varrho f'\right]+\frac{d^\mu a}{2}+0{,}96p\varrho f'}{R-(0{,}96\cos\alpha+0{,}4\sin\alpha)\varrho f'}.$$

Eine andere Vereinfachung findet statt, wenn der Widerstand ein an einem verticalen Seile aufgehangenes Gewicht ist, denn alsdann ist $\beta=0$, $\cos\beta=1$, $\sin\beta=0$ und:

$$(2) \qquad Q = \frac{P\left[r + \frac{d^{\mu} b}{2} + 0{,}96\varrho f'\right] + \frac{d^{\mu} a}{2} + 0{,}96 p \varrho f'}{R - (0{,}96\cos\alpha + 0{,}4\sin\alpha)\varrho f'}.$$

§. 17. Wenn wir annehmen, daß unter diesen Umständen die Kraft Q in einem beliebigen Punkte des Rades angebracht werden kann, so muß man zur Bestimmung des Werthes von α, welcher diese Kraft zu einem Minimum macht, zunächst $\cos\alpha$ und $\sin\alpha$ negativ machen, um das Zeichen des zweiten Gliedes des Nenners zu verändern und dann das Maximum der Function:

$$F = 0{,}96\cos\alpha + 0{,}4\sin\alpha$$

suchen. So findet man:

$$\frac{dF}{d\alpha} = -0{,}96\sin\alpha + 0{,}4\cos\alpha = 0$$

und:

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{0{,}4}{0{,}96} = 0{,}416,$$

wovon der Logarithmus $= \bar{1}{,}6190933$ oder $= 9{,}6190933$ ist, wenn der Halbmesser der Tafeln $= 10^{10}$ ist. Hieraus ergiebt sich nahezu $\alpha = 22^{\circ}35'$ und dieser Werth macht F wirklich zu einem Maximum, weil der zweite Differenzialquotient:

$$\frac{d^2 F}{(d\alpha)^2} = -0{,}96\cos\alpha - 0{,}4\sin\alpha$$

negativ ist. Aber wenn $\cos\alpha$ und $\sin\alpha$ negativ sein sollen, so muß $\alpha > 180^{\circ}$ sein, und folglich entspricht das Minimum von Q dem Winkel $\alpha = 180^{\circ} + 22^{\circ}35' = 202^{\circ}35'$. Zieht man von diesem Werthe den rechten Winkel zwischen der Richtung der Kraft Q und dem nach dem Berührungspunkte gehenden Halbmesser ab, so sieht man, daß man zur Bestimmung des dem Minimum entsprechenden Angriffspunktes einen Halbmesser AB (Figur 4) ziehen muß, welcher mit der durch den Mittelpunkt C gehenden Verticale AC einen Winkel von $202^{\circ}35' - 90^{\circ} = 112^{\circ}35'$ bildet.

Man sieht in der That leicht ein, daß für eine solche Lage des Angriffspunktes der Tangentialkraft der Druck der Zapfen und folglich ihre Reibung kleiner wird, als in dem Falle, wo die Kraft und der Widerstand durch die Rotationsaxe von einander getrennt sind.

Aus der Berechnung von F erhellet übrigens leicht, daß der kleinste Werth der Kraft Q ausgedrückt wird durch:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + 0{,}96\varrho f'\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} + 0{,}96 p \varrho f'}{R + 1{,}04\varrho f'}.$$

Aber bei dem Tretrade können die beiden Kräfte nicht auf derselben Seite der Axe liegen und diese Axe muß in dem Winkel liegen, welchen sie mit einander bilden. Die Tangentialkraft kann auch nicht in dem höchsten Punkte C des Rades angebracht sein, weil sie alsdann horizontal sein würde. Man kann also nicht $\cos\alpha$ und $\sin\alpha$ zugleich negativ machen, und folglich macht der Werth $\alpha = 22^{\circ}35'$, welcher F zu einem Maximum macht, auch Q zu einem Maximum, weil der Nenner des Ausdruckes dieser Kraft so klein als möglich ist.

Um in diesem Falle den dem Maximum entsprechenden Angriffspunkt zu bestimmen, zieht man den Halbmesser AB', welcher mit der durch den Mittelpunkt C gehenden Verticale AC einen Winkel von $90^{\circ} - 22^{\circ}35' = 67^{\circ}25'$ bildet, welcher das Supplement des dem Minimum entsprechenden Winkels von $112^{\circ}35'$ ist. Die den beiden Grenzwerthen der Kraft entsprechenden Berührungspunkte liegen also einander diametral gegenüber und die Richtungen der darin angebrachten Kräfte sind zu einander parallel, aber entgegengesetzt.

Für das Maximum der Kraft hat man übrigens:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu}b}{2} + 0{,}96\varrho f'\right) + \frac{d^{\mu}a}{2} + 0{,}96p\varrho f'}{R - 1{,}04\varrho f'}.$$

Die verticale Richtung von oben nach unten gäbe folglich einen kleinern Werth, und wenn man $\alpha = 0$ setzt, so findet man in der That:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu}b}{2} + 0{,}96\varrho f'\right) + \frac{d^{\mu}a}{2} + 0{,}96p\varrho f'}{R - 0{,}96\varrho f'}.$$

Der das Tretrad bewegende Mensch muß also auf den Speichen eine solche Stellung haben, daß die Richtung der von ihm ausgeübten Tangentialkraft vertical ist; denn in einer höhern Stellung würde seine Wirkung nicht so vortheilhaft sein, und außerdem würde ein Theil des Gewichtes seines Körpers nur zur Vermehrung der Zapfenreibung dienen.

§. 18. Die Relation zwischen dem Hauptwiderstande und der Nutzkraft des Bewegers ist auch hier wieder die Momentengleichung:

$$Q'R = Pr;$$

aber R drückt den Halbmesser der eylindrischen Fläche aus, welche die Axen der Speichen bilden, und ändert sich von $1^{m},5$ bis 3^{m}, folglich r von $0^{m},125$ bis $0^{m},25$ (§. 15).

Die auf das Rad übertragene Nutzkraft beträgt nach der Erfahrung 60 Kil. und da das mittlere Gewicht eines Menschen 65 Kil. beträgt; so werden 5 Kil. durch die Nebenwiderstände consumirt. Wenn man für Q', R, r ihre Werthe setzt, so erhält man z. B. die Gleichung:

$$60 \text{ Kil.} \times 3^m = P \times 0^m,25,$$

und aus Tafel III sieht man, daß ein Mensch vermittelst eines Tretrades ein Gewicht von 720 Kil. mit einer Geschwindigkeit von $0^m,15$ in einer Secunde heben kann oder indem er diesem Gewichte eine Geschwindigkeit von $0^m,15 \frac{0,25}{3} = 0^m,0125$ ertheilt.

Wenn die Geschwindigkeit der Last größer sein sollte, so müßte man r vermittelst der Gleichung $\frac{v}{0,15} = \frac{r}{R}$ bestimmen, weil sonst die Leistung des Bewegers kein Maximum mehr sein würde.

Spillrad.

§. 19. Sehr oft befinden sich die Spillen oder Speichen, auf welche die Kraft wirkt, statt an zwei Radkränzen, nur an einem einzigen, und alsdann heißt die Maschine ein Spillrad, und man wählt diese Einrichtung in den Fällen, wo die Kraft beträchtliche Veränderungen erfahren muß. Wenn der Widerstand nur gering ist, so wirken die auf der Erde stehenden Arbeiter blos mit ihren Armen auf das Rad, und ertheilen demselben eine große Geschwindigkeit; aber wenn der Widerstand beträchtlich ist, so steigen sie auf die Spillen und üben eine ihrem Gewichte gleiche Kraft aus, wie bei dem Tretrade, und der Beweger kann so eine Compensation bewirken, wodurch die Quantität der Arbeit für die Zeiteinheit fast constant wird.

Bei mehreren Druckmaschinen wendet man das Spillrad mit Vortheil als Receptor an; allein das Tretrad verdient den Vorzug, so oft es darauf ankommt, eine stetige und constante Wirkung hervorzubringen.

Laufrad.

§. 20. Das Laufrad unterscheidet sich von den vorgehenden nur durch den Receptor, welcher aus einem hohlen Cylinder besteht, an dessen innern Fläche Latten befestigt sind, damit sich die Menschen oder Thiere darin bewegen können und durch die Wirkung ihres Gewichtes die Maschine umdrehen.

Der Durchmesser des Rades beträgt gewöhnlich 5 bis 6 Meter und kann niemals kleiner sein, als 4 Meter, weil sich sonst die Menschen mit dem Kopfe an die Welle stoßen würden, deren Durchmesser, wie bei dem Tretrade, $\frac{1}{12}$ von dem Durchmesser des Rades beträgt.

Die Länge des hohlen Cylinders muß der Anzahl der anzuwenden Arbeiter entsprechen, indem auf jeden eine Länge von 82 Centimeter gerechnet wird.

§. 21. Aus der Tafel III erhellet, daß ein Mensch dem Laufrade eine Geschwindigkeit von $0^m,7$ in der Secunde ertheilen, einen Tangentialdruck von 12 Kil. ausüben und diese Arbeit jeden Tag 8 Stunden hindurch aushalten kann.

Da die Nutzkraft bekannt ist, so kann man, wie im vorhergehenden Falle, die Relation $Q'R = Pr$ zur Bestimmung des Gewichtes anwenden, welches ein Mensch vermittelst der in Rede stehenden Maschine heben kann. Wenn man für R und r die Längen 3^m und $0^m,25$ substituirt, so findet man, daß dieses Gewicht $P = 12$ Kil. $\frac{3}{0,25} = 144$ Kil. ist, und aus der Gleichung $v = V\frac{r}{R}$ folgt ferner, daß es in einer Secunde ungefähr $0^m,058$ durchläuft, während der Beweger $0^m,7$ durchläuft. Das Laufrad giebt also für die Secunde nur eine Quantität Arbeit von 8,352 Kil. während das Tretrad 9 Kil. giebt, und folglich verdient das letztere vor dem erstern den Vorzug und das Laufrad muß nur in dem Falle angewandt werden, wo der Beweger ein Thier ist, welches nicht auf das Tretrad wirken kann.

Die geringere Wirkung des Laufrades rührt daher, daß in Folge der Lage des Bewegers der Hebelarm der Kraft kaum $\frac{1}{3}R$ beträgt, und auch daher, daß der Mensch keine größere Geschwindigkeit als $0^m,7$ würde annehmen können, ohne durch die Latten solche Stöße zu erhalten, daß er die Arbeit nicht lange würde aushalten können.

Hebelwelle (Haspel mit Hebeln).

§. 22. Der Haspel mit Hebeln wird häufiger angewandt als die Radwellen, obgleich derselbe für die Wirkung der Kräfte der Menschen nicht so vortheilhaft ist, und sein Vorzug besteht darin, daß der Beweger die Intensität seiner Wirkung nach den Umständen leicht verändern kann, daß die Maschine überhaupt einfacher ist, weniger Raum einnimmt und sich leichter transportiren läßt.

An jeder Seite des Modificatorcylinders befindet sich ein prismatischer Ansatz, welcher an allen Seiten mit Löchern durchbrochen ist, in welche die Hebel gesteckt werden, woran die Menschen durch ihre Muskelkraft, oder durch das Gewicht ihres Körpers wirken. Es sind wenigstens zwei Menschen erforderlich, um den Haspel oder die Ankerwinde in Thätigkeit zu setzen, wovon der eine anfängt auf seinen Hebel zu wirken, wenn der andere eben aufhören will, damit sich die Welle nicht rückwärts dreht. Gewöhnlich beträgt die Länge der Welle oder des Cylinders $2^m,45$, der Halbmesser derselben $0^m,125$, der der Zapfen $0^m,04$, die Länge der Hebel $1^m,58$, der Durchmesser des Seiles $0^m,04$ und die Höhe der Axe der Welle über den Boden ungefähr $1^m,05$.

§. 23. Wenn man annimmt, daß der Arbeiter blos mit seinen Armen wirkt und nach einer auf dem Hebel senkrechten Richtung, welche den von dem Angriffspunkte beschriebenen Kreis berührt, seine Kraft ausübt; so kann der Haspel als eine Kurbelwelle betrachtet werden und die Relation zwischen den Quantitäten der Wirkung für einen Augenblick ergiebt sich wie in §. 9. Aber hier sind die verticalen Kräfte $P\cos\beta$, $Q\sin\theta$, p und die horizontalen Kräfte $Q\cos\theta$, $-P\sin\beta$ (Figur 5) und man hat folglich, wenn die Bewegung gleichförmig geworden ist, die Relation:

$$QRd\theta = rd\theta\left[P + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bP)\right]$$
$$+ f'\varrho d\theta[0{,}96(P\cos\beta + Q\sin\theta + p) + 0{,}4(Q\cos\theta - P\sin\beta)].$$

Wenn der Hauptwiderstand nach der verticalen Richtung wirkt, so verwandelt sich diese Gleichung in folgende:

$$QRd\theta = rd\theta\left[P + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bP)\right]$$
$$+ f'\varrho d\theta[0{,}96(P + Q\sin\theta + p) + 0{,}4Q\cos\theta],$$

woraus sich durch Intregation ergiebt:

$$QR\theta = r\theta\left[P + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bP)\right]$$
$$+ f'\varrho\theta(0{,}96P + 0{,}96p) - f'\varrho(0{,}96Q\cos\theta - 0{,}4Q\sin\theta).$$

Der mit θ bezeichnete Bogen liegt zwischen der durch den Mittelpunkt C gehenden Verticale und der höchsten Lage AC des Hebels, welche gewöhnlich mit der Horizontale CB einen Winkel von 45° bildet, und dasselbe gilt für die andere Grenzlage $A'C$. Folglich sind $\frac{\pi}{4}$ und $\frac{3}{4}\pi$ die Grenzen von θ. Da $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4}$, so ist $2\sin^2\frac{\pi}{4} = 1$ und $\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{0{,}5} = 0{,}7$, und da $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{3}{4}\pi = -\cos\frac{3}{4}\pi$ ist, so hat man für die erste Grenze von θ:

$$QR\frac{\pi}{4} = r\frac{\pi}{4}\left[P + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bP)\right]$$
$$+ f'\varrho\frac{\pi}{4}(P + p)0{,}96 - f'\varrho(0{,}96Q \times 0{,}7 - 0{,}4Q \times 0{,}7) + C,$$

und für die zweite:

$$QR\frac{3\pi}{4} = r\frac{3\pi}{4}\left[P + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bP)\right]$$
$$+ f'\varrho\frac{3\pi}{4}(P + p)0{,}96 + f'\varrho(0{,}96Q \times 0{,}7 + 0{,}4Q \times 0{,}7) + C.$$

Der Unterschied dieser beiden Werthe des Integrales giebt zwischen den Quantitäten der Wirkung für eine Hebelumlegung die Relation:

$$QR\frac{\pi}{2} = r\frac{\pi}{2}\left[P + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bP)\right]$$
$$+ 0{,}96f'\varrho\frac{\pi}{2}(P + p) + 2f'\varrho \times 0{,}96Q \times 0{,}7,$$

oder:

$$QR = r\left[P + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bP)\right]$$
$$+ 0{,}96 f' \varrho (P + p) + 0{,}856 f' \varrho Q,$$

woraus folgt:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + 0{,}96 f' \varrho\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} + 0{,}96 f' \varrho p}{R - 0{,}856 f' \varrho}.$$

§. 24. Der wahre Hauptwiderstand P ist das Gewicht P' der zu hebenden Last, vermehrt um das Gewicht p' des abgewickelten Seilstückes, und vermindert um ein Gewicht p'', welches dem Gewichte p_1 des Hebels AC das Gleichgewicht halten kann. Man muß folglich den zweiten Theil der Gleichung $P = P' + p' - p''$ berechnen.

Wir wollen P' unbestimmt lassen und p' in seinem mittlern Zustande nehmen, d. h. wenn sich die Last in der Mitte der Höhe befindet, auf welche sie gehoben werden soll, so daß, wenn diese Höhe 6 Meter beträgt, 3 Meter des Seiles aufgewickelt und 3 Meter desselben abgewickelt sind und das Gewicht von P' vergrößern. Nun wiegt aber nach der Tafel VII ein ungetheertes Seil von $0^m{,}02$ im Durchmesser und 1^m Länge ungefähr 0,28 Kil. Folglich wiegt 1^m des Seiles des Haspels $\frac{0{,}28 \text{ Kil.}}{(0^m{,}02)^2} \times (0^m{,}04)^2 = 1{,}12$ Kil., und mithin ist das Gewicht von 3^m desselben $= 1{,}12 \text{ Kil.} \times 3 = 3{,}36$ Kil. $= p'$.

Das am Schwerpunkte des Hebels angebrachte Gewicht p_1 zerlegt sich in die beiden Kräfte $p_1 \cos\vartheta$, $p_1 \sin\vartheta$, wovon die erste nur den Druck der Zapfen gegen ihr Lager vergrößert und die zweite allein in tangentialer Richtung an dem von dem Schwerpunkte des Hebels beschriebenen Kreise wirkt und einem Theile p'' von P' das Gleichgewicht hält. Wenn r' den Halbmesser dieses Kreises bezeichnet, so drückt $p_1 \sin\theta \times r' d\theta$ die von p_1 hervorgebrachte augenblickliche Quantität Arbeit aus, und da die in derselben Zeit von p'' consumirte Quantität Arbeit durch $p'' r\, d\theta$ ausgedrückt wird, so hat man:

$$p'' r\, d\theta = p_1 r' \sin\theta\, d\theta,$$

woraus sich durch Integration ergiebt:

$$p'' r\, \theta = -p_1 r' \cos\theta + C,$$

und wenn man dieses Intregal von $\theta = \frac{\pi}{4}$ bis $\theta = \frac{3\pi}{4}$ nimmt, so erhält man successive:

$$p'' r \frac{\pi}{4} = -p_1 r' \times 0{,}7 + C,$$

$$p''r\frac{3\pi}{4}=p_1r'\times 0{,}7+C,$$

$$p''r\frac{\pi}{4}=1{,}4p_1r',$$

$$p''=\frac{1{,}4p_1r'}{r\frac{\pi}{2}}.$$

Der Hebel wiegt etwas mehr als 7 Kil.; aber da derselbe ganz durch den Modificatorcylinder hindurchgeht, und der jenseits der Axe liegende Theil nicht in dem Werthe von p_1 vorkommen darf, so wollen wir $p_1=7$ Kil. setzen. Was den Werth von r anlangt, so besteht derselbe aus dem Halbmesser des Cylinders $=0^m{,}125$ und aus dem Halbmesser des Seiles $=0^m{,}02$; folglich ist:

$$r=0^m{,}125+0^m{,}02=0^m{,}145.$$

Es bleibt nun noch der Werth von r' zu finden übrig. Da der Hebel fast kegelförmig ist, so liegt der Schwerpunkt des Theiles p_1 um $\frac{1}{4}$ seiner Länge von der Axe des Cylinders entfernt und diese Länge ist gleich der um den Halbmesser von $0^m{,}125$ verminderten Länge des Hebels. Folglich ist nahezu:

$$r'=\frac{1^m{,}58-0^m{,}125}{4}=\frac{1^m{,}455}{4}=0^m{,}36$$

$$p''=\frac{2{,}8\times 7\text{ Kil.}\times 0^m{,}36}{0^m{,}145\times 3{,}1416}=15{,}49\text{ Kil.}$$

und $P=P'+3{,}36\text{ Kil.}-15{,}49\text{ Kil.}=P'-12{,}13\text{ Kil.}$

Verfährt man wie in §. 13, so findet man:

$$\frac{d^\mu b}{2}=0^m{,}0195 \text{ und } \frac{d^\mu a}{2}=0{,}445\text{ Kil.}$$

Wir wollen annehmen, daß die Zapfen und Zapfenlager aus urnen Holz bestehen, so sieht man aus der Tafel V, daß $f=\frac{1}{10}$ ist, woraus sich nahezu $\frac{f}{\sqrt{1+f^2}}=f'=\frac{1}{10}$ ergiebt.

Außerdem ist:

$$\varrho=0^m{,}04 \text{ und } R=1^m{,}58-0^m{,}125=1^m{,}455.$$

Endlich besteht das Gewicht p der Maschine aus dem Gewichte der Welle, aus dem Gewichte $2p'$ des ganzen Seiles und aus dem Gewichte des Hebels. Das Volumen des Cylinders wird ausgedrückt durch:

$$\pi(0^m{,}125)^2\times 2^m{,}45=0{,}1232\text{ Cubm.},$$

wenn wir annehmen, daß die Ansätze und Zapfen die Löcher com-

pensiren, und da das Cubm. urnen Holz 671 Kil. wiegt, so ist der erste Theil von $p=82{,}67$ Kil. und da der zweite Theil $2p'=3{,}36$ Kil. $\times 2=6{,}72$ Kil. und der dritte Theil $=7$ Kil. ist, so erhält man:

$$p=82{,}67\,\text{Kil.}+6{,}72\,\text{Kil.}+7\,\text{Kil.}=96{,}39\,\text{Kil.},$$

oder in runden Zahlen $p=96$ Kil.

Substituirt man nun für alle in dem Ausdrucke von Q vorkommende Größen ihre Werthe, so erhält man:

$$Q=\frac{\left[\begin{array}{c}(P'-12{,}13\,\text{K.})0^m,145+0^m,0195+0{,}96\times 0{,}1\times 0^m,04)+0{,}445\,\text{K.}\\ +0{,}96\times 0{,}1\times 0^m,04\times 96\,\text{Kil.}\end{array}\right]}{1^m,455-0{,}856\times 0{,}1\times 0^m,04}$$

$$=\frac{(P'-12{,}13\,\text{Kil.})\times 0^m,16834+0{,}814\,\text{Kil.}}{1^m,45}$$

$$=(P'-12{,}13\,\text{Kil.})\times 0{,}116+0{,}56\,\text{Kil.}$$

$$=0{,}166\,P'-1{,}41\,\text{Kil.}+0{,}56\,\text{Kil.}=0{,}116\,P'-0{,}85\,\text{Kil.}$$

Wenn man die Last $P'=600$ Kil. setzt, so findet man $Q=68{,}75$ Kil., und wenn man von allen Nebenwiderständen abstrahirt, so ist die Relation zwischen der Kraft und dem Hauptwiderstande:

$$Q'R=Pr,$$

welche giebt:

$$Q'=\frac{Pr}{R}=\frac{(P'-12{,}13\,\text{Kil.})\,0^m,145}{1^m,455}=0{,}0996\,P'-1{,}21\,\text{Kil.}$$

Es ist also:

$$Q-Q'=0{,}0164\,P'+0{,}36\,\text{Kil.}=0{,}14\,Q,$$

d. h. die Nebenwiderstände consumiren ungefähr **0,14** der Kraft Q.

§. **25.** Wir haben nun noch die Quantität Arbeit, welche der Beweger hervorbringt, mit der zu vergleichen, welche auf die Last übertragen wird, oder die wirkliche Arbeit des Bewegers mit der, welche die Last hervorbringen würde, wenn sie von der Höhe herabfiele, auf welche sie gehoben ist.

Untersuchen wir blos, was während einer Umlegung der Hebel stattfindet, so ist der von dem Angriffspunkte der Kraft durchlaufene Weg der vierte Theil eines Kreisumfanges von dem Halbmesser $R=1^m,455$, und folglich ist die entsprechende Quantität Arbeit:

$$T=(0{,}116\,P'-0{,}85\,\text{Kil.})\frac{2\times 3{,}1416\times 1^m,455}{4}$$

$$=(0{,}116\,P'-0{,}85\,\text{Kil.})\,2^m,29=0^m,2656\,P'-1{,}946\,\text{Kil.}$$

Zu T braucht die Quantität Arbeit nicht addirt zu werden, welche erfordert wird, um den Hebel aus seiner untern Lage in die

obere zu bringen; denn diese wird bei dem Niedersteigen desselben Hebels restituirt und diese letzte Quantität Arbeit ist von der abgezogen, welche die Last consummirt, als wir den Hauptwiderstand P bestimmten.

Die verticale Höhe, welche die Last P' während einer Umlegung der Hebel durchläuft, beträgt die Länge eines Viertelkreises von dem Halbmesser $r = 0^m,145$ und ist folglich $16\frac{2\times 3,1416\times 0^m,145}{4}$ $= 0^m,228$, und folglich die auf die Last übertragene Quantität Arbeit $t = 0^m,228\,P'$.

Die Maschine verursacht also einen Verlust an Arbeit oder Leistung:

$$T' - t = 0^m,2656\,P' - 1,946\,\text{Kil.} - 0^m,228\,P'$$

$$= 0^m,0376\,P' - 1,946\,\text{Kil.},$$

d. h. ungefähr 0,16 von der Arbeit, welche die Last erfordert, wogegen sie aber auch den Vortheil gewährt, daß ein Arbeiter eine Arbeit verrichten kann, welche er ohne Anwendung derselben wegen des großen Gewichtes der Last oder der Höhe, auf welche sie gehoben werden soll, nicht würde verrichten können.

Man kann leicht die Last P' bestimmen, welche zwei Menschen an der fraglichen Maschine heben können, wenn man die constante Kraft kennt, mit welcher jeder auf diese Maschine wirken kann. Wir wollen annehmen, daß ein Mensch eine Last von 18 Kil. mit einer Geschwindigkeit von $0^m,2$ in einer Secunde während 6 Stunden heben kann, wie bei dem Aufziehen einer Last vermittelst einer festen Rolle (Tafel II); so giebt der vorhin gefundene Werth von Q:

$$18\,\text{Kil.} = 0,116\,P' - 085\,\text{Kil.},$$

woraus folgt:

$$P' = \frac{18\,\text{Kil.} + 0,85\,\text{Kil.}}{0,116} = \frac{18,85\,\text{Kil.}}{0,116} = 162,5\,\text{Kil.}$$

Es können also zwei Menschen bei einer täglichen Arbeitszeit von 6 Stunden vermittelst der in Rede stehenden Maschine eine Last von 162,5 Kil. mit einer Geschwindigkeit von $\frac{0^m,2}{1^m,455}\times 0^m,145 = 0^m,02$ heben.

Der Verlust der Quantität Arbeit bei jeder Hebelumlegung beträgt folglich:

$$T' - t = 0^m,0376 \times 162,5\,\text{Kil.} - 1,946\,\text{Kil.} = 4,164\,\text{Kil.}$$

Das kurze Ende des Hebels beschreibt in derselben Zeit mit einer Geschwindigkeit von $0^m,2$ einen Viertelkreis von der Länge $= 2^m,29$, und folglich ist die Dauer einer Hebelumlegung $= \frac{2^m,29}{0^m,2} = 11'',45$.

Wir wollen annehmen, daß zum Einstecken und Ausziehen der Hebel 4 Secunden erforderlich sind, so dauert jede der einzelnen Aufziehungen 15″,45 und es finden während der 6 stündigen Arbeitszeit folglich $\frac{21600''}{15'',45} = 1398$ solcher partieller Aufziehungen statt. Der tägliche Verlust an Arbeit beträgt folglich 4,164 Kil. × 1398 = 5821,272 Kil. und da die beiden Menschen nach der Tafel II in 6 Stunden eine Quantität Arbeit = 77760 Kil. × 2 = 155520 Kil. herorbringen können; so sieht man daß durch die Maschine wenigstens 0,037 oder ungefähr $\frac{1}{27}$ der täglichen Arbeit des Bewegers consumirt werden.

Radwelle mit Kurbelstange.

§. 26. Die Radwelle mit der Kurbel- oder Lenkstange unterscheidet sich von der Kurbelwelle blos dadurch, daß der Beweger nach einer geradlinigen statt einer kreisförmigen Richtung wirkt. Die Lenkstange *AB* (Figur 6) ist mit dem Kurbelarme *AC* an dem einen Ende durch ein Gelenk und an dem andern Ende mit einem Läufer *AD* verbunden, welcher sich in einer Nute hin- und herbewegen kann und durch diese seine hin- und hergehende verticale oder horizontale Bewegung den Kurbelarm herumdreht.

Bei dieser Maschine ist also die Kurbel nur ein Modificator, die Lenkstange ein Communicator und der Läufer ein Receptor.

Offenbar muß der Kurbelarm im Ruhezustande die Lage *CE* haben, und der Beweger würde folglich die Maschine nicht in Bewegung setzen können, wenn man ihm nicht zu Hülfe käme und die Warze *B* nicht aus der Verticale *CE* entfernte. Offenbar giebt es auch zwei todte Punkte (§. 6), den einen in *E*, wenn der Kurbelarm vertical von oben nach unten und den andern in *F*, wenn er vertical von unten nach oben gerichtet ist. In diesen beiden Lagen würde der Beweger die Zapfen nur gegen ihre Lager drücken können, wenn er fortführe, den Läufer ab- oder aufwärts zu bewegen. Die Grenze des Niedersteigens wird also durch $EG = AB$ und die des Aufsteigens durch $FH = AB$ oder durch $GH = EF$ angegeben.

Es muß also bei der Radwelle mit Kurbelstange, wenn sie einigermaßen gleichförmig arbeiten soll, ein Schwungrad angebracht werden, welches sich mit einer hinreichenden lebendigen Kraft bewegt, und ungeachtet des Widerstandes den Kurbelarm über die Lagen *CE*, *CF* hinausführen kann, weil der Beweger in diesen Lagen des Kurbelarms die Unterhaltung der Bewegung nicht bewirken kann.

§. 27. Um die auf den Läufer auszuübende mittlere Kraft *Q* zu bestimmen, muß man zunächst die mittlere Zugkraft *T* bestimmen, welche die Lenkstange auf die Warze *B* ausübt. Zu diesem Zwecke wollen wir durch θ die Länge des Bogens bezeichnen, welcher auf dem Kreise von dem Halbmesser = 1 zwischen der Verticale *CE* und dem Kurbelarme in einer beliebigen Lage

BC liegt, durch α, β die Bogen von demselben Halbmesser, welche die Winkel zwischen der Lenkstange und der Verticale AC und dem Kurbelarme BC messen, durch R die Länge des Kurbelarmes, durch r, ϱ resp. den Halbmesser der Welle und der Zapfen, durch P, p den Hauptwiderstand und das Gewicht der Radwelle, durch l die Länge AB der Kurbelstange, und endlich wollen wir von der Reibung der Warze B abstrahiren, aber sie später in die Formel einführen. Was das Gewicht der Kurbelstange anlangt, so kann dasselbe unberücksichtigt bleiben, weil die während des Aufsteigens durch sie consumirte Quantität Arbeit während des Niedersteigens restituirt wird.

Die Zugkraft T kann man sich in zwei andere zerlegt denken, wovon die eine $T\sin\beta$ nach der Tangente des von B beschriebenen Kreises und die andere nach BC gerichtet ist. Die erste allein bringt eine mechanische Arbeit hervor und giebt für die Zeit dt:

$$T\sin\beta \times R\,d\vartheta,$$

welches Produkt der Summe der durch alle Widerstände während derselben Zeit dt consumirten Quantitäten Arbeit gleich sein muß.

Der Hauptwiderstand P durchläuft einen Weg $r\,d\vartheta$ und wenn man wegen der Steifigkeit des Seiles:

$$\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)$$

addirt, so findet man, daß:

$$\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]r\,d\theta = P'r\,d\theta$$

die während der Zeit dt durch das Aufsteigen von P consumirte Quantität Arbeit ist.

Die verticalen Kräfte, welche auf die Zapfen einen Druck ausüben, sind P, p und $-T\cos\alpha$, und nur die Kraft $T\sin\alpha$ übt einen horizontalen Druck aus. Der Gesammtdruck ist folglich:

$$\sqrt{(P+p-T\cos\alpha)^2+(T\sin\alpha)^2}$$

$$=0{,}96(P+p-T\cos\alpha)+0{,}4\,T\sin\alpha,$$

und da der Angriffspunkt der Reibung den Weg $\varrho\,d\theta$ durchläuft, so consumirt sie eine Quantität Arbeit, welche ausgedrückt wird durch:

$$f'\varrho\,d\theta\,[0{,}96(P+p-T\cos\alpha)+0{,}4\,T\sin\alpha].$$

Folglich ist:

$$TR\sin\beta\,d\theta = P'r\,d\theta + f'\varrho\,d\theta\,[0{,}96(P+p-T\cos\alpha)+0{,}4\,T\sin\alpha].$$

Um aber diese Gleichung zu integriren, muß man für α und β ihre Werthe als Functionen von θ substituiren. Diese drei Bogen sind durch die Relationen:

$$l\sin\alpha = R\sin\theta,\ \theta = \alpha+\beta$$

mit einander verbunden, wovon die erste

$$\sin\alpha = \frac{R}{l}\sin\theta, \quad \text{und näherungsweise } \cos\alpha = \left(1-\frac{R^2}{l^2}\sin 2\theta\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1-\tfrac{1}{2}\frac{R^2}{l^2}\sin^2\theta = 1-\tfrac{1}{2}\frac{R^2}{l^2}(1-\cos^2\theta) = 1-\frac{R^2}{2l^2}$$

$$+\frac{R^2}{2l^2}\cos^2\theta.$$

giebt

Aus der zweiten folgt $\beta = \theta-\alpha$, und folglich ist:

$$\sin\beta = \sin\theta\cos\alpha - \sin\alpha\cos\theta$$

$$= \sin\theta\left(1-\frac{R^2}{2l^2}+\frac{R^2}{2l^2}\cos^2\theta\right)-\frac{R}{l}\sin^\theta\cos\theta.$$

Der erste Theil der vorhergehenden Differenzialgleichung verwandelt sich also in:

$$TR\left(\sin\theta\,d\theta-\frac{R^2}{2l^2}\sin\theta\,d\theta+\frac{R^2}{2l^2}\cos\theta\sin\theta\,d\theta-\frac{R}{l}\sin\theta\cos^\vartheta d\theta\right),$$

und das Integral desselben ist:

$$TR\left(-\cos\theta+\frac{R^2}{2l^2}\cos\theta-\frac{R^2}{6l^2}\cos^3\theta-\frac{R}{2l}\sin^2\theta\right)+C.$$

Dieses Integral muß von $\theta = 0$ bis $\theta = \pi$ genommen werden, wenn man blos die aufsteigende Bewegung betrachten will. Die erste Grenze giebt:

$$\sin\theta = 0,\ \cos\theta = -1, \text{ und } TR\left(1-\frac{R^2}{2l^2}+\frac{R^2}{6l^2}\right)+C$$

und die zweite:

$$\sin\theta = 0,\ \cos\theta = 1,\ TR\left(-1+\frac{R^2}{2l^2}-\frac{R^2}{6l^2}\right)+C,$$

und folglich hat man für ein Aufsteigen:

$$\int TR\sin\beta\,d\theta = TR\left(2-\frac{R^2}{l^2}+\frac{R^2}{3l^2}\right) = TR\left(2-\frac{2R^2}{3l^2}\right).$$

Was den zweiten Theil der obigen Differenzialgleichung betrifft, so erhält man, wenn man die verschiedenen Glieder successive integrirt:

$$\int P' r\, d\theta = P' r \theta + C = P' r \pi,$$

$$\int f' \varrho\, d\theta\, [0{,}96\,(P+p)] = 0{,}96 f' \varrho \pi (P+p),$$

$$\int (-0{,}96 f' \varrho\, T \cos\alpha\, d\theta)$$

$$= \int \left[-0{,}96 f' \varrho\, T \left(d\theta - \frac{R^2}{2l^2}\, d\theta + \frac{R^2}{2l^2} \cos^2\theta\, d\theta \right) \right]$$

$$= -0{,}96 f' \varrho \pi T + 0{,}96 \frac{R^2}{2l^2} f' \varrho \pi T$$

$$- 0{,}96 \frac{R^2}{2l^2} f' \varrho\, T \int \cos\theta \cos\theta\, d\theta.$$

Nun ist aber:

$$\int \cos\theta \cos\theta\, d\theta = \int (1 - \sin^2\theta)^{\frac{1}{2}} \cos\theta\, d\theta$$

$$= \int (1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\theta) \cos\theta\, d\theta$$

$$= \int (\cos\theta\, d\theta - \tfrac{1}{2}\sin^2\theta\, d\sin\theta)$$

$$= \sin\theta - \tfrac{1}{6}\sin^3\theta + C,$$

und wenn man dieses Integral von $\theta = 0$ bis $\theta = \pi$ nimmt, so erhält man Null zum Resultate. Folglich ist:

$$\int (-0{,}96 f' \varrho\, T \cos\alpha\, d\theta) = 0{,}96 f' \varrho \pi T \left(\frac{R^2}{2l^2} - 1 \right),$$

und endlich:

$$\int 0{,}4 f' \varrho\, T \sin\alpha\, d\theta = \int 0{,}4 f' \varrho\, T \frac{R}{l} \sin\theta\, d\theta$$

$$= -0{,}4 f' \varrho\, T \frac{R}{l} \cos\theta + C$$

$$= 0{,}4 f' \varrho\, T \frac{R}{l} - \left(-0{,}4 f' \varrho\, T \frac{R}{l} \right) = 0{,}8 f' \varrho\, T \frac{R}{l}.$$

Die Integration der obigen Differenzialgleichung giebt also:

$$2TR \left(1 - \frac{R^2}{3l^2} \right) = P' r \pi + 0{,}96 f' \varrho \pi (P+p)$$

$$+ 0{,}96 f' \varrho \pi T \left(\frac{R^2}{2l^2} - 1 \right) + 0{,}8 f' \varrho\, T \frac{R}{l},$$

und folglich:

$$T'=\frac{\left[P+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bP)\right]r\pi+0{,}96f'\varrho\pi(P+p)}{2R-\frac{R}{l}\left(\frac{2R^2}{3l}+0{,}96f'\varrho\pi\frac{R}{2l}+0{,}8f'\varrho\right)+0{,}96f'\varrho\pi}$$

oder vielmehr:

$$T=\frac{P\pi\left(r+\frac{d^{\mu}b}{2}+0{,}96f'\varrho\right)+0{,}96f'\varrho\pi p+\frac{d^{\mu}a\pi}{2}}{2R-\frac{R}{l}\left(\frac{2R^2}{3l}+0{,}96f'\varrho\pi\frac{R}{2l}+0{,}8f'\varrho\right)+0{,}96f'\varrho\pi}.$$

§. 28. Die mittlere Zugkraft T' ist bei dem Niedersteigen nicht ganz dieselbe, wie bei dem Aufsteigen; sie verwandelt sich alsdann in einen Druck und die verticale Componente $T'\cos\alpha$ verbindet sich mit $P+p$, um auf die Zapfen einen Druck auszuüben; aber es ist leicht einzusehen, daß der Werth von T' diesem Falle entspricht, wenn man darin die Zeichen der beiden von $T'\cos\alpha$ herrührenden Glieder $0{,}96f'\varrho\pi\frac{R}{2l}$ und $0{,}96f'\varrho\pi$ in die entgegesetzten verwandelt.

§. 29. Um die an der Warze B stattfindende Reibung in Rechnung zu bringen, braucht man nur im zweiten Theile der letzten Gleichung zwischen den endlichen Quantitäten Arbeit das Glied $f'T'\varrho'\pi$ oder im Nenner des Ausdruckes für T' das Glied $-f'\varrho'\pi$ hinzuzufügen; denn der Angriffspunkt der Reibung $f'T'$ durchläuft sowohl bei dem Auf- wie bei dem Niedersteigen auf der Warze B offenbar einen halben Kreisumfang, dessen Länge $=\varrho'\pi$ ist, wenn ϱ' den Halbmesser des Bolzen der Warze bezeichnet.

§. 30. Es bleibt nun endlich noch die mittlere Kraft Q zu bestimmen übrig, welche der Beweger auf den Läufer ausüben muß. Diese Kraft besteht aus zwei andern, wovon die eine der Kraft $T\cos\alpha$ das Gleichgewicht hält, während die andere die durch den horizontalen Druck $T\sin\alpha$ in der Nute oder Leitung hervorgerufene Reibung überwindet. Da diese Reibung nach einer geradlinigen Richtung stattfindet, so ist ihr Verhältniß zum Drucke $=f$, und folglich:

$$Q=T\cos\alpha+fT\sin\alpha=T\left(1-\frac{R^2}{2l^2}\sin^2\theta+f\frac{R}{l}\sin\theta\right),$$

wo T die mittlere Zug- oder Druckkraft der Bläuelstange bezeichnet. Hieraus folgt, daß $Q=T$ ist, wenn $\theta=0$ oder $\theta=\pi$ ist, und daß:

$$Q=T\left(1-\frac{R^2}{2l^2}+f\frac{R}{l}\right)$$

ist, wenn $\theta = \frac{\pi}{2}$ ist. Dieser zweite Werth ist größer, oder kleiner als der erste, je nachdem $\frac{R}{2l} < f$ oder $\frac{R}{2l} > f$ ist; allein sie sind offenbar zwei Grenzen, und man kann folglich ihre halbe Summe ohne großen Fehler für den mittleren Werth von Q nehmen, wodurch man erhält:

$$Q = T\left(1 - \frac{R^2}{4l^2} + f\frac{R}{2l}\right).$$

Streng genommen müßte man zu Q noch die Kraft addiren, welche zur Ueberwindung der Reibung in dem Gelenke A erfordert wird, allein diese Reibung hat offenbar einen noch geringern Einfluß, wie die an der Warze B.

Erdwinde.

§. 31. Der Haspel mit Hebeln bekommt den Namen Erdwinde, wenn der Modificatorcylinder vertical steht (Figur 7) und alle Hebel sich an dem obern Ende desselben befinden, welches der Kopf der Winde genannt wird, woran sich eine Scheibe befindet, die bis auf die Oberfläche der Welle mit Löchern durchbrochen ist, in welche die Hebel gesteckt werden, deren man mehr als vier anwenden kann, um eine größere Anzahl von Menschen an der Erdwinde arbeiten lassen zu können, indem sie alle schieben oder ziehen.

Da die Axe der Erdwinde kaum 1 Meter lang ist und diese Maschine angewandt wird, um Lasten auf größere Entfernungen fortzubewegen, so muß das Seil, indem es sich auf die Welle wickelt, zugleich wieder abgewickelt werden, so daß es nicht mehr als drei oder vier Windungen um die Welle bildet. Man befestigt daher das eine Ende des Seiles nicht an dem Modificator, sondern läßt es von einem Arbeiter halten, und wenn es sich nicht mehr aufwickeln kann, so schiebt man es wieder gegen das untere Ende des Modificators, indem man mit einem Hebel darauf schlägt, aus welchem Grunde der Modificator nach unten etwas kegelförmig ausläuft.

Damit die Erdwinde transportabel sei, drehen sich der untere und obere Zapfen des Modificators resp. in einer Pfanne und in einem Ringe oder Bande, welche sich an einem Gestelle von starkem Holze befinden, und dieses Gestell wird durch zwei Pfähle, welche auf der der Last entgegengesetzten Seite in die Erde geschlagen sind, in einer festen Lage erhalten.

Die Dimensionen der Erdwinde sind sehr verschieden und die wesentlichsten hängen von der Größe der zu bewegenden Massen ab; aber gewöhnlich sind sie ungefähr dieselben, wie die des Tretrades und es ist z. B. der Angriffspunkt des Bewegers im Mittel 3^m von der Axe des Cylinders entfernt und endlich beträgt der Halb-

messer dieses Cylinders mit Einschluß des Halbmessers des Seiles $0^m,25$.

§. 32. Die Erdwinde kann wie eine Kurbelwelle betrachtet werden, und zur Aufstellung der Relation zwischen der Kraft und dem Hauptwiderstande ist es hinreichend, den weiter oben gefundenen Ausdruck für die auf die Kurbelwelle auszuübende mittlere Kraft nach den besonderen Bedingungen der jetzt zu betrachtenden Maschine zu modificiren. Im §. 9 haben wir gefunden, daß diese mittlere Kraft bei einem einzigen Beweger, und wenn der Hauptwiderstand nach einer verticalen Richtung wirkt, ausgedrückt wird durch:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} + \varrho f' p}{R - 0{,}2546 f' \varrho}.$$

Bei der Erdwinde hat das Gewicht p der Maschine auf die Reibung des obern Zapfens keinen Einfluß, und folglich muß das Glied $\varrho f' p$ hinwegfallen; allein dieses Gewicht p bewirkt eine Reibung auf dem untern Zapfenlager. Es sei ϱ' der kleinste Halbmesser des untern Zapfens und f'' der entsprechende Reibungscoefficient. Wenn man sich den Druck p gleichförmig auf die ganze Fläche des kleinen Berührungskreises vertheilt denkt, so wird der Druck auf einen Sector von einem unendlich kleinen Bogen durch dp ausgedrückt, und man kann sich diesen Druck dp als im Schwerpunkte dieses Sectors, d. h. in einer Entfernung $= \frac{2}{3}\varrho'$ vor der Axe, wirkend vorstellen. Der Angriffspunkt des Reibungselementes $f'' dp$ durchläuft folglich einen Weg $= \frac{2}{3}\varrho' \times 2\pi$, während einer ganzen Umdrehung und die dadurch consumirte Quantität Arbeit wird ausgedrückt durch:

$$f'' dp \times \tfrac{2}{3}\varrho' \times 2\pi.$$

Die Gesammtreibung consumirt also während einer ganzen Umdrehung eine Quantität Arbeit $= \frac{2}{3}\varrho' f'' p \times 2\pi$. Dieses Glied müßte man zu dem zweiten Theile der Gleichung zwischen den endlichen Quantitäten Arbeit, welche $2\pi RQ$ giebt, addiren, oder $\frac{2}{3}\varrho' f'' p$ zu dem Zähler des Werthes von Q, wodurch man erhält:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} + \frac{2}{3}\varrho' f'' p}{R - 0{,}2546 f' \varrho}.$$

§. 33. Wenn die Arbeiter symmetrisch um die Axe vertheilt sind, statt alle an dem Ende eines einzigen Hebels zu wirken, so kann man die Erdwinde mit der Welle mit zwei Kurbeln vergleichen und man hat:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} + \frac{2}{3}\varrho' f'' p}{R}.$$

§. 34. Wir wollen endlich annehmen, daß sich an der Erdwinde zwei einander gerade entgegengesetzte Hebel befinden, wovon an dem einen n und an dem andern $n+1$ Menschen arbeiten und R bezeichne den mittleren Hebelarm der ersten Gruppe; so trägt der Arbeiter, welchem kein symmetrisch stehender entspricht allein zur Zapfenreibung bei, und man muß das Glied $0{,}2546 f' \varrho \frac{Q}{2n+1}$ für $0{,}2546 f' \varrho$ setzen, wodurch man erhält:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^\mu b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^\mu a}{2} + \frac{2}{3}\varrho' f'' p}{R + 0{,}2546 \frac{f' \varrho}{2n+1}}.$$

§. 35. Wir haben in dem Vorhergehenden angenommen, daß das Seil immer eine horizontale Richtung habe und diese Annahme ist erlaubt, so lange die sich auf einer horizontalen Ebene bewegende Last hinreichend weit von der Welle der Winde entfernt ist; allein wenn sie derselben im Gegentheil sehr nahe liegt, oder sich auf einer schiefen Ebene bewegt, so hat die Spannung P des Seiles eine zu der Axe parallele Componente, wodurch die Reibung des untern Zapfens beträchtlich vergrößert wird, welche Reibungszunahme in dem Falle eines horizontalen Weges in Rechnung gebracht wird, wenn man $p + P\frac{\cos\alpha + \cos\alpha'}{2}$ für p setzt, wo α und α' die Winkel bezeichnen, welche eine durch die Mitte der Axe nach dem Befestigungspunkte des Seiles an der Last in der größten und kleinsten Entfernung derselben gezogene gerade Linie mit der Verticale bildet. Man betrachte auf diese Weise eine mittlere Componente, weil man wegen des Herunterschiebens des Seiles nicht alle Veränderungen des Winkels in Rechnung bringen kann.

In dem Falle einer schiefen Ebene (Figur 8) muß man $p + P.\sin\beta$ für p setzen, wo β den Winkel bezeichnet, welchen die geneigte Ebene mit dem Horizonte bildet.

Was die Spannung P anlangt, wenn der Transport ohne Rollen oder Walzen geschieht, so ist dieselbe auf horizontalem Boden $= fP'$, wo P' das Gewicht der Last und f den einem Normaldrucke entsprechenden Reibungscoefficienten bezeichnet. Auf einer geneigten Ebene ist $P = P'\sin\beta + fP'\cos\beta$; denn da bei der aufsteigenden Bewegung die Reibung $fP'\cos\beta$ beständig durch die bewegende Kraft aufgehoben wird, so vermindert sie die zu der Ebene parallele Componente $P'\sin\beta$ nicht, wie bei dem Herabgleiten.

Untersuchen wir nun, welchen Werth P hat, wenn sich die Last in horizontaler Richtung auf Rollen oder Walzen bewegt, deren man wenigstens zwei, die eine A in der Mitte der Länge des zu bewegenden Körpers und die andere B am vordern Ende desselben anwenden muß (Figur 9). Wenn sich die Walze A blos um ihre Axe drehte, so daß statt des Punktes C der Punkt D der Berührungs-

punkt mit dem Boden würde, so nähme der Durchmesser DE die verticale Lage CH an, der Punkt E käme mit einem Punkte G der Last von solcher Beschaffenheit in Berührung, daß GH dem Bogen HE oder CD gleich wäre, und der Pünkt G hätte, wie jeder andere Punkt des Körpers, einen Weg GH durchlaufen.

Wenn die Walze A, statt sich zu drehen, auf dem Boden fortgleitete, so würde sie die Last mit sich fortbewegen, indem sie dieselbe beständig in H berührte, und wenn die Axe der Walze einen Weg $AA' = CD'$ durchlaufen hätte, so befände sich der Punkt H in H' und jeder andere Punkt des Körpers würde auch einen Weg $= CD'$ durchlaufen haben.

Wenn aber die Walze fortrollt, so wird hinsichtlich der Fortbewegung der Last dasselbe bewirkt, als durch die Drehung und das Fortgleiten zusammengenommen, und wenn in Folge des Fortrollens alle Punkte des Bogens CD mit dem Boden in Berührung gewesen sind, so befindet sich der Punkt D in D', wenn $CD' = CD$ ist, der Punkt A befindet sich in A' und die Walze hat sich um die Größe CD oder EH um ihre Axe gedreht, weil DE die verticale Lage $D'H'$ angenommen hat. Die Last ist also in Folge der Rotation der Walze um $EH = GH$ fortgerückt und zu gleicher Zeit hat sie vermöge der fortrückenden Bewegung der Axe A einen Weg CD' oder $HH' = EH$ durchlaufen, und folglich ist der ganze Weg GH' der Last doppelt so groß, als der Weg AA' der Walze.

Uebrigens ist einleuchtend, daß die Reibungen F, F' der Walzen auf dem Boden und an der unteren Fläche der Last die Widerstände sind, welche die Spannung T hervorbringen und in tangentialer Richtung an den Walzen wirken, um ihre Drehung zu verhindern und dieselbe Wirkung hervorbringen, wie ein einziger ebenfalls nach einer tangentialen Richtung wirkender Widerstand, welcher ihrer Summegleich, und z. B. von H' gegen H gerichtet ist. Folglich ist dieser Widerstand $= F + F'$ und die Quantität Arbeit, welche er consumirt $= (F + F')C$, wenn C den von einer Walze durchlaufenen Weg bezeichnet. Aber die Last oder der Angriffspunkt der Spannung durchläuft in derselben Zeit einen Weg $= 2C$ und die von dieser Spannung hervorgebrachte Quantität Arbeit ist $= P \times 2C$. Man hat folglich:

$$2PC = (F + F')C \text{ und } P = \frac{F + F'}{2}.$$

Die Kraft, welche der Transport auf Walzen und auf einem horizontalen Boden erfordert, ist also der halben Summe der beiden Reibungen der Walzen gleich. Auf einer geneigten Ebene ist die Spannung P offenbar der halben Summe der beiden Reibungen gleich, welche die normalen Componenten der Gewichte der Last und der beiden Walzen und die Summe der zu der geneigten Ebene parallelen Componenten hervorrufen.

§. 36. Um von der Theorie der Erdwinde eine Anwendung zu machen, wollen wir annehmen, daß ein Steinblock auf Walzen von ulmen Holz längs eines festen und ebenen Weges von einer

Neigung von 30° fortbewegt werden soll und daß die Arbeiter an den Hebeln eine symmetrische Stellung haben; so muß man die Gleichung:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} - \frac{7}{8}\varrho' f'' p}{R}$$

anwenden.

Wir wollen mit P', p' resp. das Gewicht des Steinblockes und das einer Walze bezeichnen, so wird die Summe der zu der geneigten Ebene parallelen Componenten dieser Gewichtskräfte durch:

$$(P' + 2p')\sin 30^{0} = 0{,}5\,(P' + 2p'),$$

der Normaldruck auf die Walzen durch:

$$P'\cos 30^{0} = 0{,}866\,P'$$

und der Normaldruck auf den Boden durch:

$$(P' + 2p')\cos 30^{0} = 0{,}866\,(P' + 2p')$$

ausgedrückt.

Bekanntlich ist der Coefficient der rollenden Reibung für ein gußeisernes Rad auf einem festen und ebenen Boden $= 0{,}0185$. Da aber eine Walze weniger eingedrückt wird als ein Rad, so können wir blos $0{,}01$ nehmen, und da die Reibung dem Halbmesser des rollenden Körpers umgekehrt proportional ist; so wird die Reibung der Walzen auf den Boden, wenn ihr Halbmesser $= 0^{m},1$ ist, ausgedrückt durch:

$$F = \frac{0{,}866\,(P' + 2p')\,0{,}01}{0{,}1} = 0{,}0866\,(P' + 2p').$$

Die Reibung der Walzen unter dem Steinblocke ist der auf einem ebenen Pflaster ähnlich, so daß der anzuwendende Reibungscoefficient $= 0{,}0074$ und die Reibung:

$$F' = \frac{0{,}866\,P' \times 0{,}0074}{0{,}1} = 0{,}0641\,P'$$

ist. Folglich ist:

$$P = \frac{F + F'}{2} + 0{,}5\,(P' + 2p')$$

$$= \frac{0{,}0866\,(P' + 2p') + 0{,}0641\,P'}{2} + 0{,}5\,(P' + p')$$

$$= 0{,}57535\,P' + 1{,}0866\,p'.$$

Außerdem wissen wir, daß $r = 0^m,25$, $R = 3^m$ ist (§. 31) und in §. 13 haben wir für ein neues Seil von $0^m,04$ im Durchmesser gefunden:

$$\frac{d^\mu b}{2} = 0^m,0195, \quad \frac{d^\mu a}{2} = 0,445 \text{ Kil.}$$

Ferner kann man $\varrho = 0^m,12$, $\varrho' = 0^m,01$ nehmen, und wenn der obere Zapfen aus eichen Holz und der Ring, worin er sich dreht, aus Eisen besteht, so ist $f' = 0,08$. Da ferner der untere Zapfen von Eisen und sein Lager von Bronze ist, so ist $f'' = 0,1$. Endlich muß man für p setzen:

$$p + P \sin 30^o = p + (0,57535\,P' + 1,0866\,p')\,0,5$$
$$= p + 0,287675\,P' + 0,5433\,p'.$$

Hieraus ergiebt sich:

$$Q = \frac{\left[\begin{array}{l}(0,57535\,P' + 1,0866\,p')(0^m,25 + 0^m,0195 + 0^m,12 \times 0,08) \\ + 0,445 \text{ Kil.} + \frac{2}{3} \times 0^m,01 \times 0,1\,(p + 0,287675\,P' + 0,5433\,p')\end{array}\right]}{3^m}$$

$$= \frac{\left[\begin{array}{c}(0,57535\,P' + 1,0866\,p')\,0^m,2791 + 0,445 \text{ Kil.} \\ + 0^m,0007\,(p + 0,287675\,P' + 0,5433\,p')\end{array}\right]}{3^m}$$

$$= 0,0536\,P' + 0,1012\,p' + 0,0002\,p + 0,148 \text{ Kil.}$$

Wenn man die Nebenwiderstände unberücksichtigt ließe, so hätte man:

$$Q'R = Pr \text{ und } Q' = \frac{Pr}{R} = \frac{(0,57535\,P' + 1,0866\,p')\,0^m,25}{3^m}$$

$$= 0,0479\,P' + 0,09\,p'.$$

Die Maschine consumirt also eine Kraft:

$$Q - Q' = 0,0057\,P' + 0,0112\,p' + 0,0002\,p + 0,148 \text{ Kil.}$$

§. 37. Aus der Tafel III sieht man, daß ein Arbeiter, welcher nach einer geraden und horizontalen Richtung zieht, bei der täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden und bei der Geschwindigkeit von $0^m,6$ in einer Secunde eine Kraft von 12 Kil. ausüben kann. Wenn wir nun wegen der beständig veränderlichen Richtung bei der kreisförmigen Bewegung die Geschwindigkeit auf $0^m,5$ reduciren, so ergiebt sich, daß ein Mensch dem Seile der Erdwinde während einer 8 stündigen täglichen Arbeitszeit eine Geschwindigkeit von ungefähr $\frac{0^m,5}{3} \times 0,25 = 0^m,042$ ertheilen und auf den Hebel eine Kraft von

12 Kilgr. ausüben kann. Was die daraus entspringende Spannung des Seiles anlangt, so fände man sie, wenn die Arbeiter eine symmetrische Stellung haben, durch die Gleichung:

$$12\,\text{Kil.} = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu}b}{2} + \varrho f'\right) + \frac{d^{\mu}a}{2} + \frac{2}{3}\varrho' f'' p}{R},$$

worin P die einzige unbekannte Größe ist.

Vermittelst der zwischen der Spannung P des Seiles und dem Gewichte P' der Last stattfindenden Relation könnte man nun auch leicht das Gewicht finden, welches ein Mensch zu bewegen im Stande ist, und folglich auch die Anzahl der Menschen, welche zur Fortbewegung einer gegebenen Last erforderlich sind.

Man hätte z. B. in dem Falle des Transportes ohne Walzen auf horizontalem Boden:

$$P = fP' \text{ und } P' = \frac{P}{f},$$

für die Last, welche ein einziger Mensch zu bewegen im Stande ist.

Wenn der Transport auf horizontalem Boden und auf Walzen geschieht und das Seil als zu dem Boden parallel angenommen werden kann, so muß man die Gleichung:

$$P = \frac{(P' + 2p')\,0{,}01 + 0{,}0074\,P'}{0{,}1}$$

anwenden, wenn die Last und die Walzen die weiter oben angenommen sind, und aus dieser Gleichung ergiebt sich:

$$P' = \frac{0{,}1\,P - 0{,}02\,p'}{0{,}0174}.$$

Für den Fall einer geneigten Ebene und ohne Walzen hätte man:

$$P = fP'\cos\beta + P'\sin\beta, \text{ folglich } P' = \frac{P}{f\cos\beta + \sin\beta}.$$

und für einen ähnlichen Transport, wie der vorhin berechnete, fände man:

$$P = 0{,}57535\,P' + 1{,}0866\,p' \text{ und } P' = \frac{P - 1{,}0866\,p'}{0{,}57535}.$$

Feste Rolle.

§. **38.** Die Rolle ist ein Rad, welches an seiner cylindrischen Oberfläche eine Vertiefung oder Nute zur Aufnahme eines Seiles hat. Der Querschnitt dieser Nute bildet einen spitzen Winkel oder einen doppelten Winkelhaken; allein bei genau construirten Maschinen wendet man immer die zweite Form an, weil man bei der ersten das Seil nicht so leicht frei machen kann. Das Rad ist in seinem Mittelpunkte mit einem Loche durchbrochen, welches das Auge genannt wird, und mit einer Büchse von Bronze versehen ist.

Diese Büchse dient zur Aufnahme einer eisernen Axe, welche mit ihren beiden Enden in den Backen eines eisernen Biegels befestigt ist, der in einen Haken ausläuft. Die Rolle wird eine feste genannt, wenn der Haken an einem festen Widerstande aufgehangen ist (Figur **10** und **11**) und die Axe befindet sich alsdann unter dem Haken, der obere Theil der Rolle liegt zwischen den Backen des Biegels, die Last ist an dem einen Ende des Seiles aufgehangen und der Beweger zieht an dem andern Ende dieses Seiles, wodurch die Last gehoben wird, indem sich gleichzeitig die Rolle um ihre Axe dreht.

Man sieht, daß die feste Rolle ein bloßer Modificator der Bewegung wäre, wenn das Seil vermöge seiner Steifigkeit den Hebelarm der Last nicht größer machte, als den der Kraft; allein wegen des Unterschiedes dieser beiden Hebelarme wird auch die Intensität der Kraft vergrößert. Gleichwohl kann diese Maschine oft mit Vortheil angewandt werden, weil man vermittelst derselben an dem Seile, woran die Last hängt von oben nach unten ziehen kann, welches leichter ist, als der Zug von unten nach oben, und weil zugleich der Beweger das Gewicht seines Körpers zum Theil mitwirken lassen kann.

Die Dimensionen einer festen Rolle sind sehr verschieden; jedoch wollen wir bemerken, daß die Steifigkeit des Seiles für eine große Rolle geringer ist, als für eine kleine, und daß eine desto geringere Kraft erfordert wird, der Reibung das Gleichgewicht zu halten, je größer das Verhältniß zwischen dem Halbmesser der Rolle und dem des Auges ist. Eine größere Rolle hat zwar auch ein größeres Gewicht als eine kleine, und folglich ist auch, unter übrigens gleichen Umständen, für sie die Reibung an der Axe beträchtlicher; allein man sieht leicht ein, daß die Veränderungen in einem so geringen Gewichte, wie das einer Rolle nur sehr geringe Veränderungen in den Nebenwiderständen bewirken können. Es ist daher vortheilhaft, den Hebelarm der Kraft zu vergrößern, obgleich damit eine Zunahme der Axenreibung verbunden ist.

§. **39.** Die feste Rolle kann offenbar als ein mit einem Gewichte belastetes Tretrad betrachtet werden, und folglich ist die Relation zwischen der Kraft Q und der Last P, wie in §. **16**:

$$Q = \frac{P\left(r + \frac{d^{\mu} b}{2} + 0{,}96 f' \varrho\right) + \frac{d^{\mu} a}{2} + 0{,}96 p f' \varrho}{R - (0{,}96 \cos\alpha + 0{,}4 \sin\alpha) f' \varrho},$$

Aber hier ist R, wie r, die Entfernung R' des Bodens der Nute vom Mittelpunkte der Rolle, vermehrt um den Halbmesser des Seiles. Da die Rotation des Rades um den Mittelpunkt des Auges geschieht, so ist der Halbmesser dieses letztern, nämlich ϱ der Hebelarm der Reibung. Endlich ist p blos das Gewicht der Rolle, denn das Gewicht des Biegels und der Axe wird von dem festen Punkte getragen, woran die Maschine aufgehangen ist.

Wenn also der Beweger an der festen Rolle nicht nach einer verticalen Richtung wirkt, wie der Hauptwiderstand, so hat man:

$$Q=\frac{P\left(R+\frac{d^{\mu}b}{2}+0{,}96f'\varrho\right)+\frac{d^{\mu}a}{2}+0{,}96pf'\varrho}{R-(0{,}96\cos\alpha+0{,}4\sin\alpha)f'\varrho},$$

und wenn die Kraft ebenfalls nach einer verticalen Richtung wirkt, so ist $\alpha=0$, $\cos\alpha=1$, $\sin\alpha=0$, und folglich:

$$Q=\frac{P\left(R+\frac{d^{\mu}b}{2}+0{,}96f'\varrho\right)+\frac{d^{\mu}a}{2}+0{,}96pf'\varrho}{R-0{,}96f'\varrho}.$$

§. 40. Wir wollen diese Formeln auf die feste Rolle in dem Artilleriehebezeuge anwenden, so ist $R'=0^m{,}09$, $d=0^m{,}04$, $\varrho=0^m{,}018$, $f'=0{,}19$, weil die Axe aus Eisen und die Büchse aus Bronze ohne Schmiere besteht, $\alpha=20^0$ der Winkel, welchen das von der festen Rolle nach der Welle des Hebezeuges gehende Seilstück mit der Verticale bildet, $P=660$ Kil., $p=10$ Kil.; $\frac{d^{\mu}b}{2}=0^m{,}0195$ und $\frac{d^{\mu}a}{2}=0{,}445$ Kil. (§. 13), endlich $\cos 20^0=0{,}94$ und $\sin 20^0=0{,}34$.

Hiernach ergiebt sich:

$$Q=\frac{\left[\begin{array}{c}660\,\text{Kil.}(0^m{,}11+0^m{,}0195+0{,}96\times 0^m{,}018\times 0{,}19)\\ +0{,}445\,\text{Kil.}+0{,}96\times 10\,\text{Kil.}\times 0^m{,}018\times 019\end{array}\right]}{0^m{,}11-(0{,}96\times 0{,}94+0{,}4\times 0{,}34)\,0^m{,}018\times 0{,}19}=827{,}76\,\text{Kil.}$$

Wenn die Kraft auf denselben Widerstand und vermittelst derselben Rolle nach einer verticalen Richtung wirkt, so hat man:

$$Q_1=\frac{88{,}115\,\text{Kil.}}{0^m{,}11-0{,}96\times 0{,}19\times 0^m{,}018}=823{,}5\,\text{Kil.}$$

Durch die Neigung der Richtung von Q um 20^0 wird also Q_1 nur um 4,26 Kil. kleiner als Q.

Wenn man von den Nebenwiderständen abstrahirt, so hat man für $\alpha=0$ blos:

$$Q' = \frac{660\,\text{Kil.} \times 0^m,11}{0^m,11} = 660\,\text{Kil.}$$

Die Maschine consumirt also eine Kraft $Q_1 - Q' = 163{,}5$ Kil., oder vielmehr sie vergrößert die Kraft Q' um etwas weniger als $\frac{1}{4}$ ihres Werthes, und da die Kraft und der Hauptwiderstand in derselben Zeit denselben Weg durchlaufen, so steht die von der Kraft hervorgebrachte Arbeit zu der auf die Last übertragenen in demselben Verhältnisse $= 5:4$.

Bewegliche Rolle.

§. **41.** Die Rolle wird eine **bewegliche** genannt, wenn der Hauptwiderstand an dem Haken ihres Biegels aufgehangen ist. In diesem Falle befindet sich die Axe der Rolle über dem Haken, der untere Theil der Rolle liegt zwischen den Backen des Biegels, das eine Ende des um die Rolle gelegten Seiles ist an einem festen Punkte befestigt, und der an dem andern Ende des Seiles ziehende Beweger setzt den Widerstand nebst der Rolle in Bewegung, wobei sich die Rolle um ihre Axe dreht.

Die bewegliche Rolle wird zum Heben von Lasten angewandt und um Zugkräfte nach einer geneigten Richtung wirken zu lassen; allein die Untersuchung für die erste Anwendungsart bedarf nur einer geringen Modification, um auch auf die zweite anwendbar zu werden. Die Bewegung kann durch die bewegliche Rolle nicht in eben dem Maaße modificirt werden, wie durch die feste Rolle, sondern sie dient vielmehr zur Abänderung der Kraft, welche sie beträchtlich vermindert. Sehr selten wird jedoch bei dem Heben von Lasten der Beweger unmittelbar an dem Seile angebracht, woran derselbe von unten nach oben ziehen müßte, wodurch wegen der Richtung seiner Bewegung eine Ermüdung entstehen würde, die den Vortheil der Maschine ganz auf Null reducirte.

§. **42.** Da die Kraft Q der Steifigkeit des an dem festen Punkte A befestigten Seiles und der Reibung an der Axe das Gleichgewicht mit halten muß, so muß sie größer sein, als die Spannung T (Figur **12**). Die Resultante aus beiden Kräften theilt also den Winkel, welche ihre Richtungen mit einander bilden nicht in zwei gleiche Theile, und geht folglich nicht durch den Mittelpunkt des Auges. Nun muß aber die Richtung, nach welcher der Widerstand P wirkt, der Resultante aus Q und T direct entgegengesetzt sein, weil der ersten dieser Kräfte während der ganzen Bewegung durch einen Theil der zweiten das Gleichgewicht gehalten wird. Folglich geht die gerade Linie, welche die Mitte der Axe mit dem Angriffspunkte von P verbindet auch nicht durch den Mittelpunkt des Auges, d. h. der Berührungspunkt des Auges und der Axe liegt nicht auf der Richtung von P.

Wir wollen annehmen, daß P das Gewicht einer Last sei, und p bezeichne das Gewicht der Rolle, p' das des Biegels nebst dem Seile, welches den Haken trägt, α, β seien die Winkel, welche die

Richtungen von Q, T resp. mit der Richtung von P bilden; so ist das zu hebende Gewicht $= P+p+p'$ und der Druck der Axe auf das Auge $= P+p'$, wenn der sehr kleine Winkel zwischen der Richtung von P und dem nach dem Berührungspunkte gehenden Halbmesser unberücksichtigt gelassen wird.

Die Last wird durch die Componenten $Q\cos\alpha$ und $T\cos\beta$ gehoben, indem sie einen Weg durchläuft, welcher dem von ihnen selbst durchlaufenen Wege gleich ist Die Gleichheit der Quantitäten Arbeit läuft also hier auf die Gleichheit der Kräfte hinaus, und man hat:

$$Q\cos\alpha + T'\cos\beta = P+p+p'.$$

Was die anderen Componenten anlangt, so müssen sie sich gegenseitig aufheben, damit die Richtung von P nicht geändert wird, und hieraus ergiebt sich die Relation:

$$Q\sin\alpha = T'\sin\beta$$

vermöge welcher der Winkel β von α abhängt.

Um Q zu bestimmen, muß für T sein Werth als Function der Kraft noch in den Ausdruck der Gesammtlast substituirt werden. Nun ist aber offenbar:

$$Q = T + \frac{d^\mu}{2R}(a+bT) + f'(P+p')\frac{\varrho}{R},$$

wo das zweite Glied im zweiten Theile die Steifigkeit des Seiles und das dritte die Axenreibung für den Hebelarm R des Bewegers ausdrückt.

Hieraus folgt:

$$T = \frac{QR - \frac{d^\mu a}{2} - f'\varrho(P+p')}{R+\frac{d^\varphi b}{2}},$$

$$Q\cos\alpha + \frac{QR - \frac{d^\mu a}{2} - f'\varrho(P+p')}{R+\frac{d^\mu b}{2}}\cos\beta = P+p+p',$$

$$QR\cos\alpha + Q\frac{d^\mu b}{2}\cos\alpha + QR\cos\beta - \frac{d^\mu a}{2}\cos\beta$$

$$-f'\varrho(P+p')\cos\beta = (P+p+p')\left(R+\frac{d^\mu b}{2}\right)$$

und:

$$Q = \frac{(P+p')\left(R+\frac{d^\mu b}{2}+f'\varrho\cos\beta\right)+p\left(R+\frac{d^\mu b}{2}\right)+\frac{d^\mu a}{2}\cos\beta}{R(\cos\alpha+\cos\beta)+\frac{d^\mu b}{2}\cos\alpha}.$$

Man könnte aus dieser Gleichung die Größe β fortschaffen, wenn man aus der Gleichung $Q\sin\alpha = T\sin\beta$ den Werth $\sin\beta = \frac{Q}{T}\sin\alpha$ ableitete und den Näherungswerth:

$$\cos\beta = \left(1 - \frac{Q^2}{T^2}\sin^2\alpha\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{Q^2\sin^2\alpha}{2T^2}$$

substituirte; allein man würde dadurch eine sehr weitläufige Gleichung des zweiten Grades und einen sehr complicirten Ausdruck für Q erhalten. Es ist daher zweckmäßiger, $\beta = \alpha$ zu setzen, obgleich α etwas größer ist; allein da der Unterschied nur gering ist und $\cos\beta$ im Zähler und Nenner des Ausdruckes von Q zugleich vorkommt; so wird der begangene Fehler eben nicht beträchtlich sein.

Man erhält also:

$$Q = \frac{(P+p')\left(R + \frac{d^\mu b}{2} + f'\varrho\cos\alpha\right) + p\left(R + \frac{d^\mu b}{2}\right) + \frac{d^\mu a}{2}\cos\alpha}{\left(2R + \frac{d^\mu b}{2}\right)\cos\alpha}.$$

Wenn die beiden Seilstücke zu der Richtung des Hauptwiderstandes parallel sind, so ist $\cos\alpha = 1$, $\cos\beta = 1$ und der eine, wie der andere Werth von Q verwandelt sich in:

$$Q = \frac{(P+p')\left(R + \frac{d^\mu b}{2} + f'\varrho\right) + p\left(R + \frac{d^\mu b}{2}\right) + \frac{d^\mu a}{2}}{2R + \frac{d^\mu b}{2}}.$$

Wenn endlich die bewegliche Rolle zur Ausübung einer Zugkraft nach einer geneigten Richtung angewandt würde, so könnte man sich derselben Formeln bedienen, wenn man für P die Spannung des an dem Haken befestigten Seiles und für p', p die nach der gegebenen Richtung wirkenden Componenten derselben substituirte.

§. 43. Es wird nicht unzweckmäßig sein, die bewegliche und die feste Rolle hinsichtlich der zum Heben einer gewissen Last erforderlichen Kräfte mit einander zu vergleichen. Zu dem Zwecke wollen wir von der ersten Maschine eine Anwendung machen, indem wir uns der im §. 40 für die zweite angeführten Data bedienen und die drei Seilstücke als vertical annehmen; so haben wir:

$$P + p' = 660\,\text{Kil.},\quad R = 0^m,11,\quad f' = 0,19,\quad \varrho = 0^m,018,\quad p = 10\,\text{Kil.},$$

$$\frac{d^\mu a}{2} = 0,445\,\text{Kil.},\quad \frac{d^\mu b}{2} = 0^m,0195,\ \text{und}$$

$$Q = \frac{\left[\begin{array}{l}660\,\text{Kil.}\,(0^m,11 + 0^m,0195 + 0,19\times 0^m,018)\\ +\,10\,\text{Kil.}\,(0^m,11 + 0^m,0195) + 0,445\,\text{Kil.}\end{array}\right]}{2\times 0^m,11 + 0^m,0195} = 373,56\,\text{Kil.}$$

Bei der betrachteten beweglichen Rolle ist also eine Kraft von ungefähr **0,566** der zu hebenden Last erforderlich, während bei derselben festen Rolle zum Heben von **660** Kil. eine Kraft von **823,5** Kil. erfordert wird, d. h. ungefähr **1,248** der Last, und folglich beträgt die erste Kräft nur **0,454** der zweiten.

§. **44.** Es läßt sich nun auch leicht die Zugkraft bestimmen, welcher der feste Punkt muß widerstehen können. Statt den vorhin abgeleiteten allgemeinen Ausdruck für T anzuwenden, kann man sich auch der Gleichung:

$$Q+T=P+p+p',$$

welche dem Falle zweier paralleler Seile entspricht, bedienen, und alsdann erhält man:

$$T=(P+p')+p-Q.$$

Substituirt man die obigen Data, so findet man:

$$T=660\,\text{Kil.}+10\,\text{Kil.}-373{,}56\,\text{Kil.}=296{,}44\,\text{Kil.}$$

Die Spannung des an dem festen Punkte befestigten Seiles kann also auf **0,79** von der Spannung des Seiles der Kraft angeschlagen werden.

Wenn keine Nebenwiderstände stattfänden, so hätte man:

$$T'=Q' \text{ und } 2Q'=(P+p')+p \text{ oder } Q'=\frac{(P+p')+p}{2}.$$

Folglich wäre $Q'=T'=\frac{670\,\text{Kil.}}{2}=335\,\text{Kil.}$, woraus erhellet, daß die Steifigkeit des Seiles und die Reibung die bewegende Kraft genau um eben so viel vergrößern, als sie die auf den festen Punkt ausgeübte Zugkraft vermindern, nämlich um **38,56** Kil., woraus man schließen muß, daß dieselben Ursachen auch die Kraft ungefähr um **0,115** ihres eigentlichen Werthes vergrößern.

§. **45.** Betrachten wir endlich noch den Fall, wo man mit der beweglichen Rolle noch eine feste Rolle anwendet, um der Kraft eine vortheilhafte Richtung zu geben; so müssen wir die Gleichung für die bewegliche Rolle (§. **42**):

$$Q=\frac{(P+p')\left(R+\frac{d^{\mu}b}{2}+f'\varrho\cos\beta\right)+p\left(R+\frac{d^{\mu}b}{2}\right)+\frac{d^{\mu}a}{2}\cos\beta}{R(\cos\alpha+\cos\beta)+\frac{d^{\mu}b}{2}\cos\alpha},$$

welche die Spannung des beide Rollen berührenden Seiles AB (Figur **13**) ausdrückt, mit der Gleichung:

$$Q_1 = \frac{P_1\left(R + \frac{d^\mu b}{2} + 0{,}96 f' \varrho\right) + \frac{d^\mu a}{2} + 0{,}96 p f' \varrho}{R - (0{,}96\cos\alpha + 0{,}4\sin\alpha) f' \varrho}$$

für die feste Rolle, woran die Kraft P_1 nach verticaler Richtung wirkt (§. 39) verbinden, was darin besteht, daß man für den Hauptwiderstand P_1 den Werth von Q setzt.

Wenn die drei Seilstücke zu einander parallel wären, so müßte man die Gleichung:

$$Q = \frac{(P + p')\left(R + \frac{d^\mu b}{2} + f' \varrho\right) + p\left(R + \frac{d^\mu b}{2}\right) + \frac{d^\mu a}{2}}{2R + \frac{d^\mu b}{2}}$$

für die bewegliche Rolle mit der Gleichung:

$$Q = \frac{P_1\left(R + \frac{d^\mu b}{2} + 0{,}96 f' \varrho\right) + \frac{d^\mu a}{2} + 0{,}96 p f' \varrho}{R - 0{,}96 f' \varrho}$$

für die feste Rolle verbinden.

§. 46. Fast nur bei der Aufhängung gewisser Körper, z. B. der Straßenlaternen, trifft man die Verbindung einer festen Rolle mit einer beweglichen mit nicht parallelen Seilen an. Wir wollen daher annehmen, daß die Seile zu einander parallel sind, so haben wir $Q = 373{,}56$ Kil. wenn das Gewicht $P + p' = 660$ Kil. ist, wie in §. 43, und wenn man in den Werth von Q_1 substituirt, so findet man:

$$Q_1 = \left[\frac{373{,}56\,\text{K.}(0^m.11 + 0^m{,}0195 + 0{,}96 \times 0{,}19 \times 0^m{,}018) + 0{,}445\,\text{K.} + 0{,}96 \times 10\,\text{Kil.} \times 0{,}19 \times 0^m{,}018}{0^m{,}11 - 0{,}96 \times 0{,}19 \times 0^m{,}018}\right].$$

$$= 468{,}037\,\text{Kil.}$$

Die Kraft, welche zum Heben einer Last von 660 Kil. mit dem Systeme einer beweglichen und einer festen Rolle erfordert wird, beträgt also blos 0,568 von der, welche bei Anwendung der festen Rolle allein erforderlich ist, woraus man also schließen kann, daß es in Beziehung auf Kraftersparniß sehr vortheilhaft ist, beide Arten von Rollen mit einander zu verbinden, statt die feste Rolle allein anzuwenden.

Flaschen und Flaschenzüge.

§. 47. Die Flaschen sind Verbindungen von Rollen, und es giebt deren zwei verschiedene Arten. In der einen Art haben die Rollen alle denselben Biegel und dieselbe Axe und bei der andern

Art haben die Rollen zwar noch denselben Biegel, aber verschiedene übereinanderliegende Axen. Der erste Apparat hat eine geringe Höhe und man kann allen Rollen denselben Durchmesser geben, während der zweite einen viel größern Raum einnimmt und erfordert, daß die Rollen verschiedene Durchmesser haben. Man wendet immer zwei Flaschen von derselben Art zugleich an und nennt die Verbindung einen Flaschenzug, welcher immer aus einer festen und beweglichen Flasche besteht, und an dem Biegel der letztern ist die Last aufgehangen. Das System zweier Flaschen der ersten Art bildet das Takel der Seeleute und das System zweier Flaschen der zweiten Art giebt den Flaschenzug der Architekten.

Das Seil, woran die bewegende Kraft wirkt, geht zuerst über eine der festen Rollen, dann um eine bewegliche Rolle, hierauf über die nächste feste Rolle u. s. f. bis es um alle Rollen gegangen ist.

Die beiden mit einander verbundenen Flaschen können dieselbe Anzahl von Rollen haben, und alsdann wird das Seil mit dem einen Ende an der festen Flasche befestigt. Allein die bewegliche Flasche kann auch eine Rolle weniger haben, als die andere und alsdann wird das Seil an der ersten, oder an der Last befestigt. Hieraus folgt, daß es, abgesehn von dem Seilstücke, woran die Kraft zieht, immer so viel Seilstücke giebt, welche von der einen Flasche zur andern übergehen, als Rollen in dem Flaschenzuge.

§. 48. Die Seile eines Takels sind niemals zu einander parallel und es können sogar zwei auf einander folgende Seilstücke nicht einmal in derselben Ebene liegen, woraus Reibungen der Seile an den Seitenflächen der Nuten der Rollen entstehen; allein man kann von dieser Reibung abstrahiren und die Seile als parallel betrachten, so lange die beiden Flaschen einander nicht sehr nahe sind.

In dem Flaschenzuge der Architekten können die Seile während der ganzen Dauer des Aufsteigens der Last streng zu einander parallel gemacht werden, wofern zwischen den Halbmessern der Rollen die gehörigen Verhältnisse stattfinden und das Seil in dem gehörigen Punkte befestigt wird.

Es bezeichne R den Halbmesser der größten festen Rolle und δ die willkührliche Differenz zwischen den Halbmessern dieser Rollen; so ist der Halbmesser der mittleren Rolle $= R - \delta$ und der der kleinsten Rolle $= R - 2\delta$. Ferner wollen wir mit r, r', r'', d resp. den Halbmesser der größten, der mittleren, der kleinsten beweglichen Rolle und den Abstand des Befestigungspunctes des Seiles von der Mittellinie des Biegels der festen Flasche bezeichnen; so muß offenbar, wenn das Seil AB, welches die beiden großen Rollen verbindet, zu dem Seile CD (Figur 14) parallel sein soll:

$$2r = 2(R - \delta) + \delta = 2R - \delta \text{ folglich } r = R - \frac{\delta}{2} \text{ sein.}$$

Soll ferner EF zu AB parallel sein, so muß $r - r' = \delta$ oder $r' = r - \delta$ sein, und dieselbe Relation macht GH parallel zu CD. Das Seil IK ist parallel zu EF, wenn $r' - r'' = \delta$, folglich

$r''=r'-\delta=r-2\delta$ ist. Endlich kann das Seil LM nur dann zu dem Seile GH parallel sein, wenn:

$$r'-r''=R-2\delta-d \text{ oder } r-\delta-(r-2\delta)=R-2\delta-d \text{ oder}$$
$$\delta=R-2\delta-d \text{ oder } d=R-3\delta$$

ist. Der Halbmesser der größten beweglichen Rolle muß also von dem Halbmesser der größten festen Rolle um eine Größe verschieden sein, welche der Hälfte des Unterschiedes der Halbmesser der Rollen der obern Flasche gleich ist, und zwischen den Halbmessern der Rollen der beweglichen Flasche müssen dieselben Relationen stattfinden, wie zwischen denen der festen Flasche, und endlich muß der Abstand des Befestigungspunktes des Seiles von der Mittellinie des obern Biegels dem Halbmesser gleich sein, welchen eine vierte feste Rolle haben würde. Uebrigens ist einleuchtend, daß das Seil IK, wenn LM nicht vorhanden wäre, an dem Biegel der beweglichen Flasche befestigt werden, und daß man für die Entfernung der Mittellinie dieses Biegels von dem Befestigungspunkte den Halbmesser der kleinsten beweglichen Rolle nehmen müßte, so daß sie folglich $=r''=r-2\delta$ wäre.

§. 49. Um die Relation zwischen der Kraft und dem Hauptwiderstande bei den Flaschenzügen zu erhalten, muß man die für die feste und für die bewegliche Rolle abgeleiteten Formeln zur Anwendung bringen.

Für die feste Rolle mit parallelen Seilen hat man nach §. 39 die Gleichung:

$$Q=\frac{P\left(R+\frac{d^\mu b}{2}+0{,}96f'\varrho\right)+\frac{d^\mu a}{2}+0{,}96pf'\varrho}{R-0{,}96f'\varrho},$$

worin P die Spannung des Seiles bezeichnet, woran die Last hängt. Das Glied $0{,}96pf'\varrho$, welches immer sehr klein ist, kann hinweggelassen werden, besonders wenn man für $0{,}96$ die Einheit setzt. Man hat also als Näherungswerth der Kraft:

$$Q=\frac{P\left(R+\frac{d^\mu b}{2}+f'\varrho\right)+\frac{d^\mu a}{2}}{R-f'\varrho}=A+BP,$$

wenn der Kürze wegen:

$$\frac{\frac{d^\mu a}{2}}{R-f'\varrho}=A \text{ und } \frac{R+\frac{d^\mu b}{2}+f'\varrho}{R-f'\varrho}=B$$

gesetzt wird.

Für die Relation zwischen den Spannungen der beiden Seilstücke der beweglichen Rolle haben wir in §. 42 gefunden:

$$Q = T + \frac{d^{\mu}}{2R}(a + bT) + f(P + p')\frac{\varrho}{R}.$$

Wenn aber die Seile parallel sind, so ist:

$$Q + T = P + p' + p \text{ oder } P + p' = Q + T - p;$$

folglich:

$$RQ = RT + \frac{d^{\mu}a}{2} + \frac{d^{\mu}b}{2}T + f'\varrho Q + f'\varrho T - pf'\varrho, \text{ oder}$$

$$Q = \frac{T\left(R + \frac{d^{\mu}b}{2} + f'\varrho\right) + \frac{d^{\mu}a}{2} - pf'\varrho}{R - f'\varrho}.$$

Wenn man das Glied $-pf'\varrho$, welches nur die Spannung Q vergrößert, hinwegläßt, so hat man wie bei der festen Rolle:

$$Q = A + BT,$$

und man sieht leicht ein, daß dieses der Fall sein muß, wenn das Gewicht p der Rolle hinweggelassen wird; denn in dem Augenblicke, wo die Bewegung hervortreten will, kann eine bewegliche Rolle als eine feste betrachtet werden, deren fester Punkt durch den Widerstand der Last vertreten wird, und die Spannung T wird alsdann dem Hauptwiderstande gleich.

Bezeichnen wir nun mit $t_1, t_2, t_3, \ldots\ldots t_n$ die resp. Spannungen der Seilstücke $LM, IK, GH, \ldots\ldots AB$ (Figur 14) eines Flaschenzuges, so geben die beweglichen und festen Rollen successive:

$$\begin{aligned}
t_2 &= A + Bt_1 \\
t_3 &= A + Bt_2 \\
t_4 &= A + Bt_3 \\
&\cdots\cdots\cdots \\
t_{n-1} &= A + Bt_{n-2} \\
t_n &= A + Bt_{n-1} \\
Q &= A + Bt_n,
\end{aligned}$$

wenn man in dem Falle eines Takels für R das arithmetische Mittel aus allen Halbmessern nimmt.

Aus diesen Gleichungen ergiebt sich durch Substitution:

$$\begin{aligned}
t_n &= A + AB + B^2 t_{n-2} = A + AB + AB^2 + B^3 t_{n-3} = \text{etc.} \\
&= A + AB + AB^2 + AB^3 \ldots + AB^{n-2} + B^{n-1} t_1 \\
&= \frac{AB^{n-1} - A}{B - 1} + B^{n-1} t_1.
\end{aligned}$$

Aber wenn man dieselben Gleichungen zusammenaddirt und be-

merkt, daß die Summe der Spannungen der n Seilstücke der Last P gleich ist, mit Einschluß der beweglichen Flasche, so erhält man:

$$P-t_1=(n-1)A+B(P-t_n),$$

und folglich:

$$t_1=P+(1-n)A+B(t_n-P)=(1-n)A+(1-B)P+Bt_n.$$

Also ist:

$$t_n=\frac{AB^{n-1}-A}{B-1}+(1-n)AB^{n-1}+(1-B)B^{n-1}P+B^nt_n;$$

oder vielmehr:

$$t_n(B^n-1)=\frac{A-AB^{n-1}+(n-1)(B-1)AB^{n-1}}{B-1}+(B-1)B^{n-1}P,$$

oder auch:

$$t_n=\frac{n(B-1)AB^{n-1}-A(B^n-1)}{(B-1)(B^n-1)}+\frac{(B-1)B^{n-1}}{B^n-1}P$$

$$=A\left(\frac{nB^{n-1}}{B^n-1}-\frac{1}{B-1}\right)+\frac{(B-1)B^{n-1}}{B^n-1}P,$$

und wenn man endlich in den Werth von Q substituirt, so findet man:

$$Q=A+A\left(\frac{nB^n}{B^n-1}-\frac{B}{B-1}\right)+\frac{(B-1)B^n}{B^n-1}P$$

$$=A\left(\frac{nB^n}{B^n-1}-\frac{1}{B-1}\right)+\frac{(B-1)B^n}{B^n-1}P.$$

§. 50. Wir wollen diese Formel auf den Flaschenzug des Artilleriehebezeuges mit vier Seilstücken anwenden, so ist wie in §. 40:

$$R_1=0^m,09,\ d=0^m,04,\ R=0^m,11,\ \varrho=0^m,018,\ f'=0,19,$$

und außerdem haben wir:

$$n=4,\ \frac{d^\mu a}{2}=\frac{0,2225\,\text{Kil.}}{2}\left(\frac{0,04}{0,02}\right)^{1,75}=0,3742\,\text{Kil.}$$

$$\frac{d^\mu b}{2}=\frac{0^m,00974}{2}\left(\frac{0,04}{0,02}\right)^{1,75}=0^m,01638,$$

wenn $\mu=1,75$ genommen wird, welcher Werth einem zwar schon gebrauchten, aber noch im guten Zustande befindlichen Seile entspricht (§. 8).

Hieraus ergiebt sich:

$$A = \frac{0{,}3742\,\text{Kil.}}{0^m{,}11 - 0{,}19 \times 0^m{,}018} = 3{,}51\,\text{Kil.}$$

$$B = \frac{0^m{,}11 + 0^m{,}01638 + 0{,}19 \times 0^m{,}018}{0^m{,}11 - 0{,}19 \times 0^m{,}018} = 1{,}217 \text{ und}$$

$$Q = 3{,}51\,\text{Kil.}\left(\frac{4(1{,}217)^4}{(1{,}217)^4 - 1} - \frac{1}{0{,}217}\right) + \frac{0{,}217(1{,}217)^4}{(1{,}217)^4 - 1} P$$

$$= 9{,}617\,\text{Kil} + 0{,}3988\,P.$$

Wenn man eine Last von **2800** Kil. heben wollte, so fände man, wenn man das in P mitbegriffene Gewicht der beweglichen Flasche unberücksichtigt ließe:

$$Q = 9{,}617\,\text{Kil.} + 0{,}3988 \times 2800\,\text{Kil.} = 1126{,}257\,\text{Kil.}$$

Ohne die Nebenwiderstände hätte man:

$$Q' = t_4 = \frac{2800\,\text{Kil.}}{4} = 700\,\text{Kil.}$$

und sie vergrößern folglich die Kraft des Bewegers ungefähr um **426** Kil. oder **0,61** der Kraft, welche bei einer Maschine erforderlich wäre, worin weder Steifigkeit der Seile, noch Reibungen stattfänden.

Was die Quantitäten der Arbeit anlangt, so ist die auf die Last übertragene während eines Aufsteigens von h^m gleich $2800h$ Kil. und die des Bewegers $= 1126 \times 4h = 4504h$ Kil., weil sich offenbar jedes der vier Seilstücke um h^m verkürzen muß, wenn die Last um h^m steigen soll.

Die hervorgebrachte mechanische Arbeit beträgt folglich höchstens **0,622** der Leistung des Bewegers, und für die feste Rolle haben wir in §. **40** gefunden, daß die erste $\frac{4}{5}$ oder **0,8** der zweiten beträgt. Es ist daher vortheilhafter, eine Last vermittelst einer einfachen festen Rolle, als vermittelst eines Flaschenzuges von vier Rollen zu heben, wenn sich diese Last in Stücke zertheilen läßt, zu deren Aufziehen keine größere Kraft erfordert wird, als die des Bewegers an der ersten Maschine.

§. **51.** In gewissen Fällen ist die Anzahl der disponiblen Arbeiter, so wie das Gewicht der zu hebenden Last bekannt, und man soll bestimmen, was für Flaschen angewandt werden müssen.

Da ein Mensch an dem Seile einer einfachen Rolle während einer **6** stündigen täglichen Arbeitszeit eine Kraft von **18** Kil. ausüben kann, so können m Arbeiter eine Kraft $= 18m$ Kil. ausüben. Substituirt man diesen Werth von Q in die zwischen der Kraft und dem Hauptwiderstande P stattfindende Relation, setzt für A, B ihre aus den Durchmessern der Rollen und des Seiles abgeleiteten Werthe und rechnet mit Logarithmen; so erhält man die Anzahl n der Seile, welche auch die der Rollen ist. Wenn n eine gerade ganze Zahl ist, so drückt ihre Hälfte die Anzahl der Rollen jeder Flasche aus,

und wenn n eine ungerade ganze Zahl ist, so zerlegt man sie in zwei Theile, wovon der eine den andern um eine Einheit übertrifft, und alsdann drückt der größere Theil die Anzahl der Rollen der festen Flasche und der kleinere die der beweglichen Flasche aus. Wenn endlich n eine gebrochene Zahl ist, so nimmt man die unmittelbar größere ganze Zahl für die Anzahl der Rollen.

Aber bei dem Flaschenzuge der Architekten ist der Werth von R, wodurch der von A und B bestimmt wird, nur das arithmetische Mittel zwischen den Halbmessern aller Rollen, vermehrt um den Halbmesser des Seiles (§. 49). Es sei R_1 dieses Mittel, so hat man zur Bestimmung der Halbmesser die Relation:

$$R_1 = \frac{R + R' + \text{etc.} + r + r' + \text{etc.}}{n}.$$

Setzt man z. B. $n = 4$ und $R_1 = 0^m,09$, so erhält man:

$$0^m,09 = \frac{R + R' + r + r'}{4} = \frac{R + R - \delta + r + r - \delta}{4} =$$

$$\frac{2R - \delta + R - \frac{\delta}{2} + R - \frac{\delta}{2} - \delta}{4} = \frac{4R - 3\delta}{4} \text{ und}$$

$$R = \frac{0^m,09 \times 4 + 3\delta}{4} = 0^m,09 + \tfrac{3}{4}\delta.$$

Wenn man z. B die Differenz $\delta = 0^m,01$ setzt, so findet man:

$$R = 0^m,09 + \tfrac{3}{4}0^m,01 = 0^m,09 + 0^m,0075 = 0^m,0975,$$

und hieraus ergiebt sich:

$$R' = R - \delta = 0^m,0875, \quad r = R - \frac{\delta}{2} = 0^m,0975 - 0^m,005$$

$$= 0^m,0925, \quad r' = r - \delta = 0^m,0825.$$

Artilleriehebezeug.

§. 52. Das Artilleriehebezeug besteht aus einem Systeme von Rollen und einer Welle mit Hebeln. Zuweilen enthält die Maschine jedoch nur eine feste Rolle an dem obern Theile und das Seil ist an der Last befestigt; allein wenn diese Last etwas schwer ist, so hängt man sie an dem Biegel einer beweglichen Rolle auf, das Seil ist an dem obern Theile des Gestelles befestigt, geht um die untere Rolle, hierauf über die obere und dann nach dem Cylinder oder der Welle, auf welche es aufgewickelt wird. Wenn endlich die Last sehr schwer ist, so wendet man einen Flaschenzug an, dessen obere Flasche oben an dem Gestelle befestigt ist. Die Anzahl der Seile

ist der der Rollen gleich. und wenn sie eine gerade Zahl ist, so wird das Seil mit dem einen Ende an dem Gestelle befestigt, während es im entgegengesetzten Falle an der Last befestigt wird.

§. 53. Aus dieser kurzen Beschreibung erhellet, daß man bei der Berechnung des Artilleriehebezeuges das Rollensystem und die Radwelle für sich betrachten muß. Nachdem man nämlich die Kraft bestimmt hat, welche erforderlich ist, um die Last vermittelst der Rollen allein zu heben, betrachtet man diese Kraft als den Widerstand, welchen die an den Hebeln der Welle arbeitenden Menschen überwinden müssen, woraus sich offenbar eine Relation zwischen der bewegenden Kraft und dem zu hebenden Gewichte ergiebt.

Wir haben also blos die Formel abzuleiten, welche die auf das Seil eines Systemes von n Rollen zum Heben eines Gewichtes P auszuübende Zugkraft Q' giebt und dann die Formel, welche die Kraft Q ausdrückt, die auf die Hebel ausgeübt werden muß, um dem Seile der Welle die Spannung Q' zu ertheilen.

Die erste Formeln ist nach §. 49:

$$Q' = A\left(\frac{nB^n}{B^n-1} - \frac{1}{B-1}\right) + \frac{(B-1)B^n}{B^n-1}P,$$

wo

$$A = \frac{-\frac{d^\mu a}{2}}{R-f'\varrho}, \quad B = \frac{R+\frac{d^\mu b}{2}+f'\varrho}{R-f'\varrho}$$

ist.

Dieser Werth von Q' ist zwar in der Voraussetzung erhalten, daß das Seil, woran der Beweger des Rollensystemes zieht, vertical sei, während das Seil des Artilleriehebezeuges, welches von dem oberen Theile des Gestelles nach der Welle geht, eine Neigung von ungefähr 20° hat (Figur 15); allein bei den Anwendungen der festen Rollen haben wir gesehen, welchen geringen Einfluß diese kleine Neigung des Seiles hat (§. 40) und wir können sie daher unberücksichtigt lassen, um eine einfache Gleichung zu erhalten.

Was die Formel für die Radwelle anlangt, so können wir sie nicht aus §. 23 entlehnen, denn der Hauptwiderstand übt hier auf die Reibung in einem der Kraft entgegengesetzten Sinne seinen Einfluß aus, und außerdem muß die Neigung des Seiles in Rechnung gebracht werden, weil wir ihren Einfluß auf die Kraft nicht kennen. Aber die Bezeichnung des angeführten §. kann beibehalten werden, nur daß man die Spannung Q', welche den Hauptwiderstand bildet, für das Gewicht P setzen muß.

Die von der Kraft Q in einem Augenblicke ausgeübte Quantität Arbeit ist $= QRd\theta$ und die des Hauptwiderstandes:

$$= rd\theta\left[Q' + \frac{d^\mu}{2r}(a+bQ')\right].$$

Die Resultante aus den verticalen Kräften ist:

$$Q'\cos\beta - Q\sin\theta - p$$

und die der horizontalen Kräfte:

$$Q'\sin\beta - Q\cos\theta$$

Da das erste Glied der ersten Resultante weit größer ist, als das erste Glied der zweiten und für eine Lage des Hebels die zweiten Glieder gleich sind; so ist die verticale Resultante größer, als die horizontale. Die Resultante aus beiden wird näherungsweise ausgedrückt durch:

$$0{,}96(Q'\cos\beta - Q\sin\theta - p) + 0{,}4(Q'\sin\beta - Q\cos\theta),$$

und die durch die Zapfenreibung consumirte Quantität Arbeit ist:

$$f'\varrho\, d\theta\,[0{,}96(Q'\cos\beta - Q\sin\theta - p) + 0{,}4(Q'\sin\beta - Q\cos\theta)].$$

Folglich:

$$QR\,d\theta = r\,d\theta\left[Q' + \frac{d^{\mu}}{2R}(a + bQ')\right]$$
$$+ f'\varrho\, d\theta\,[0{,}96(Q'\cos\beta - Q\sin\theta - p) + 0{,}4(Q'\sin\beta - Q\cos\theta)]$$

und:

$$QR\theta = r\theta\left[Q' + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bQ')\right]$$
$$+ f'\varrho\,\theta(0{,}96Q'\cos\beta - 0{,}96p + 0{,}4Q'\sin\beta)$$
$$+ f'\varrho\, Q(0{,}96\cos\theta - 0{,}4\sin\theta) + C.$$

Nimmt man das Integral von $\theta = \frac{\pi}{4}$ bis $\theta = \frac{3\pi}{4}$ und bemerkt daß:

$$\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = 0{,}7$$

$$\sin\frac{3\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = 0{,}7$$

$$\cos\frac{3\pi}{4} = -\cos\frac{\pi}{4} = -0{,}7$$

ist, so erhält man:

$$QR\frac{\pi}{4} = r\frac{\pi}{4}\left[Q' + \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bQ')\right]$$
$$+ f'\varrho\frac{\pi}{4}(0{,}96Q'\cos\beta - 0{,}96p + 0{,}4Q'\sin\beta)$$
$$+ f'\varrho\, Q(0{,}96\times 0{,}7 - 0{,}4\times 0{,}7) + C,$$

$$QR\frac{3\pi}{4}=r\frac{3\pi}{4}\left[Q'+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bQ')\right]$$

$$+f'\varrho\frac{3\pi}{4}(0{,}96Q'\cos\beta-0{,}96p+0{,}4Q'\sin\beta)$$

$$+f'\varrho Q(-0{,}96\times0{,}7-0{,}4\times0{,}7)+C,$$

$$QR\frac{\pi}{2}=r\frac{\pi}{2}\left[Q'+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bQ')\right]$$

$$+f'\varrho\frac{\pi}{2}(0{,}96Q'\cos\beta-0{,}96p+0{,}4Q'\sin\beta)$$

$$-0{,}96\times1{,}4f'\varrho Q,$$

$$QR=r\left[Q'+\frac{d^{\mu}}{2r}(a+bQ')\right]$$

$$+f'\varrho(0{,}96Q'\cos\beta-0{,}96p+0{,}4Q'\sin\beta)-0{,}856f'\varrho Q,$$

und endlich:

$$Q=\frac{Q'\left(r+\frac{d^{\mu}b}{2}+0{,}96f'\varrho\cos\beta+0{,}4f'\varrho\sin\beta\right)-0{,}96f'\varrho p+\frac{d^{\mu}a}{2}}{R+0{,}856f'\varrho}.$$

Um aber die Kraft zu erhalten, welche die Arbeiter ausüben müssen, muß man von dem Werthe von Q die von den Gewichten der Hebel, deren gewöhnlich zwei zugleich angewandt werden, herrührende abziehen, welche eine Quantität Arbeit:

$$2p_1\times2r'\sin\frac{\pi}{4}=2p_1\times2r'\times0{,}7=2{,}8r'p_1$$

hervorbringen, weil der Schwerpunkt eines jeden während eines Umschlages von einer Höhe herabfällt, welche dem doppelten Sinus des Winkels gleich ist, den die Axe des Hebels und die auf der Axe der Welle senkrechte Horizontale mit einander bilden, indem sich dieser Sinus auf den Halbmesser r' oder die Entfernung der letzten Axe vom Schwerpunkte bezieht. Der kreisförmige Weg, welchen der Angriffspunkt von p_1 während eines Umschlages durchläuft, ist offenbar $=\frac{2\pi r'}{4}=\frac{\pi}{2}r'$, und folglich wird die von dem Gewichte der beiden Hebel herrührende Kraft ausgedrückt durch:

$$\frac{2{,}8r'p_1}{\frac{\pi}{2}r'}=\frac{5{,}6p_1}{3{,}1416}=\frac{5{,}6\times7\text{ Kil.}}{3{,}1416}=12{,}478\text{ Kil.}$$

Bezieht man diesen Werth auf den Angriffspunkt der Arbeiter, dessen Abstand von der Axe der Welle ungefähr $1^m{,}5$ beträgt, so erhält man:

$$12{,}478\,\text{Kil.}\,\frac{r'}{R}=\frac{12{,}478\,\text{Kil.}\times 0{,}36}{1{,}3}=3{,}455\,\text{Kil.}$$

§. 54. Wir wollen unsere Formeln auf ein Hebezeug mit vier Seilstücken anwenden, und wieder

$$R_1=0^m{,}09,\ d=0^m{,}04,\ R=0^m{,}11,\ \varrho=0^m{,}018,\ f'=0{,}19,\ \mu=1{,}75$$

setzen, so ergiebt sich:

$$\frac{d^\mu a}{2}=0{,}3742\,\text{Kil.},\quad \frac{d^\mu b}{2}=0^m{,}01638,$$

$$A=3{,}51\,\text{Kil.},\ B=1{,}217,\ \text{und}\ Q'=9{,}617\,\text{Kil.}+0{,}3988\,P.$$

Für die Hebelwelle wollen wir setzen:

$$R=1^m{,}3,\ r=0^m{,}125+\frac{d}{2}=0^m{,}145,\ \varrho=0^m{,}04,\ f'=0{,}1,$$

und annehmen, daß das Seil zur Hälfte und um eine Länge von 3^m aufgewickelt sei. Da ein ungetheertes Seil von einem Durchmesser $=0^m{,}02$ und 1^m Länge 0,28 Kil. wiegt, so wiegt das Meter von unserem Seile:

$$\frac{0{,}28\,\text{Kil.}}{(0{,}02)^2}\times(0{,}04)^2=1{,}12\,\text{Kil.},$$

und folglich 3^m wiegen $1{,}12\,\text{Kil.}\times 3=3{,}36\,\text{Kil.}$ Ferner ist das Gewicht der Welle ungefähr 83 Kil., und folglich:

$$p=83\,\text{Kil.}+3{,}36\,\text{Kil.}+14\,\text{Kil.}=100{,}36\,\text{Kil.},$$

weil man auch das Gewicht der beiden Hebel $=14$ Kil. mit in Rechnung bringen muß. Endlich ist:

$$\cos\beta=\cos 20^0=0{,}94\ \text{und}\ \sin\beta=\sin 20^0=0{,}34.$$

Hieraus ergiebt sich:

$$Q=\frac{\left[\begin{array}{l}Q'(0^m{,}145+0^m{,}01638+0{,}96\times 0{,}1\times 0^m{,}04\times 0{,}94+0{,}4\times 0{,}1\\ \times 0^m{,}04\times 0{,}34)+0{,}3742\,\text{Kil.}-0{,}96\times 0{,}1\times 0^m{,}04\times 100{,}36\,\text{Kil.}\end{array}\right]}{1^m{,}3+0{,}856\times 0{,}1\times 0^m{,}04}$$

$$=\frac{0^m{,}166\,Q'-0{,}011\,\text{K.}}{1^m{,}3034}=\frac{0^m{,}166\times 9{,}617\,\text{K.}+0^m{,}166\times 0{,}3988\,P-0{,}011\,\text{K.}}{1^m{,}3034}$$

$$=\frac{1{,}59\,\text{Kil.}+0^m{,}066\,P}{1^m{,}3034}=1{,}219\,\text{Kil.}+0{,}051\,P.$$

Wenn $P=2800$ Kil. mit Einschluß des abgewickelten Seiles ist, so ist:

$$Q = 1{,}219\,\text{Kil.} + 0{,}051 \times 2800\,\text{Kil.} = 144{,}019\,\text{Kil.},$$

und die Kraft der Arbeiter muß sein:

$$= 144{,}019\,\text{Kil.} - 3{,}455\,\text{Kil.} = 140{,}564\,\text{Kil.}$$

Wenn man die Nebenwiderstände unberücksichtigt läßt, so findet man:

$$Q' = \frac{P}{n} = \frac{2800\,\text{Kil.}}{4} = 700\,\text{Kil.} \text{ und } Q = Q'\frac{r}{R} = 700\,\text{Kil.}\,\frac{0{,}145}{1{,}3}$$
$$= 78{,}077\,\text{Kil.}$$

Die Nebenwiderstände absorbiren also **62,487** Kil. d. h. **0,444**, oder beinahe die Hälfte der bewegenden Kraft. Das Verhältniß der Quantitäten Arbeit ist $= 0{,}555$; denn die während eines Umschlages ausgeübte Quantität Arbeit ist:

$$Q\frac{2\pi R}{4} = 140{,}564\,\text{Kil.} \times \frac{3{,}1416}{2} \times 1^m{,}3 = 287{,}04\,\text{Kil.}$$

und die auf die Last übertragene Quantität Arbeit ist gleich:

$$P\frac{2\pi r}{4} \times \tfrac{1}{4} = \frac{2800\,\text{Kil.} \times 3{,}1416 \times 0^m{,}145}{8} = 159{,}44\,\text{Kil.}$$

Wir haben zur Berechnung der ersten die Kraft **140,564** Kil. angewandt, weil die bei dem Niedersteigen der Hebel hervorgebrachte Quantität Arbeit genau der bei ihrem Aufsteigen von ihrer niedrigsten bis zu ihrer höchsten Lage absorbirten Quantität Arbeit gleich ist. Was den von der Last durchlaufenen verticalen Weg anlangt, so ist derselbe offenbar der Länge des während einer Umlage der Hebel aufgewickelten Seiles, dividirt durch die Anzahl der Seilstücke des Flaschenzuges, gleich.

Hebezeug der Architekten.

§. **55.** Bei dieser Maschine, welche häufig bei Bauten angewandt wird, wird die Welle nicht durch Hebel umgedreht, sondern es befinden sich an dieser Welle zwei Zahnräder (Figur **16**), wovon jedes in ein Getriebe eingreift, an dessen einem Zapfen sich eine Kurbel befindet. Die gemeinschaftliche Axe der beiden Getriebe liegt mit der Axe des Cylinders in derselben Verticalebene, und außerdem wickelt sich das Seil auf den Cylinder oder die Welle, nachdem es um die Rollen der beiden Flaschen gegangen ist, wie bei dem Hebezeuge der Artilleristen.

§. **56.** Durch das Räderwerk wird ein neuer Nebenwiderstand eingeführt, dessen Werth wir bestimmen müssen, ehe wir zur Berechnung der Maschine schreiten können. Dieser Widerstand besteht

in der gleitenden Reibung, welche zwischen den Zähnen des Rades und denen des entsprechenden Getriebes statt findet.

Wir wollen zwei Zahnräder O, O' (Figur 17) betrachten, wovon zwei Zähne sich zuerst in A berührt und nun den Punkt B zum gemeinschaftlichen Berührungspunkte haben. Wenn wir mit θ, θ' die Bogen bezeichnen, welche der Endpunkt eines Halbmessers $=1$ während des Ueberganges von dem Berührungspunkte A nach B beschrieben hat, so durchläuft dieser Berührungspunkt in dem Augenblicke dt den Bogen $BB'=OBd\theta$ und den Bogen $BB''=O'Bd\theta'$ Allein man kann annehmen, daß die gemeinschaftliche Tangente BC der beiden Zähne während einer unendlich kleinen Zeit ihre Lage unverändert beibehält. Alsdann rückt der Punkt B des Zahnes von O auf dieser Tangente nur von B nach b' und ebenso rückt der Punkt B des Zahnes von O' auf dieser Tangente von B nach b'' und die Reibung der beiden Zähne findet sowohl auf Bb', als auf Bb'' oder längs des ganzen Weges $b'b''$ statt, weil in dieser unendlich kleinen Länge die Zahncurven fast mit ihrer gemeinschaltlichen Tangente zusammenfallen. Nun müssen aber Bb', Bb'' offenbar die Projectionen der Bogen BB', BB'' sein, und diese Bogen sind sehr wenig von ihren Tangenten verschieden. Folglich hat man:

$$Bb'=BB'\cos B'Bb',\ Bb''=BB''\cos B''Bb'',$$

oder vielmehr:

$$Bb'=OBd\theta\cos B'Bb',\ Bb''=O'Bd\theta'\cos B''Bb''.$$

Wenn man aus den Mittelpunkten auf die Tangente BC die Perpendikel OD, $O'E$ fällt, so hat man:

$$B'Bb'=BOD,\ B''Bb''=BO'E,$$

$$OB\cos B'Bb'=OD,\ O'B\cos B''Bb''=O'E,$$

oder

$$Bb'=pd\theta,\ Bb''=p'd\theta',$$

wenn p, p' resp. die Längen der Perpendikel OD, $O'E$ bezeichnen, und endlich ist:

$$Bb'+Bb''=pd\theta+p'd\vartheta'$$

die Länge des Weges, längs dessen die Reibung der beiden Zähne während eines unendlich kleinen Zeittheilchens statt findet.

Es ist einfacher, dieses Wegelement als Function der Halbmesser $OA=R$, $O'A=R'$ der Grund- oder Theilkreise des Räderwerkes auszuorücken. Zu diesem Zwecke wollen wir die gemeinschaftliche Normale AB der beiden Zähne mit n, den Winkel zwischen der Tangente BC und der Mittelpunkslinie OO' mit α bezeichnen und dann durch die Punkte A, O' Parallelen zu BC ziehen; so hat man offenbar:

$$p=n+R\sin\alpha,\ p'=n-R'\sin\alpha,$$

und das erwähnte Wegelement wird ausgedrückt durch:

$$(n+R\sin\alpha)d\theta+(n-R'\sin\alpha)d\theta'=n(d\theta+d\theta')+(Rd\theta-R'd\theta')\sin\alpha.$$

Nun sind aber $Rd\theta$, $R'd\theta'$ die unendlich kleinen Bogen, welche der Punkt A auf den beiden Grund- oder Theilkreisen während des Zeitelementes dt beschreibt, und da diese beiden Kreise, welche über einander hinrollen, in derselben Zeit nothwendig gleiche Bogen durchlaufen; so ist:

$$Rd\theta=R'd\theta' \text{ und } d\theta=\frac{R'}{R}d\theta'$$

Das fragliche Wegelement wird also ausgedrückt durch:

$$n(d\theta+d^{\theta'})=n\left(\frac{R'}{R}d\theta,+d\theta'\right)=n\,\frac{R+R'}{R}d\theta'$$

Endlich wollen wir mit N den Normaldruck eines Zahnes gegen den andern und mit f den Reibungscoefficienten bezeichnen, so wird die Reibung ausgedrückt durch fN und erfordert eine Quantität Arbeit $=fNn\frac{R+R'}{R}d\theta'$

Wenn folglich F die zur Ueberwindung der Reibung der Verzahnung erforderliche Tangentialkraft und C den Weg bezeichnet, längs dessen sie für eine Drehung $=\theta'$ wirken muß; so hat man für die während dieser Drehung angewandte Quantität Arbeit:

$$F\times C=f\frac{R+R'}{R}\int Nnd\theta'.$$

§. 57. Wenn eins der Räder ein Getriebe O' (Figur 18) wird, und die Verzahnung genau ausgeführt ist, so geht die gemeinschaftliche Tangente durch den Mittelpunkt dieses Getriebes. Für diesen Fall hat man folglich:

$$\alpha=\theta', AB=n=R'\sin\theta',$$

und es findet zwischen dem Drucke N und der auf das Getriebe übertragenen Tangentialkraft E die Relation statt:

$$N\cos BAE=E \text{ oder } N=\frac{E}{\cos\theta'},$$

und folglich hat man:

$$F\times C=f\frac{R+R'}{R}\int\frac{E}{\cos\theta'}R'\sin\theta'd\theta'=fER'\frac{R+R'}{R}\int\frac{\sin\theta'}{\cos\theta'}d\theta'.$$

Nun ist aber der Winkel θ' immer so klein, daß man ohne großen Fehler für denselben seine Tangente setzen kann; folglich ist:

$$F \times C = fER' \frac{R+R'}{R} \int \theta' \, d\theta' = fFR' \frac{R+R'}{R} \frac{\theta'^2}{2} + C.$$

Das Integral muß von dem Momente, wo der Zahn des Getriebes den des Rades ergreift, bis zu dem Momente, wo beide Zähne einander verlassen, d. h. zwischen den Augenblicken, wo die entsprechenden Flächen zweier auf einander folgender Zähne des Getriebes in die Ebene $O'B$ fallen, oder von $\theta' = O$ bis $\theta' = \frac{a}{R}$ genonnen werden, wo a den Bogen des Grundkreises des Getriebes bezeichnet, welcher zwischen den correspondirenden Flächen zweier benachbarter Zähne des Getriebes liegt. Man hat folglich:

$$F \times C = fER' \frac{R+R'}{R} \cdot \frac{a^2}{2R'^2} = fE \frac{R+R'}{RR'} \frac{a^2}{2}.$$

Was den endlichen Weg C anlangt, längs dessen die Kraft F wirkt, während derselbe Zahn des Getriebes das Rad forttreibt; so ist derselbe offenbar dem Bogen a gleich und man hat folglich:

$$F = fE \frac{R+R'}{RR'} \cdot \frac{a}{2}.$$

Um die Reibung unter der gewöhnlichen Form auszudrücken, welche eine Function der Anzahlen m, m' der Zähne des Rades und Getriebes ist, wollen wir bemerken, daß $a = \frac{2\pi R}{m'}$ und daß das Verhältniß von m zu m' dem Verhältnisse der Umfänge der beiden Grundkreise oder ihrer Halbmesser gleich ist. Hiernach ist:

$$\frac{R+R'}{R} = \frac{m+m'}{m} \text{ und } F = \pi fE \frac{m+m'}{mm'}.$$

§. 58. Wir können nun die Formeln für das Hebezeug der Architekten aufstellen. Es sei R die Länge des Kurbelarmes, r der Halbmesser der Welle, vergrößert um den des Seiles, R' die Entfernung der Axe eines Rades von dem Berührungspunkte eines seiner Zähne mit dem des Getriebes, r' die analoge Entfernung für dieses Getriebe, ϱ der Halbmesser der Zapfen der Welle, ϱ' der der Zapfen des Getriebes, f' der Reibungscoefficient für die Zapfen der Welle, f'' der Reibungscoefficient für die Zapfen des Getriebes, f''' der Coefficient der gleitenden Reibung zwischen zwei einander berührenden Zähnen, Q die Kraft des Bewegers, Q' die Spannung des Seiles, E die Kraft, mit welcher ein Zahn gegen den andern wirkt, d der Durchmesser des Seiles, α der Winkel zwischen der Richtung von Q' und der Verticale, m die Anzahl der Zähne des Rades, m' die der Zähne des Getriebes, p das auf die Zapfen der Welle und p' das auf die Zapfen des Getriebes drückende Gewicht.

Da alle von den Angriffspunkten während einer ganzen Um-

drehung der Kurbeln, oder überhaupt während derselben Zeit, beschriebenen Wege ganze Kreisumfänge oder Kreisbogen sind, welche durch Produkte aus 2π und den resp. Halbmessern ausgedrückt werden, so können die Ausdrücke für die Quantitäten Arbeit durch 2π dividirt werden und die zwischen ihnen statt findende Relation reducirt sich alsdann auf die der Momente.

Wir wollen zuerst die aus dem Cylinder und den Rädern zusammengesetzte Radwelle betrachten, worin Q' der Hauptwiderstand und die horizontale Kraft E, mit welcher der Zahn des Getriebes gegen den des Rades wirkt, die Kraft ist, und dann wollen wir die aus dem Getriebe und der Kurbel bestehende Radwelle betrachten, worin die horizontale Kraft E der Hauptwiderstand und die an der Kurbel wirkende Kraft Q die Kraft ist.

Das Moment der Kraft E ist $= ER'$, das von $Q' = Q'r$ und das der Steifigkeit des Seiles $= \frac{d^{\mu}}{2r}(a + bQ')r$. Die Resultante der verticalen Kräfte ist $= Q'\cos\alpha - p$, die der horizontalen Kräfte $= E - Q'\sin\alpha$, die Resultante aus beiden näherungsweise:

$$= 0{,}96(Q'\cos\alpha - p) + 0{,}4(E - Q'\sin\alpha),$$

und das Moment der Zapfenreibung der Welle:

$$= f'\varrho[0{,}96(Q'\cos\alpha - p) + 0{,}4(E - Q'\sin\alpha)].$$

Da nun zwischen dem Momente der Kraft und der Summe der Momente der Widerstände, sowohl als zwischen den Quantitäten der Arbeit die Gleichheit stattfinden muß, so haben wir die Relation:

$$ER' = Q'r + \frac{d^{\mu}}{2}(a + bQ') + f'\varrho[0{,}96(Q'\cos\alpha - p) + 0{,}4(E - Q'\sin\alpha)],$$

und folglich;

$$E = \frac{Q'\left(r + \frac{d^{\mu}b}{2} + 0{,}96f'\varrho\cos\alpha - 0{,}4f'\varrho\sin\alpha\right) + \frac{d^{\mu}a}{2} - 0{,}96f'\varrho p}{R' - 0{,}4f'\varrho}.$$

In der Kurbelwelle ist der Widerstand gleich der Kraft E, vermehrt um die Reibung der Zähne, welche nach den beiden vorhergehenden §§. der horizontalen Kraft:

$$Ef'''\pi\frac{m + m'}{mm'}$$

gleich ist. Die Gruppe der verticalen Kräfte reducirt sich auf p', und die der horizontalen Kräfte ist gleich:

$$E+Ef'''\pi\frac{m+m'}{mm'}=E'.$$

Die Resultante aus beiden Gruppen ist:

$$0{,}96E'+0{,}4p',$$

und das Moment der Zapfenreibung der Getriebe:

$$f''\varrho'(0{,}96E'+0{,}4p').$$

Durch die bewegende Kraft wird die Reibung nicht vergrößert, weil die Maschine zwei Kurbeln von immer entgegengesetzter Richtung hat. Folglich ist:

$$QR=E'r'+f''\varrho'(0{,}96E'+0{,}4p')$$

und:

$$Q=\frac{E'(r'+0{,}96f''\varsigma')+0{,}4f''\varrho'p'}{R}.$$

Dieser Werth von Q, der von E und der Ausdruck:

$$E'=E\left(1+f'''\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)$$

sind die Formeln für die Berechnung der in Rede stehenden Maschine.

§. 59. Bei der Radwelle mit Zahnrädern haben wir gesetzt:

$$R=0^m{,}335,\ r=0^m{,}115+\frac{d}{2},\ R'=0^m{,}39,$$

$$r'=0^m{,}065,\ \varrho=0^m{,}02,\ \varrho'=0^m{,}015,\ f'=f''=0{,}124,$$

wo $f'=f''$ der Reibungscoefficient für eiserne Zapfen in gußeisernen Lagern mit Wagenschmiere ist und $f'''=0{,}07$ der Coefficient der gleitenden Reibung von Gußeisen auf Gußeisen mit frischer Schmiere und $m=120$, $m'=20$ ist.

Wenn wir ferner für ein schon gebrauchtes Seil $d=0^m{,}04$, $\mu=1{,}75$, $\alpha=20^0$ oder $\cos\alpha=0{,}94$ und $\sin\alpha=0{,}34$ setzen, so ist das Gewicht der Welle nebst dem der beiden Räder und dem aufgewickelten Seile oder $p=125$ Kil. und endlich das Gewicht des Getriebes nebst dem der Kurbel oder $p'=75$ Kil. und:

$$\frac{d^\mu b}{2}=0^m{,}01638,\ \frac{d^\mu a}{2}=0{,}3742\text{ Kil.}$$

Ferner hat man:

$$E=\frac{\left[\begin{array}{l}Q'(0^m,135+0^m,01638+0,96\times0,124\times0^m,02\times0,94-0,4\\ \times0,124\times0^m,02\times0,34)+0,3742\text{ℛ}.-0,96\times0,124\times0^m,02\times125\text{ℛ}.\end{array}\right]}{0^m,39-0,4\times0,124\times0^m,02}$$

$$=\frac{0^m,154\,Q'+0,077\text{ Kil.}}{0^m,389}=0,396\,Q'+0,198\text{ Kil.}$$

$$E'=E\left(1+0,07\times3,1416\frac{140}{120\times20}\right)=1,0128\,E,$$

$$Q=\frac{\left[\begin{array}{l}1,0128\,E(0^m,065+0,96\times0,124\times0^m,015)+0,4\times0,124\\ \times0^m,015\times75\text{ Kil.}\end{array}\right]}{0^m,335}$$

$$=\frac{0^m,068\,E+0,056\text{ Kil.}}{0^m,335}$$

$$=\frac{0^m,068\times0,396\,Q'+0^m,068\times0,198\text{ Kil.}+0,056\text{ Kil.}}{0^m,335}$$

$$=\frac{0^m,027\,Q'+0,069\text{ Kil.}}{0^m,335}=0,081\,Q'+0206\text{ Kil.}$$

Wir wollen annehmen, daß das Hebezeug der Architekten, wie das der Artilleriſten, zum Heben einer Laſt von **2800** Kil. angewandt werden ſolle und daß der Flaſchenzug auch derſelbe iſt, ſo findet man Q' vermittelſt der bei den Flaſchen und dem Hebezeuge der Artilleriſten abgeleiteten Gleichung:

$$Q'=9,617\text{ Kil.}+0,3988\,P,$$

woraus ſich ergiebt:

$$Q'=9,617\text{ Kil.}+0,3988\times2800\text{ Kil.}=1126,257\text{ Kil.}$$

und:

$$Q=0,081\times1126,257\text{ Kil.}+0,206\text{ Kil.}=91,433\text{ Kil.}$$

Wenn man dieſes Reſultat mit der bewegenden Kraft an dem Hebezeuge der Artilleriſten vergleicht, welche $=140,564$ Kil. gefunden wurde, ſo ſieht man, daß ſich die bewegenden Kräfte an dem Hebezeuge der Artilleriſten und an dem der Architekten wie **3** zu **1,95** oder in runden Zahlen wie **3:2** verhalten.

Wenn man die Nebenwiderſtände unberückſichtigt ließe, ſo hätte man:

$$ER'=Q'r,\ E=\frac{Q'r}{R'},\ QR=Er',\ Q=\frac{Er'}{R}=\frac{Q'rr'}{RR'},$$

und nach den vorhergehenden Daten:

$$Q = Q' \frac{0{,}135 \times 0{,}065}{0{,}335 \times 0{,}39} = 0{,}067\, Q'$$

$$= 0{,}067 \frac{P}{n} = 0{,}067 \frac{2800\,\text{Kil.}}{4} = 46{,}9\,\text{Kil.}$$

Die Nebenwiderstände betragen also zusammengenommen **91,433** Kil. — **46,9** Kil. = **44,533** Kil. und sind **0,487** der erforderlichen bewegenden Kraft, welches Verhältniß etwas größer ist, als das für das Hebezeug der Artilleristen gefundene Verhältniß **0,444.**

Suchen wir endlich das Verhältniß der Quantitäten Arbeit. Die Leistung des Bewegers für eine vollständige Umdrehung der Welle erfordert eine Anzahl von Umdrehungen der Kurbel $= \frac{120}{20} = 6$, welche Zahl das Verhältniß der Anzahl der Zähne jedes Rades zu der des Getriebes ausdrückt. Diese Quantität Arbeit ist folglich:

$$Q \times 2\pi R \times 6 = 91{,}433\,\text{Kil.} \times 2 \times 3{,}1416 \times 0^m{,}335 \times 6 = 1154{,}73\,\text{Kil.}$$

Da durch eine vollständige Umdrehung der Welle wegen der vier Seile die Last nur um $\frac{1}{4}$ der Länge des Umfanges der Welle gehoben wird, so ist die Quantität der auf diese Last übertragenen Arbeit:

$$P \times \frac{2\pi r}{4} = 2800\,\text{Kil.} \times \frac{2 \times 3{,}1416 \times 0^m{,}135}{4} = 593{,}76\,\text{Kil.},$$

und beträgt folglich blos **0,514** der Arbeit des Bewegers.

Da bei dem Hebezeuge der Artilleristen die auf die Last übertragene Quantität Arbeit **0,555** von der des Bewegers beträgt, so folgt, daß das Hebezeug der Architekten während der Bewegung mehr mechanische Arbeit absorbirt, als das Hebezeug der Artilleristen, obgleich es die Kraft weit mehr begünstigt. Dennoch verdient es den Vorzug nicht blos, wenn man Kraft, sondern auch, wenn man Zeit ersparen, d. h. wenn man eine Last in der kürzesten Zeit auf eine gegebene Höhe heben will; denn wenn man die zum Einstecken und Ausziehen der Hebel und zur Ueberwindung der Trägheit bei dem Hebezeuge der Artilleristen erforderliche Zeit durch Beobachtung bestimmte, so würde man wahrscheinlich finden, daß bei Anwendung des Hebezeuges der Architekten für dieselbe Höhe und Last weniger Zeit erforderlich ist. Endlich ist einleuchtend, daß das Hebezeug der Architekten auch hinsichtlich der Quantität der auf die Last übertragenen Arbeit den Vorzug verdienen würde, wenn man die Quantitäten Arbeit in Rechnung brächte, welche im Anfange jeder Umlegung der Hebel und im Anfange der stetigen Bewegung der Kurbel durch die Trägheit consumirt wird.

Winden.

§. **60.** Die Winden werden gewöhnlich zum Heben von Lasten angewandt; allein man kann sie auch zur Hervorbringung von

Zugkräften anwenden, und alsdann haben sie mit der Kurbelwelle eine solche Aehnlichkeit, daß sie ganz schicklich nach den Hebezeugen untersucht werden.

Es giebt zwei Arten von Winden, nämlich die einfache und die zusammengesetzte Winde. In der ersten (Figur 19) wirkt die bewegende Kraft Q an einer Kurbel R und dreht ein Getriebe A, welches in der Entfernung r von seiner Axe in eine Zahnstange B, worauf die Last P ruht, eingreift, z. B. von der Rechten gegen die Linke um. In der zweiten (Figur 20) dreht die Kraft Q das Getriebe A von der Linken gegen die Rechte, welches in einer Entfernung R' in ein Zahnrad C eingreift und an der Welle von C befindet sich ein zweites dem ersten gleiches Getriebe A', welches in die Zahnstange B eingreift.

§. 61. Offenbar muß man hier statt der Steifigkeit des Seiles die gleitende Reibung zwischen den Zähnen des Rades, der Getriebe und der Zahnstange zu dem Hauptwiderstande P addiren, und wir haben in §. 57 diese Reibung zwischen den Zähnen eines Rades und eines Getriebes bei einem Drucke E gleich:

$$F = \pi f E \frac{m + m'}{m m'}.$$

gefunden, in welchem Ausdrucke m die Anzahl der Zähne des Rades und m' die des Getriebes bezeichnet und:

$$\frac{m + m'}{m} = \frac{R + R'}{R}$$

ist. Wenn das Rad in eine Zahnstange übergeht, so wird R unendlich und $\frac{m + m'}{m} = \frac{R + R'}{R} = 1$.

In dem vorliegenden Falle, wo auf die Zahnstange ein Druck P ausgeübt wird, ist also:

$$F = \pi f \frac{P}{m'}$$

und der Widerstand, welchem die Kraft Q während der Bewegung das Gleichgewicht halten muß, ist folglich:

$$P + \pi f \frac{P}{m'} = P\left(\frac{m' + \pi f}{m'}\right),$$

wenn die Reibungen der Zahnstange an den Wänden des Gehäuses des Räderwerkes unberücksichtigt gelassen werden.

Die Gleichung für die Kurbelwelle ist aber nach §. 9:

$$Q = \frac{P\left[r + \frac{d^{\mu} b}{2} + \varrho f'(0{,}96\cos\beta - 0{,}4\sin\beta)\right] + \frac{d^{\mu} a}{2} + 0{,}96 f' \varrho p}{R - 0{,}2546 f' \varrho},$$

und um sie auf die einfache Winde anwenden zu können, muß man offenbar $b=0$, $\beta=0$ setzen, weil in der Maschine kein Seil vorkommt und der Hauptwiderstand nach der verticalen Richtung wirkt; dann für p das Gewicht des Getriebes und der Kurbel, für ϱ den Halbmesser der Welle dieses Getriebes, ferner $P\left(\frac{m'+\pi f}{m'}\right)$ statt P und endlich für P das Gewicht der Last und der Zahnstange nehmen. Auf diese Weise erhält man:

$$Q=\frac{P\left(\frac{m'+\pi f'}{m'}\right)(r+0{,}96f'\varrho)+0{,}96f'\varrho p}{R-0{,}2546f'\varrho}$$

oder:

$$Q=\frac{P(m'+\pi f)(r+0{,}96f'\varrho)+0{,}96f'\varrho m'p}{m'(R-0{,}2546f'\varrho)}.$$

§. 62. Die Gleichung für die einfache Winde gilt auch für die Radwelle, welche das Zahnrad und sein Getriebe in der zusammengesetzten Winde bilden, nur muß man R' für R, das Gewicht der Radwelle p' für p und für Q den Druck Q_1 setzen, welchen der Zahn des Getriebes A von oben nach unten auf den des Rades C ausübt. Hieraus ergiebt sich:

$$Q_1=\frac{P(m'+\pi f)(r+0{,}96f'\varrho)+0{,}96f'\varrho m'p'}{m'(R'-0{,}2546f'\varrho)}.$$

Aber mit dieser Gleichung muß man die für die aus dem Getriebe A und der Kurbel gebildete Radwelle verbinden. Für diesen Theil der Maschine ist der von unten nach oben von dem Zahne des Rades C auf den des Getriebes A ausgeübte Druck Q_1 der Hauptwiderstand, wozu noch die Reibung:

$$F=\pi f Q_1\frac{m+m'}{mm'}$$

addirt werden muß.

Wir haben also die Gleichung für die Kurbelwelle auf die vorhin angegebene Weise abzuändern und darin für P die Größe:

$$Q_1+\pi f Q_1\frac{m+m'}{mm'}=Q_1\frac{mm'+\pi f(m+m')}{mm'}$$

zu setzen, wodurch wir für die zusammengesetzte Winde folgende Gleichung erhalten:

$$Q=\frac{Q_1[mm'+\pi f(m+m')](r+0{,}96f'\varrho)+0{,}96f'\varrho mm'p}{mm'(R-0{,}2546f'\varrho)}.$$

Krahne.

§. **63.** Die Krahne sind Maschinen, vermittelst welcher man Lasten heben und auch auf kleine Entfernungen in horizontalem Sinne fortbewegen kann. Sie enthalten, wie die Hebezeuge, Rollen und eine Radwelle; aber sie können sich auch außerdem um eine verticale Axe drehen und ihre Zusammensetzung, so wie ihre Form ändert sich mit der Art der Anwendung und dem Orte, wo sie angewandt werden sollen.

Im Allgemeinen besteht ein Krahn aus einer verticalen Welle, welche sich um sich selbst drehen kann (Figur **21**), aus einem horizontalen Querarme, welcher mit dem oberen Theile der Welle verbunden ist, aus einer Radwelle mit Sperrklinke oder aus einer Welle mit einer Kurbel und einem Zahnräderwerke, welches sich an dem untern Theile der stehenden Welle befindet, und endlich aus zwei festen Leitrollen an den Enden des horizontalen Armes. Das Seil geht über diese Rollen und ist an der Last befestigt und oft wendet man statt der einfachen Rolle am äußersten Ende des Querarmes auch einen Flaschenzug an.

Zuweilen hat der Krahn auch einen kleinen Wagen, welcher auf vier Rollen ruht, und sich auf eisernen Streifen, womit der horizontale Querarm beschlagen ist, hin- und herbewegen kann. Dieser Querarm besteht alsdann aus zwei etwas von einander entfernten, parallelen hölzernen Balken, und über der obern Fläche befindet sich die der stehenden Welle zunächst liegende Leitrolle. Die Zapfenlager der andern Leitrolle liegen in der Mitte der Tragbalken des Wagens und das Seil geht zwischen den beiden parallen Theilen des Querarmes hindurch, so daß vermittelst eines schicklich angebrachten Seiles die Last der verticalen Welle genähert oder davon entfernt werden kann.

§. **64.** Daß über die Radwellen, Rollen und Hebezeuge Gesagte genügt, um die Kraft nnd Quantität Arbeit bestimmen zu können, welche Arbeiter ausüben müssen, um vermittelst eines Krahnes eine bestimmte Last zu heben. Wir haben also für die gewöhnlichen Krahne nur die horizontale Bewegung zu betrachten, welche man denselben ertheilen muß, um die Last um die verticale Welle zu drehen, und sie an die gehörige Stelle zu bringen. Was die Krahne mit einem Wagen anlangt, so ist zur Aufstellung ihrer Theorie blos erforderlich, daß man noch die Kraft hinzufügt, welche zu der Bewegung des Wagens, parallel zu dem Querarme erfordert wird.

§. **65.** Die Maschine muß in dem Augenblicke betrachtet werden, wo die Sperrklinke das Niedersinken der bis zu einer gewissen Höhe gelangten Last ***P*** verhindert. Der horizontalen Bewegung wirkt kein anderer Widerstand entgegen, als die Trägheit der ganzen Masse; aber auch dieser Widerstand ist nicht mehr vorhanden, sobald die drehende Bewegung gleichförmig geworden ist, weswegen man denselben unberücksichtigt läßt, oder besonders bestimmt. Man hat also blos den beiden Hauptwiderständen, nämlich der Reibung

des untern und obern Zapfens das Gleichgewicht zu halten. Beide Widerstände rühren von der Last und der in einem Punkte des Gestelles oder Gerüstes der Radwelle angebrachten bewegenden Kraft Q her. Das Gewicht P' der Maschine mit Einschluß des Seiles hat auch auf den ersten Widerstand Einfluß, aber auf den zweiten ist dieser Einfluß nicht merklich, weil der Schwerpunkt C des unbelasteten Apparates nahezu auf der Axe der Welle liegt.

Wir wollen mit d den Abstand der Richtung von P von der Axe bezeichnen, so kann diese Länge auch ohne merklichen Fehler für den Abstand derselben Richtung von dem Punkte A, wo sich der untere Zapfen gegen die Seitenwand seines Lagers stützt, genommen werden.

Es bezeichne l, l' resp. die Entfernung des Punktes A von der Mitte B des obern Zapfens, und vom Schwerpunkte C, ϱ den Halbmesser des obern Zapfens und des oberen Theiles des unteren Zapfens, ϱ' den Halbmesser des Kreises des unteren Zapfens, welcher sich auf den Boden des Zapfenlagers reibt, f' den Coefficienten der Seitenreibung, f'' den Coefficienten der anderen Reibung, α den Winkel, welchen die Richtung der Kraft Q mit der Normale auf der Ebene der Symmetrie ABP bildet und k den Abstand der Axe der Welle von dem Punkte D, wo diese Richtung dieselbe Ebene trifft. Die Kraft mag von unten nach oben nach einer geneigten Richtung wirken, weil die Arbeiter die Arme gewöhnlich etwas hoch halten und wir wollen annehmen, daß diese Richtung zur Rechten der Normale auf der Ebene ABP liegt, weil die sich in einem Kreise bewegenden Arbeiter ihren Angriffspunkt immer vom Mittelpunkte zu entfernen streben.

Die an dem Hebelarme d wirkende Kraft P strebt das System von der Linken gegen die Rechte um den Punkt A zu drehen. Der horizontale Widerstand des Zapfenlagers in B widersteht dieser Bewegung und hat folglich ein Bestreben, das System von der Rechten gegen die Linke um den Punkt A zu drehen. Da der Hebelarm dieser Kraft $=l$ ist, so beträgt der horizontale Druck, welchen die Kraft P in B hervorruft im Gleichgewichtszustande $\frac{Pd}{l}$.

Der in A von der Kraft P hervorgebrachte Druck ist ebenfalls gleich $\frac{Pd}{l}$; denn vermittelst dieses festen Punktes halten die Reaction des Pfannendeckels und die Kraft P einander das Gleichgewicht, und folglich wird ihre Resultante aufgehoben. Wenn wir also diese Resultante zerlegen, so erhalten wir eine vertikale Componente $=P$ und eine horizontale Componente $=\frac{Pd}{l}$.

Die bewegende Kraft Q kann man sich im Punkte D in zwei rechtwinklige Kräfte zerlegt denken, wodurch man eine nach der Normale von ABP gerichtete Kraft $Q\cos\alpha$ und eine nach dem Durchschnitte derselben Ebene mit der Normalebene, worin Q liegt, gerichtete Kraft $Q\sin\alpha$ erhält. Die erste allein bewirkt an einem Hebel-

arme $=k$ die horizontale Bewegung des Krahnes. Die zweite, welche mit der Verticale einen gewissen Winkel β bildet, läßt sich in zwei in der Ebene der Symmetrie liegende Kräfte zerlegen, wovon die eine $Q\sin\alpha\cos\beta$ in einer Entfernung k von der Axe nach der verticalen Richtung von unten nach oben wirkt, während die andere $Q\sin\alpha\sin\beta$ in einer Entfernung l'' unter dem Schwerpunkte C in horizontaler Richtung von der Rechten gegen die Linke wirkt.

Die Kraft $Q\sin\alpha\cos\beta$ strebt, wie P das System von der Linken gegen die Rechte um den Punkt A zu drehen und ruft folglich in B und A einen Druck $=\frac{k}{l}Q\sin\alpha\cos\beta$ hervor.

Die auf der Axe senkrechte Kraft $Q\sin\alpha\sin\beta$ wirkt in einer Entfernung $l'-l''$ von A und ruft folglich nach der bekannten Vertheilung einer in normaler Richtung auf eine in ihren beiden Enden unterstützte Stange wirkenden Kraft in B einen von der Rechten gegen die Linke gerichteten horizontalen Druck:

$$\frac{l'-l''}{l}Q\sin\alpha\sin\beta$$

hervor, welcher mit dem negativen Zeichen genommen werden muß, weil derselbe nach einem den beiden bereits gefundenen Druckkräften entgegengesetzten Sinne wirkt.

Dieselbe Kraft $Q\sin\alpha\sin\beta$ wirkt in einer Entfernung $l-l'+l''$ von B und bringt folglich in A einen horizontalen Druck:

$$\frac{l-l'+l''}{l}Q\sin\alpha\sin\beta$$

hervor, welcher nach demselben Sinne wirkt, als die bereits für diesen Punkt gefundenen beiden Druckkräfte.

Da der von der Seitenreibung herrührende Widerstand offenbar die Summe der in A und B statt findenden Widerstände ist, so können wir die in diesen beiden Punkten statt findenden sechs Druckkräfte zusammen addiren und annehmen, daß ihre Summe in A oder B eine einzige Reibung verursacht. Wir haben also z. B. in A in der Ebene ABP eine einzige Kraft:

$$2\frac{Pd}{l}+2\frac{k}{l}Q\sin\alpha\cos\beta+\left(\frac{l-l'+l''}{l}-\frac{l-l''}{l}\right)Q\sin\alpha\sin\beta$$

$$=\frac{2d}{l}P+\frac{2k}{l}Q\sin\alpha\cos\beta+\frac{l-2l'+2l''}{l}Q\sin\alpha\sin\beta.$$

Aber wir können in der Horizontalebene dieser Kraft die Kraft $Q\cos\alpha$ verrücken, wofern sie nur ihre auf der Ebene der Symmetrie senkrechte Richtung behält. Alsdann durchschneiden sich die Richtungen der beiden Kräfte unter einem rechten Winkel und ihre Resultante wird ausgedrückt durch:

$$0{,}96\left(\frac{2d}{l}P+\frac{2k}{l}Q\sin\alpha\cos\beta+\frac{l-2l'+2l''}{l}Q\sin\alpha\sin\beta\right)$$
$$+0{,}4Q\cos\alpha.$$

Diese Resultante aus allen horizontalen Kräften ist es, welche die Seitenreibung bewirkt und da sie nicht auf der Oberfläche der Unterlage senkrecht ist, so muß man sie mit $f'=\frac{f}{\sqrt{1+f^2}}$ multipliciren, um die Intensität dieser Reibung zu erhalten (§. 9).

Was die Reibung an dem Boden des untern Zapfenlagers betrifft, so wird sie durch Multiplication mit dem Drucke $P+P'-Q\sin\alpha\cos\beta$, welcher die Resultante aus allen verticalen Kräften ist, erhalten und ihre Intensität wird folglich ausgedrückt durch:

$$f''(P+P'-Q\sin\alpha\cos\beta)$$

Wir haben nun noch auszudrücken, daß die Quantität Arbeit des Bewegers der Summe der durch die beiden Widerstände consumirten Quantitäten Arbeit gleich ist. Diese Gleichheit kommt aber auf die der Momente in Beziehung auf die Rotationsaxe zurück, weil alle Bewegungen um diese Axe geschehen (§. 58). Wir setzen daher blos:

$$kQ\cos\alpha=f'\varrho\left\{0{,}96\left(\frac{2d}{l}P+\frac{2k}{l}Q\sin\alpha\cos\beta\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{l-2l'+2l''}{l}Q\sin\alpha\sin\beta\right)+0{,}4Q\cos\alpha\right\}$$
$$+\tfrac{2}{3}f''\varrho'(P+P'-Q\sin\alpha\cos\beta),$$

denn wir haben in §. 32 gesehen, daß die Reibung eines stehenden Zapfens auf dem Boden seines Lagers in einer Entfernung von der Axe $=\frac{2}{3}$ des Halbmessers des reibenden Kreises wirkt.

Es ist folglich:

$$Q=\frac{P\left(0{,}96f'\varrho\frac{2d}{l}+\frac{2}{3}f''\varrho'\right)+\frac{2}{3}f''\varrho'P'}{\left[k\cos\alpha-f'\varrho\left\{0{,}96\left(\frac{2k}{l}\sin\alpha\cos\beta+\frac{l-2l'+2l''}{l}\sin\alpha\sin\beta\right)\right.\right.}$$
$$\left.\left.+0{,}4\cos\alpha\right\}+\frac{2}{3}f''\varrho'\sin\alpha\cos\beta.\right]$$

Wenn die Kraft nach einer auf der Ebene der Symmetrie senkrechten Richtung wirkte, so wäre $\alpha=0$ und die vorhergehende Formel reducirte sich folglich auf;

$$Q=\frac{P\left(0{,}96f'\varrho\frac{2d}{l}+\frac{2}{3}f''\varrho'\right)+\frac{2}{3}f''\varrho'P'}{k-0{,}4f'\varrho}$$

§. 66. Zuweilen ist auch der untere stehende Zapfen der Welle wie der obere eingerichtet, und sie stützt sich alsdann mit einem ringförmigen Theile ihrer untern Basis auf den Rand eines Loches, in welches der zweite Zapfen geht (Figur 22). Die vorhergehenden Formeln entsprechen auch diesem Falle, wenn man für $\frac{2}{3}\varrho'$ den Abstand der Axe vom Schwerpunkte eines Sectors des Ringes setzt.

Um diesen Abstand x zu bestimmen, sei r der Halbmesser der Welle, ϱ der des untern Zapfens, S ein Ausschnitt des großen Kreises, welcher der $n$te Theil davon ist und s, s' seien die entsprechenden Sectoren des Ringes und des kleinen Kreises; so sind $\frac{2}{3}r$, $\frac{2}{3}\varrho$ die Entfernungen der Schwerpunkte der Sectoren S, s' von der Axe und das Gewicht von S ist die Resultante der Gewichte von s, s'. Folglich ist:

$$\frac{2}{3}rS = sx + \frac{2}{3}\varrho s', \text{ und } x = \frac{\frac{2}{3}(rS - \varrho s')}{s};$$

aber:

$$S = \frac{\pi r^2}{n},\ s' = \frac{\pi \varrho^2}{n},\ s = \frac{\pi}{n}(r^2 - \varrho^2);$$

folglich:

$$x = \frac{2}{3}\frac{r^3 - \varrho^3}{r^2 - \varrho^2}.$$

§. 67. Der Wagen eines Krahnes bietet keine rollende Reibung dar, weil seine gußeisernen Rollen auf die eisernen Stangen, worauf sie ruhen, keinen merklichen Eindruck machen, und der einzige Widerstand, welchen derselbe darbietet, ist folglich die gleitende Reibung der Axen. Diese Reibung wird hervorgebracht durch den Druck, welcher von der Resultante der Last P und der horizontalen Kraft q, welche die Bewegung erfordert, herrührt, d. h. durch die Kraft:

$$\sqrt{P^2 + q^2},$$

welche sich unter die vier Rollen gleich vertheilt. Nun ist es aber einerlei, ob man die $\frac{1}{4}\sqrt{P^2 + q^2}$ entsprechende Reibung einer einzigen Rolle bestimmt und das Resultat vierfach nimmt, oder ob man annimmt, daß der ganze Druck $\sqrt{P^2 + q^2}$ auf eine Axe wirkt. Der ganze Widerstand ist folglich $= f'\sqrt{P^2 + q^2}$, und wenn R, r resp. die Halbmesser einer Rolle und ihres Loches bezeichnen; so hat man für eine ganze Umdrehung:

$$2\pi R q = 2\pi r f'\sqrt{P^2 + q^2},\ R^2 q^2 = r^2 f'^2 (P^2 + q^2),$$

$$q = \frac{rf'P}{\sqrt{(R^2 - r^2 f'^2)}}.$$

Ein anderer hinreichend genäherter und leichter zu berechnender Werth von q ergiebt sich aus der Gleichung:

$$q = \frac{rf'\alpha P + A(P+p)}{\cos\varphi(R - rf'\beta) + \sin\varphi(A + rf'\alpha)}$$

für die rollende Bewegung auf einem Wege von einer weichen Oberfläche; denn man braucht nur $\varphi = 0$ zu setzen, um auszudrücken, daß die Kraft q nach horizontaler Richtung wirkt und $A = 0$, um anzudeuten, daß der Weg keinen Widerstand darbietet, und endlich $\alpha = 0{,}96$, $\beta = 0{,}4$ zu setzen, wodurch man erhält:

$$q = \frac{0{,}96rf'P}{R - 0{,}4rf'}.$$

Maschinen mit Schrauben.

§. 68. Zu den Maschinen dieser Art rechnen wir die, worin die Bewegung durch eine Schraube modificirt wird, und bei einigen derselben ist die Schraube zugleich Modificator, Communicator und Operator.

Es giebt zwei Arten von den Schrauben. Bei der ersten Art ist der Durchschnitt des Schraubenganges oder Gewindes mit einer Diametralebene ein Quadrat und bei der zweiten Art ein gleichseitiges oder wenigstens gleichschenkliges Dreieck. Die ersten heißen Schrauben mit vierkantigem (quadratischem) und die zweite Schrauben mit dreikantigem Gewinde. Bei beiden Arten von Schrauben haben die Vertiefungen dieselbe Form und dasselbe Volumen, als der vorspringende Schraubengang und eine Schraubenmutter bietet inwendig genau einen Theil der Schraube dar, welcher wenigstens drei Windungen haben muß, damit kein Hin- und Herschwanken der Schraube (Schraubenspindel) in der Schraubenmutter stattfindet und durch eine hinreichende Vertheilung des Druckes oder der Last eine zu schnelle Abnutzung verhindert wird.

Die Schraubenweite ist bekanntlich die Höhe, um welche der Schraubengang bei jeder ganzen Windung aufsteigt. Man kann die Schraube auf mehrere Arten anwenden. In gewissen Maschinen ist die Schraubenmutter fest und die Schraubenspindel wird vermittelst eines auf ihrer Axe senkrechten und an ihrem Kopfe angebrachten Hebels in eine drehende Bewegung versetzt, wie bei dem Stückrichten. Bei andern Maschinen ist die Schraubenspindel fest und die Schraubenmutter wird auf dieselbe Art wie vorhin die Schraubenspindel bewegt. Eine Art von Presse bietet eine verticale Schraube dar, welche nur eine Rotationsbewegung annehmen kann und der Wagen einer Drehbank bietet eine horizontale Schraube dar, welche sich in demselben Falle befindet. Beide ertheilen der Schraubenmutter eine geradlinige Bewegung, weil diese nur in Nuten geradlinig fortrücken, aber sich nicht drehen kann. Endlich ha-

ben einige Maschinen, namentlich die zur Bewegung der Gitter der Brücken in Kriegsplätzen angewandten, eine Schraube, welche sich nicht drehen kann, sondern in Folge der Drehung einer Schraubenmutter, welche die Last gegen eine widerstehende Platte drückt, geradlinig fortrückt.

Schraube mit vierkantigem oder quadratischem Gewinde.

§. 69. Diese Schraube wird gewöhnlich aus Eisen verfertigt und kann alsdann einer Zug- oder Druckkraft von ungefähr 6 Kil. für das Quadratmillimeter ihres Normaldurchschnittes widerstehen, ohne etwas von ihrer Elasticität zu verlieren; denn die Erfahrung hat gelehrt, daß die Cohäsion des Eisens für jedes Quadratmillimeter einem Gewichte von 6 Kil. das Gleichgewicht halten kann. Wenn also a den Halbmesser des Schraubenkernes in Millimetern und P die Gesammtzugkraft in Kilogrammen ausdrückt, welche auf diesen Cylinder wirken kann, so hat man zur Bestimmung der einen oder der andern der beiden Größen a, P die Gleichung:

$$6\,\text{Kil.}\,\pi a^2 = P.$$

Die Schraubenmutter ist gewöhnlich aus Bronze verfertigt, deren Widerstand oder Festigkeit wenig von der des Eisens verschieden ist, wodurch die Reibung vermindert wird. Die Seite des diametralen Durchschnittes des Schraubengewindes ist gleich dem Vorsprunge auf dem Kerne, und wenn es nur eine Schraubenwindung giebt, so beträgt dieselbe Seite die Hälfte der Schraubenweite. Ferner findet zwischen jeder dieser drei Größen und dem Halbmesser a eine nothwendige Relation statt.

Es sei h die Länge der Schraubenweite AC (Figur 23) in Millimetern, s die Anzahl der Quadratmillimeter in der dreifachen Fläche $ABCDEFA$ und n das Verhältniß, welches zwischen der auf alle drei in der Schraubenmutter befindliche Windungen der Schraube vertheilten Gesammtlast und der Cohäsion in der ganzen Ausdehnung von s stattfinden muß. Diese Cohäsion wird ausgedrückt durch $6\,\text{Kil.} \times s$, und die Last darf nicht größer sein, als $6sn$; aber in gewissen Fällen ist es die auf den Kern der Schraube ausgeübte Zugkraft, welche den Druck auf das Gewinde bildet und höchstens $= 6\pi a^2$ sein darf. Soll also das Gewinde und der Kern der Schraube denselben Widerstand leisten können, so muß man haben:

$$6sn = 6\pi a^2 \text{ oder } sn = \pi a^2.$$

Da nun die Fläche, $ABCDEFA$, wenn sie abgewickelt wird, ein Parallelogramm bildet, dessen auf AB senkrechte Höhe FI ist und durch das Produkt aus der Windung ABC und FI ausgedrückt wird; so hat man, wenn α den Winkel bezeichnet, welchen die Tangente im

Punkte A der Schraubenlinie mit der Tangente des Kreises des Kernes bildet:

$$ABC \times FI \frac{2\pi a}{\cos\alpha} \times AF \cos\alpha = \frac{2\pi a}{\cos\alpha} \times \frac{h}{2} \cos\alpha = \pi a h;$$

folglich:

$$s = 3\pi a h, \quad 3\pi a h n = \pi a^2 \text{ und } h = \frac{a}{3n}.$$

Man müßte eigentlich annehmen, daß die Cohäsion auf s der Last gleich sei, allein da diese in gewissen Fällen auch auf den Rand des Schraubenganges wirken, und so einen größeren Hebelarm als der a der Cohäsion bekommen kann, so muß man n blos $= \frac{1}{2}$ nehmen; alsdann ist $h = \frac{2}{3}a$ und der Vorsprung des Schraubengewindes, so wie die Seite des Normaldurchschnittes desselben $= \frac{a}{2}$.

§. **70.** Wir wollen nun die Relation aufzustellen suchen, welche bei einer vierkantigen oder quadratischen Schraube zwischen der bewegenden Kraft Q und der Last P stattfinden muß. Zunächst wollen wir den Fall betrachten, wo die Schraube vertical aufsteigt, indem die Kraft in einer Entfernung R von der Axe in horizontaler Richtung an einem an dem Kopfe der Schraube angebrachten Hebel wirkt und die Schraubenmutter unbeweglich bleibt.

Wir wollen annehmen, daß die Last oder das Gewicht in einem einzigen Punkte A der mittleren Schraubenlinie AB (Figur **24**) des in der Schraubenmutter befindlichen Theiles des Schraubengewindes concentrit sei, indem das Gewicht der Schraube mit in dieser Last begriffen ist, und r bezeichne den Abstand des Punktes A von der Axe, α den Winkel, welchen die Tangente einer Schraubenlinie mit der Horizontale bildet, h die Schraubenweite und f den Coefficienten der Reibung, welche durch den Normaldruck auf die geneigte Ebene des Schraubengewindes hervorgerufen wird; so ist die während einer ganzen Umdrehung von der bewegenden Kraft ausgeübte Quantität Arbeit $= 2\pi RQ$ und die auf dem Hauptwiderstand übertragene Quantität Arbeit $= Ph$.

Der von dem Gewichte P herrührende Normaldruck ist $= P.\cos\alpha$ und die auf den Angriffspunkt von P bezogene horizontale Kraft Q wird $= Q\frac{R}{r}$ und bringt einen Normaldruck $Q\frac{R}{r}\sin\alpha$ hervor. Die Reibung wird also ausgedrückt durch:

$$f\left(P\cos\alpha + Q\frac{R}{r}\sin\alpha\right);$$

aber sie findet bei einer vollständigen Umdrehung auf der ganzen Länge einer Windung der mittleren Schraubenlinie statt. Diese Länge ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen Katheten die Schraubenweite h und der rectificirte Kreisumfang $2\pi r$ sind, worin der Angriffspunkt A von P liegt, und endlich ist der

in diesem Dreiecke der verticalen Seite h gegenüberliegende Winkel $=\alpha$. Folglich ist der Weg, längs dessen die Reibung stattfindet $=\frac{h}{\sin\alpha}$ und die durch diesen Nebenwiderstand consumirte Quantität Arbeit wird ausgedrückt durch:

$$\frac{fh}{\sin\alpha}\left(P\cos\alpha+Q\frac{R}{r}\sin\alpha\right)=fh\left(\frac{P}{\text{tang}\,\alpha}+Q\frac{R}{r}\right).$$

Die gesuchte Relation ist folglich:

$$2\pi RQ=Ph+fh\left(\frac{P}{\text{tang}\,\alpha}+Q\frac{R}{r}\right)$$

oder:

$$Q=\frac{Ph\left(1+\frac{f}{\text{tang}\,\alpha}\right)}{2\pi R-\frac{R}{r}fh}=\frac{Phr(\text{tang}\,\alpha+f)}{R\,\text{tang}\,\alpha(2\pi r-fh)}.$$

Da $\text{tang}\,\alpha=\frac{h}{2\pi r}$ ist, so kann man den Werth von Q auch auf folgende Form bringen:

$$Q=\frac{Pr(h+2\pi rf)}{R(2\pi r-fh)}.$$

Aber da der Halbmesser des Kernes $a=\frac{3}{2}h$ und der des Cylinders, worauf die am weitesten von der Axe entfernte Schraubenlinie liegt, $=a+\frac{h}{2}=\frac{3}{2}h+\frac{h}{2}=2h$ ist, so ist der Halbmesser der cylindrischen Fläche, worauf die mittlere Schraubenlinie liegt:

$$r=\frac{\frac{3}{2}h+2h}{2}=\frac{7}{4}h,$$

und folglich:

$$Q=\frac{Ph(28+98\pi f)}{R(56\pi-16f)}.$$

Da endlich für die Reibung von Bronze auf Eisen, mit Talg geschmiert, $f=0{,}1$ ist, so hat man:

$$Q=0{,}337\,\frac{Ph}{R}.$$

Wenn keine Reibung stattfände, so hätte man blos:

$$2\pi RQ'=Ph,\text{ und }Q'=\frac{Ph}{2\pi r}=0{,}159\,\frac{Ph}{R}.$$

Der Nebenwiderstand vergrößert also die Kraft um:

$$Q - Q' = 0{,}178 \frac{Ph}{R},$$

d. h. sie wird etwas größer, als doppelt so groß, wie bei einer Schraube ohne Reibung.

Dasselbe gilt in Beziehung auf die Quantitäten Arbeit; denn die während einer Umdrehung consumirte Quantität Arbeit ist:

$$2\pi RQ = 0{,}337\,Ph \times 2\pi = 2{,}117\,Ph,$$

d. h. sie ist um **0,117** größer, als das Doppelte der erzeugten Quantität Arbeit. Die Reibung absorbirt also während einer Umdrehung eine Quantität Arbeit $= 1{,}117,\ Ph$.

§. 71. Wenn wir diese Theorie auf die Stückrichtschraube anwenden wollen, deren Schraubenmutter auch aus Bronze besteht, so müssen wir $R = 0^m{,}16$, $r = 0{,}024$, $h = 0^m{,}012$, $f = 0{,}168$ setzen, wegen der Wagenschmiere, und uns des dritten Werthes von Q bedienen; denn der letzte ist unzulässig, weil r etwas größer ist, als $\frac{7}{4}h$. Wir haben folglich:

$$Q = \frac{P \times 0^m{,}024\,(0^m{,}012 + 2 \times 3{,}1416 \times 0^m{,}024 \times 0{,}168)}{0^m{,}16\,(2 \times 3{,}1416 \times 0^m{,}024 - 0{,}168 \times 0^m{,}012)} = 0{,}038\,P.$$

Wenn keine Reibung stattfände, so fänden wir:

$$Q' = 0{,}159\,P \times \frac{0^m{,}012}{0^m{,}16} = 0{,}012\,P.$$

In dieser Schraube ist also die Reibung das Dreifache der Kraft.

Wenn wir eine geladene **24** pfünder Kanone annehmen, so besteht die Last P aus dem Ueberschusse des Gewichtes des Stoßes über das des Fluges des Kanonenrohres und kann auf **120** Kil. geschätzt werden, aus dem Gewichte der Schraube, welches ungefähr **10** Kil. beträgt und aus der Reibung der Zapfen. Nun kann aber der Druck der Zapfen auf ihre Lager $= 2680$ Kil. gesetzt werden, und der Reibungscoefficient für Bronze auf Eisen ohne Schmiere ist $= 0{,}161$; folglich die Intensität der Reibung am Ende des Halbmessers der Zapfen $= 0{,}161 \times 2680$ Kil. Dieser Halbmesser hat eine Länge $= 0^m{,}07369$ und der Abstand der Axe der Zapfen von dem letzten Kreise der Plattbande ist $= 1^m{,}312$. Folglich wird der dritte Theil von P ausgedrückt durch:

$$2680 \text{ Kil.} \times 0{,}161 \times \frac{0^m{,}07369}{1^m{,}312} = 24{,}23 \text{ Kil.},$$

$$P = 120 \text{ Kil.} + 10 \text{ Kil.} + 24{,}23 \text{ Kil.} = 154{,}23 \text{ Kil.} \text{ und}$$

$$Q = 0{,}038 \text{ Kil.} \times 154{,}23 \text{ Kil.} = 5{,}86 \text{ Kil.}$$

Die Hand des Stückrichters muß also auf die Kurbel eine Kraft von 5 bis 6 Kil. ausüben, um den Stoß zu heben.

§. 72. In dem Falle, wo der Beweger eine mit einem Gewichte belastete Schraube abwärts bewegen soll, addirt sich die Quantität Arbeit Ph zu $2\pi RQ$, um die mechanische Leistung des Widerstandes hervorzubringen, welcher nur in der Reibung besteht. Aber die Reibung ist selbst verändert; denn der Druck $P\cos\alpha$ ist um die Componente $Q\frac{R}{r}\sin\alpha$, welche nach entgegengesetztem Sinne wirkt (Figur 25), vermindert; und der wirkliche Druck ist folglich blos $=P\cos\alpha-Q\frac{R}{r}\sin\alpha$.

Man muß also haben:

$$2\pi RQ+Ph=fh\left(\frac{P}{\text{tang}\,\alpha}-Q\frac{R}{r}\right),$$

und folglich:

$$Q=\frac{Phr(f-\text{tang}\,\alpha)}{R\,\text{tang}\,a(2\pi r+fh)}.$$

Uebrigens wollen wir bemerken, daß wir diese Relation unmittelbar erhalten haben würden, wenn wir in dem zweiten Ausdrucke von Q für den Fall der aufsteigenden Bewegung Q und f negativ gesetzt hätten, um die Veränderung der Richtung der Kraft und der Reibung in Rechnung zu bringen.

Den vorhergehenden Ausdruck für die dem Niedersteigen der Schraube entsprechenden Kraft kann man wegen $\text{tang}\,\alpha=\frac{h}{2\pi r}$ auch auf folgende Form bringen:

$$Q=\frac{Pr(2\pi rf-h)}{R(2\pi r+fh)},$$

und wenn man für r seinen Werth $\frac{7}{4}h$ substituirt; so erhält man:

$$Q=\frac{Ph(98\pi f-28)}{R(56\pi+16f)}.$$

Setzt man endlich $f=0{,}1$ und $\pi=3{,}1416$, so hat man:

$$Q=0{,}016\frac{Ph}{R}.$$

Die während einer Umdrehung zu consumirende Quantität Arbeit wird also ausgedrückt durch:

$$2\pi RQ=0{,}016\,Ph\times 2\pi=0{,}1\,Ph.$$

Sie rührt einzig und allein von der Reibung her und bildet

den von der Maschine herrührenden Verlust, weil P unter der Wirkung der Schwere allein herabsteigen könnte. Nun haben wir aber für das Aufsteigen der Schraube eine Quantität Arbeit $= 2{,}117\,Ph$ gefunden, und wenn die Schraube mit derselben Last auf- und niedersteigen muß; so erfordert sie folglich eine Quantität Arbeit $= 2{,}217\,Ph$.

Zu bemerken ist, daß $Q = 0$ werden und die Schraube von selbst gleichförmig niedersteigen würde, wenn $\text{tang}\,\alpha = f$, d. h. wenn α gleich dem Reibungswinkel wäre (§. 9).

Durch die Anwendung einer Schraube, worin $\text{tang}\,\alpha = 0{,}1$ ist, würde also ein Kraftaufwand $= 0{,}1\,Ph$ erspart, und folglich blos eine Quantität Arbeit $= 2{,}117,\ Ph$ erfordert.

Aber wenn $\text{tang}\,\alpha < f$ ist, so ist eine Kraft Q erforderlich, um das Niedersteigen der Schraube zu bewirken, und wenn dagegen $\text{tang}\,\alpha > f$ ist, so nimmt Q einen negativen Werth an, woraus hervorgeht, daß der Beweger in demselben Sinne, wie bei dem Aufsteigen der Schraube wirken muß, um die Beschleunigung der niedersteigenden Bewegung der Schraube zu verhindern.

§. 73. Wenn die Schraubenmutter sich in zwei Nuten längs der Schraubenspindel forbewegt, so entsteht in diesen Nuten, welche die Drehung der Schraubenmutter verhindern, eine Reibung, welche von der Rückwirkung gegen die in einer Entfernung R von der Axe und in senkrechter Richtung auf derselben angebrachten Kraft Q herrührt, indem dadurch in den Nuten ein Normaldruck $Q\frac{R}{k}$ entsteht, wo k den Abstand seines Angriffspunktes von der Axe der Schraube bezeichnet. Dieser Druck bringt parallel zu derselben Axe eine Reibung hervor, deren Intensität $= Q\frac{Rf'}{k}$ ist, welche, wie die Last, der Bewegung der Schraubenmutter entgegenwirkt, und folglich zu P addirt werden muß.

Aber wenn sich die Schraubenmutter geradlinig fortbewegt, so dreht sich die Schraube nur um zwei Zapfen, und wir wollen den Fall betrachten, wo sie eine verticale Stellung hat, indem wir mit p das Gewicht der Schraube und mit ϱ den kleinsten Halbmesser des untern Zapfens bezeichnen; so wird die Reibung auf der Unterlage des letztern ausgedrückt durch:

$$f''\left(P + Q\frac{Rf'}{k} + p\right),$$

wirkt in einem Punkte, welcher um $\frac{2}{3}\varrho$ von der Axe entfernt ist (§. 32) und consumirt bei jeder Umdrehung eine Quantität Arbeit:

$$= \tfrac{4}{3}\pi\varrho f''\left(P + Q\frac{Rf'}{h} + p\right).$$

Wenn der Halbmesser des oberen Zapfens $= a$ ist, so absorbirt die horizontale Reibung desselben eine Quantität Arbeit =

$2\pi af'''Q$, weil die horizontale Kraft Q diesen Zapfen allein gegen seine Pfanne drückt.

Da überdies die Reibung der Schraubengänge durch $P+Q\frac{Rf'}{k}$ und durch Q hervorgebracht wird, so absurbirt sie bei jeder Umdrehung nach dem weiter oben Gesagten (§. 70) eine Quantität Arbeit:

$$\left(P\cos\alpha+Q\frac{Rf'}{k}\cos\alpha+Q\frac{R}{r}\sin\alpha\right)\frac{fh}{\sin\alpha}$$

$$=\left(\frac{P}{\text{tang}\alpha}+\frac{QRf'}{k\,\text{tang}\alpha}+Q\frac{R}{r}\right)fh=\left(2\pi rP+\frac{2\pi Rrf'Q}{k}+Q\frac{Rh}{r}\right)f,$$

weil $\text{tang}\,\alpha=\frac{h}{2\pi r}$.

Endlich erfordert der Hauptwiderstand P mit Einschluß des Gewichtes der Schraube nebst der verticalen Reibung in den Nuten für jede Umdrehung eine Quantität Arbeit $=Ph\,\frac{QRf'h}{k}$, und die von der Kraft während derselben Zeit hervorgebrachte Quantität Arbeit ist $=2\pi RQ$. Man muß also haben:

$$2\pi RQ=Ph+Q\,\frac{Rf'h}{k}+2\pi rfP+Q\frac{2\pi Rrff'}{k}+\frac{QRhf}{r}$$

$$+\tfrac{4}{3}\pi\varrho f''P+\tfrac{4}{3}\pi\frac{R\varrho f'f''}{k}Q+\tfrac{4}{3}\pi\varrho f''p+2\pi af'''Q,$$

oder:

$$Q=\frac{P(h+2\pi rf+\frac{4}{3}\pi\varrho.f'')+\frac{4}{3}\pi\varrho'f''p}{\frac{R}{r}(2\pi r-fh)-\frac{Rf'}{k}(h+2\pi rf+\frac{4}{3}\pi\varrho f'')-2\pi af'''}.$$

Wenn wir diese Formel mit der in §. 70 für das Aufsteigen der Schraube in einer festen Schraubenmutter gefundenen vergleichen, so sehen wir, daß der Zähler der ersteren größer ist als der der zweiten, aber ihr Nenner kleiner, woraus hervorgeht, daß es für den Beweger mit einem Nachtheile verbunden ist, die Schraubenmutter aufwärts zu bewegen, indem man auf die Schraube wirkt.

§. 74. Untersuchen wir endlich noch den Fall, wo die Kraft die Schraubenmutter auf einer Plattform umdreht, um der Schraubenspindel eine geradlinige Bewegung zu ertheilen, indem sie sich mit der Last aufwärts bewegt. Alsdann muß sich diese Last oder der Kopf der Schraube in Leitungen bewegen, welche die Drehung der Schraube verhindern, woraus, wie in dem vorhergehenden Falle, eine verticale Reibung $=\frac{QRf'}{k}$ entspringt. Die während einer Umdrehung durch die Reibung der Schraubengänge consumirte Quantität Arbeit wird also ausgedrückt durch:

$$\left(2\pi r P + \frac{2\pi R r f' Q}{k} + \frac{Q R h}{r}\right) f,$$

wo das Gewicht der Schraube mit in P begriffen ist.

Die Schraubenmutter reibt sich auf einem in die Plattform eingelassenen und etwas vorspringenden Ringe, und der Druck, welchen sie ausübt, besteht aus ihrem Gewichte p', aus P und aus $\frac{QRf'}{k}$. Wenn also der mittlere Halbmesser des Ringes $= b$ ist, so ist die der zweiten Reibung entsprechende Quantität Arbeit für eine Umdrehung:

$$= 2\pi b f_1 \left(P + \frac{QRf'}{k} + p'\right)$$

und man muß setzen:

$$2\pi RQ = Ph + Q\frac{Rf'h}{k} + 2\pi rfP + \frac{2\pi Rrff'Q}{k} + \frac{QRhf}{r}$$

$$+ 2\pi b f_1 P + \frac{2\pi R b f' f_1 Q}{k} + 2\pi b f_1 p',$$

woraus sich ergiebt:

$$Q = \frac{P(h + 2\pi rf + 2\pi b f_1) + 2\pi b f_1 p'}{\frac{R}{r}(2\pi r - fh) - \frac{Rf'}{k}(h + 2\pi rf + 2\pi b f_1)}.$$

Die Drehung der Schraubenmutter ist also ebenfalls für den Beweger ungünstiger, als ihr Aufsteigen längs einer festen Schraube, oder als das Aufsteigen der Schraube in einer festen Schraubenmutter.

§. **75.** So oft die Kraft nicht symmetrisch um die Axe einer Schraube vertheilt ist, wird die Schraubenspindel gegen die Schraubenmutter, oder diese gegen jene gedrückt, wodurch eine Reibung der cylindrischen Fläche des Schraubengewindes an der innern cylindrischen Fläche der entsprechenden Vertiefungen entsteht; allein die zur Ueberwindung dieser Reibung erforderlichen Kraft ist immer sehr gering, weßwegen wir diese Reibung auch nicht in unsere Formeln mit aufgenommen haben. Denn wir wollen annehmen, daß die in der Mitte der Schraubenmutter wirkende Kraft an einem einzigen Arme angebracht sei, wie in den verschiedenen eben untersuchten Fällen, so hat die in Rede stehende Reibung in diesem Falle offenbar die größte Intensität. Der Druck, welcher sie hervorruft, ist gleich Q und sie wird ausgedrückt dürch $f_2 Q$, und wenn r' den Halbmesser der äußern cylindrischen Fläche des Schraubengewindes ist, so erfordert der Widerstand $f_2 Q$ eine an dem Ende der Stange wirkende Kraft =

$Qf_2\frac{r'}{R}$. Ist nun wie in den größten hölzernen Schrauben $r'=0^m,08$, $f_2=0,15$ und $R=1^m,5$, so hat man:

$$f_2 Q\frac{r'}{R}=\frac{0,08}{1,5}\times 0,15Q=0,008Q.$$

Es müßte also $Q=125$ Kil. sein, wenn $0,008Q=1$ Kil. sein sollte, so daß an dem Ende der Hebelstange 10 Menschen angebracht sein müßten, was niemals der Fall ist.

Schraube mit dreikantigem Gewinde.

§. 76. Nur großen hölzernen Schrauben giebt man ein dreikantiges Gewinde, weil das quadratische Gewinde keine hinreichend große Fläche bekommen würde, um der Wirkung der Last widerstehen zu können. Wenn das Holz eine mäßige Festigkeit hat, wie Eichenholz, Ulmenholz ꝛc., so ist der Durchschnitt des Schraubengewindes gewöhnlich ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck; aber wenn die Schraube aus einem sehr festen Holze verfertigt ist, wie Hainbüchen, Vogelbeerholz ꝛc., so nimmt man für diesen Durchschnitt ein gleichseitiges Dreieck und dasselbe gilt von den dreikantigen Metallschrauben, weil in diesen beiden Fällen die äußere Kante des Schraubenganges nicht so leicht durch den Druck zerstört wird.

Wenn eine sehr große Last auf die Schraube drückt, so ist die Höhe des Dreieckes, es sei gleichschenklig, oder gleichseitig, gleich $\frac{1}{3}BC$ (Figur 26) und bildet den Vorsprung AB des Schraubengewindes (§. 69).

Den Halbmesser $BC=a$ bestimmt man in Millimetern durch die Relation $0,8$ Kil. $\pi a^2=P$, weil der Widerstand des Holzes höchstens $=0,8$ Kil. für das Quadratmillimeter gesetzt werden kann.

Die Schraubenweite AD ist gleich der Grundlinie EF des dreiseitigen Durchschnittes, weil DE parallel zu AF ist. Wenn also das Dreieck AEF gleichseitig ist, so hat man:

$$AE=EF=h, \text{ und } AB=\sqrt{h^2-\frac{h^2}{4}}$$

$$=\sqrt{\tfrac{3}{4}h^2}=h\sqrt{0,75}=0,866h.$$

Hat man also die Weite des Schraubenganges festgesetzt, so kann man den Halbmesser der Schraubenspindel durch die Gleichung:

$$a=3AB=0,866h\times 3=2,598h$$

bestimmen, oder wenn man den Werth von a aus der Last abgeleitet hat, so findet man die Schraubenweite durch die Gleichung $h=\frac{a}{2,598}$. Wenn das Dreieck AEF gleichschenklig und recht-

winklig ist, so hat man, wie bei der Schraube mit vierkantigem Gewinde:

$$BE = AB, \text{ und } h = 2AB = \tfrac{2}{3}a = \frac{a}{1{,}5}.$$

§. 77. Die Relation zwischen der Kraft und dem Widerstande ist für die dreikantige Schraube, bis auf eine Modification der Reibung, dieselbe, als für die vierkantige Schraube; denn man findet für beide dieselben Ausdrücke für die Quantitäten der Arbeit, so daß man wieder die Gleichung hat:

$$Q = \frac{Pr(h + 2\pi rf)}{R(2\pi r - fh)},$$

worin blos der Normaldruck nicht mehr dieselbe Intensität hat.

Um zu finden, welche Modification der Werth von Q erfahren muß, um der dreikantigen Schraube zu entsprechen, wollen wir diesen Werth auf eine andere Form bringen. Wird derselbe im Zähler und Nenner mit 2π multiplicirt, so hat man:

$$Q = \frac{2\pi rPh + 4\pi^2 r^2 fP}{2\pi R(2\pi r - fh)},$$

und wenn man hierauf im Zähler die Größe fPh^2 abzieht und hinzu addirt, so erhält man:

$$Q = \frac{2\pi rPh - fPh^2 + fPh^2 + 4\pi^2 r^2 fP}{2\pi R(2\pi r - fh)}$$

$$= \frac{(2\pi r - fh)Ph + fP(h^2 + 4\pi^2 r^2)}{2\pi R(2\pi r - fh)} = \frac{Ph}{2\pi R} + \frac{fP(h^2 + 4\pi^2 r^2)}{2\pi R(2\pi r - fh)}.$$

Der Werth der auf der Axe der Schraube senkrechten oder der horizontalen Kraft besteht also aus zwei Theilen, wovon der eine $q = \frac{Ph}{2\pi r}$ die Kraft ist, welche hinreichend ist, um die Last P längs der schiefen Ebene der mittleren Schraubenlinie aufwärts zu bewegen, wenn keine Reibung stattfände, während der andere Theil:

$$q' = \frac{fP(h^2 + 4\pi^2 r^2)}{2\pi R(2\pi r - fh)}$$

die zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Kraft ist, und auf die Form $q' = kP$ gebracht werden kann.

Nun bezeichne P' den Druck, welcher in der dreikantigen Schraube auf der geraden Erzeugungslinie AB des Schraubengewindes senkrecht ist (Figur 27), wie P in der vierkantigen Schraube den auf AB senkrechten Druck bezeichnet; so sind $P\cos\varphi$, $P'\cos\varphi'$ die Normaldruckkräfte auf die beiden Schraubenflächen, wenn φ, φ' die Winkel bezeichnen, welche die Normalen und die Richtungen

von P, P' mit einander bilden. Für die Ausdrücke der Reibungen hat man dieselben Functionen von $P\cos\varphi$ und $P'\cos\varphi'$, und mithin sind die Werthe der horizontalen Kräfte q', q'', welche diese Reibungen überwinden können, dieselben Functionen von P, P', woraus folgt, das $q''=kP'$ ist.

Die Schraubenmutter verhindert aber das Herabgleiten des Gewichtes P auf der schiefen Ebene CA wie eine in D angebrachte horizontale Kraft X und P' ist die Resultante aus P und X. Folglich ist:

$$P=P'\cos EDF=P'\cos BAC=P'\sin\beta \text{ und } P'=\frac{P}{\sin\beta},$$

woraus erhellet, daß man, um den dritten Ausdruck von Q für die vierkantige Schraube auf die dreikantige anwendbar zu machen, in dem zweiten Gliede nur $\frac{P}{\sin\beta}$ für P zu setzen oder dieses Glied durch $\sin\beta$ zu dividiren braucht. Auf diese Weise erhält man:

$$Q=\frac{Ph}{2\pi R}+\frac{fP(h^2+4\pi^2r^2)}{2\pi R\sin\beta(2\pi r-fh)} \text{ und}$$

$$Q=\frac{P[h\sin\beta(2\pi r-fh)+f(h^2+4\pi^2r^2)]}{2\pi R\sin\beta(2\pi r-fh)}.$$

§. 78. Um von diesen Formeln eine Anwendung zu machen, wollen wir $r=0^m,1025$, $R=1^m,5$, $h=0^m,16$, $f=0^m,143$ setzen, weil die Schraubenmutter, sowohl als die Schraube aus Eichenholz bestehen und die einander berührenden Flächen fettig sind, und endlich wollen wir $\sin\beta=0,6643$ setzen, welches das Verhältniß des Vorsprunges zu einer der gleichen Seiten des gleichschenkligen Dreieckes, welches den Normaldurchschnitt des Schraubenganges bildet, ausdrückt; so ergiebt sich:

$$Q=P\frac{\left[\begin{array}{c}0^m,16\times0,6643(2\times3,1416\times0^m,1025-0,143\times0^m,16)\\+0,143[(0^m,16)^2+4(3,1416)^2(0^m,1025)^2]\end{array}\right]}{2\times3,1416\times1^m,5\times0,6643(2\times3,1416\times0^m,1025--0,143\times0^m,16)}$$

$$=0,0332P.$$

Wenn keine Reibung stattfände, so hätte man:

$$Q'=\frac{Ph}{2\pi R}=P\frac{0^m,16}{2\times3,1416\times1^m,5}=0,017P.$$

Die Maschine consumirt also eine Kraft:

$$Q-Q'=0,0162P,$$

welche doppelt so groß ist, als die, welche die Last erfordern würde, und hat auf die Quantität der Arbeit, welche sich wie die Kräft ändert, wenn der Weg derselbe bleibt, denselben Einfluß.

§. 79. Betrachten wir endlich noch den Fall, wo die dreikantige Schraube eine senkrechte Stellung hat und die Schraubenmutter sich mit der Last in einer Leitung aufwärts bewegt.

Der Hauptwiderstand P, welcher aus der Last und dem Gewichte der Schraubenmutter besteht, consumirt bei jeder Umdrehung der Schraube eine Quantität Arbeit $= Ph$.

Die verticale Reibung in der Nute wird durch den horizontalen Druck $\frac{QR}{k}$ hervorgerufen und consumirt für jede Umdrehung eine Quantität Arbeit $= \frac{QRf'h}{k}$ (§. 73).

Dieselbe Reibung verbindet sich mit P, um die Reibung des Schraubengewindes zu bewirken, und da letzteres, wenn P allein wirkt, für die Umdrehung eine Quantität Arbeit:

$$= \frac{fP(h^2 + 4\pi^2 r^2)}{\sin\beta(2\pi r - fh)}$$

consumirt (§. 77); so consumirt es, wenn der Normaldruck $= P + \frac{QRf'}{k}$ ist, eine Quantität Arbeit, welche ausgedrückt wird durch:

$$\frac{\left(fP + \frac{QRff'}{k}\right)(h^2 + 4\pi^2 r^2).}{\sin\beta(2\pi r - h)}$$

Die Reibung auf dem Boden des unteren Zapfenlagers wird durch den Druck:

$$P + \frac{QRf'}{k} + p$$

hervorgerufen, wo p das Gewicht der Schraube bezeichnet. Wenn also ϱ der Halbmesser des Kreises ist, welcher die Berührungsfläche des Bodens des unteren Zapfenlagers und des darin befindlichen Zapfens bezeichnet; so absorbirt die in Rede stehende Reibung für jede Umdrehung eine Quantität Arbeit, welche ausgedrückt wird durch:

$$\tfrac{4}{3}\pi\varrho f''\left(P + \frac{QRf'}{k} + p\right).$$

Hinsichtlich der Seitenreibungen des obern Zapfens wollen wir annehmen, daß die Pfanne den ganzen Zapfen von dem Halbmesser $= a$ umgiebt und mit ϱ' den Halbmesser der Seitenwand des unteren Zapfenlagers, mit l die Entfernung der Mitte A dieser Wand von der Mitte B der oberen Pfanne (Figur 28), mit l' die Entfernung des ersten Punktes, vom Schwerpunkte C der Schraube und mit h' die Entfernung dieses Schwerpunktes von der Axe des Hebels, woran die Kraft wirkt, bezeichnen; so übt die parallel zu sich selbst bis auf die Axe der Schraube verlegte Kraft Q gegen die

obere Pfanne einen Druck $= Q\frac{l'-h'}{l}$ und gegen die Seitenwand des untern Zapfenlagers einen Druck $= Q\frac{l-l'+h'}{l}$ aus. Die dem ersten Druck entsprechende Reibung erfordert eine Quantität Arbeit:

$$= 2\pi a f''' Q\frac{l'-h'}{l}$$

und die dem zweiten Drucke entsprechechende Reibung erfordert eine Quantität Arbeit:

$$= 2\pi\varrho' f_1 Q\frac{l-l'+h'}{l}.$$

Man hat also:

$$2\pi RQ = Ph + \frac{QRf'h}{k} + \frac{\left(fP + \frac{QRff'}{k}\right)(h^2+4\pi^2r^2)}{\sin\beta(2\pi r - fh)}$$

$$+\tfrac{4}{3}\pi\varrho f''\left(P + \frac{QRf'}{k} + p\right) + 2\pi a f''' Q\frac{l'-h'}{l} + 2\pi\varrho' f_1 Q\frac{l-l'+h'}{l}$$

$$\text{und } Q = \frac{\left[P[(h+\tfrac{4}{3}\pi f'')\sin\beta(2\pi r - fh) + f(h^2+4\pi^2r^2)] + \tfrac{4}{3}\pi\varrho f'' p\sin\beta(2\pi r - fh)\right]}{\left[\left(2\pi R - \frac{Rf'h}{k} - \tfrac{4}{3}\frac{\pi R\varrho f'f''}{k} - 2\pi a f'''\frac{l'-h'}{l} - 2\pi\varrho' f_1\frac{l-l'+h'}{l}\right)\sin\beta(2\pi r - fh) - \frac{Rff'}{k}(h^2+4\pi^2r^2)\right]}.$$

§. 80. Um von der vorgehenden Formel eine Anwendung zu machen, wollen wir $R = 1^m,5$, $r = 0^m,1025$, $h = 0^m,16$, $f = 0,143$, $\sin\beta = 0,6643$, $a = 0^m,08$, ferner $k = 0^m,75$, $\varrho = 0^m,02$, $\varrho' = 0^m,04$, $l = 3^m$, $l' = 1^m,5$, $h' = 0^m,5$, $f' = 0,38$ für die Reibung von Eichenholz auf Stein, $f'' = 0,18$ für die Reibung des untern eisernen Zapfens auf Bronze, etwas mit Fett geschmiert, $f''' = 0,15$ für die Reibung von Hainbüchenholz auf sich selbst, etwas fettig, und $f_1 = 0,16$ für die Reibung von Bronze auf Eisen setzen; so finden wir:

$$Q = \frac{\left[\begin{array}{c} P[(0^m,16 + \tfrac{4}{3}3,1416\times 0^m,02\times 0,18)0,6643(2\times 3,1416 \\ \times 0^m,1025 - 0,143\times 0^m,16) + 0,143\{(0^m,16)^2 + 4(3,1416)^2 \\ (0^m,1025)^2\}] + \tfrac{4}{3}3,1416\times 0^m,02\times 0,18p0,6643(2\times 3,1416 \\ \times 0^m,1025 - 0,143\times 0^m,16) \end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l} 2\times 3,1416\times 1^m,5 - \dfrac{1^m,5\times 0,38\times 0^m,16}{0^m,75} \\ -\tfrac{4}{3}\dfrac{3,1416\times 1^m,5\times 0^m,02\times 0,38\times 0,18}{0^m,75} - 2\times 3,1416 \\ \times 0,25\tfrac{1}{3}0^m,08 - 2\times 3,1416\times 0^m,04 \\ \times 0,16\tfrac{2}{3}0,6643(2\times 3,1416\times 0^m,1025 - 0,143\times 0^m,16) \\ \dfrac{1^m,5\times 0,143\times 0,38}{0^m,75}\{(0^m,16)^2 + 4(3,1416)^2\times(0^m,1025)^2\} \end{array}\right]}$$

und:

$$Q = \frac{0{,}135\,P + 0{,}006\,p}{3{,}72} = 0{,}0363\,P + 0{,}0016\,p.$$

Die Reibungen absorbiren also eine Kraft:

$$= 0{,}0031\,P + 0{,}0016\,p.$$

Schraubenpressen.

§. 81. Die dreikantige hölzerne Schraube wird in mehreren Arten von Pressen angewandt; aber obgleich diese Maschinen verschieden eingerichtet sind, so haben sie in mechanischer Beziehung doch so viel Aehnlichkeit mit einander, daß wir nur eine einzige derselben näher zu untersuchen brauchen, wozu wir die in Figur 29 abgebildete Schraubenpresse wählen.

Die zusammenzudrückende Masse wird zwischen zwei horizontale Platten (Figur 29) gelegt. Die untere *A* liegt fest und ist mit zwei cylindrischen Löchern zur Aufnahme der Zapfen zweier verticaler cylindrischer Schrauben versehen und an der obern Platte *B* befinden sich die Schraubenmuttern *C*, welche mit ihr aus einem Stücke bestehen. Wenn man die Schrauben von der Rechten gegen die Linke dreht, so bewegen sich die an der obern Platte *B* festsitzenden Schraubenmuttern niederwärts, und nöthigen auch die obere Platte zu einer größern Annäherung nach der untern, so daß die Masse *D* zusammengedrückt wird, und wenn man die Schrauben nach entgegengesetztem Sinne dreht, so bewegen sich die beiden Schraubenmuttern wieder gleichzeitig aufwärts und der Druck auf die Masse *D* hört auf.

§. 82. Offenbar bildet der Widerstand des zusammenzudrückenden Körpers *D* für die Schraubenmutter die vorhin mit *P* bezeichnete Last und die Relation zwischen dieser Kraft und der Summe *Q* der in horizontaler Richtung auf die Schrauben ausgeübten Kräfte ist während der Bewegung (§. 77):

$$Q = \frac{Ph}{2\pi R} + \frac{fP(h^2 + 4\pi^2 r^2)}{2\pi R \sin\beta\,(2\pi r - fh)}.$$

Aber wenn man blos den in irgend einem Augenblicke auf die Masse *D* ausgeübten Druck, d. h. in dem Augenblicke, wo die obere Platte von einer Höhe *k* herabgestiegen ist, haben will, so muß man offenbar *Ph* hinweglassen, weil dadurch die Quantität Arbeit ausgedrückt wird, welche, abgesehen von der Reibung, erfordert wird, um die obere Platte niederwärts zu bewegen. Die Relation zwischen der Kraft *Q* und dem Drucke *P* ist folglich alsdann blos:

$$Q = \frac{fP(h^2 + 4\pi^2 r^2)}{2\pi R \sin\beta (2\pi r - fh)}.$$

Diese Relation giebt die Kraft $\frac{Q}{2}$, welche man auf jede Schraube ausüben muß, um einen bestimmten Druck P hervorzubringen, und umgekehrt hat man zur Bestimmung des Druckes für eine bekannte Kraft $\frac{Q}{2}$ die Relation:

$$P = \frac{2\pi R Q \sin\beta (2\pi r - fh)}{f(h^2 + 4\pi^2 r^2)}.$$

Bewegung der Zugmaschinen.

§. 83. Für alle bisher betrachteten Maschinen haben wir die Quantitäten der Arbeit oder Leistung immer blos durch das Produkt aus der ausgeübten Kraft und dem durchlaufenen Wege gemessen, wobei also die Bewegung immer als schon gleichförmig geworden, angenommen ist, und die zwischen der Kraft und den Widerständen aufgestellten Relationen beziehen sich nur auf den Fall, wo es sich blos darum handelt, die bereits erlangte Geschwindigkeit zu erhalten, und sie sind nicht auf den Fall anwendbar, wo diese Geschwindigkeit erst erzeugt werden muß; denn der Beweger würde offenbar den Angriffspunkt des Hauptwiderstandes nicht in Bewegung setzen können, wenn er nur eine Kraft anwenden wollte, welche allen Widerständen das Gleichgewicht hält, wenn die Geschwindigkeit constant bleibt.

Um eine Maschine aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung zu versetzen, muß man zunächst die Trägheit der Massen und die Adhäsion der einander berührenden Flächen überwinden, die elastischen Bestandtheile der Maschine biegen und die Seile oder Riemen derselben anspannen, und alsdann bleiben blos noch die Steifigkeit der Seile und die verschiedenen Reibungen zu überwinden. Die Geschwindigkeit nimmt alsdann allmählig zu; allein es ist eine endliche Zeit erforderlich, um den gehörigen Werth annehmen zu können, d. h. damit der Angriffspunkt des Bewegers diejenige Geschwindigkeit erlangt, welche der Beweger während der ganzen Dauer der Arbeit beibehalten kann.

Jedoch ist der Ueberschuß der Quantität Arbeit, welche erfordert wird, um die Maschine in Bewegung zu setzen, über die Quantität Arbeit, welche zur bloßen Erhaltung der bereits angenommenen Geschwindigkeit erfordert wird, in den Zugmaschinen nicht groß genug, um in den Formeln in Betracht gezogen zu werden, was daher kommt, daß die Bewegung des Bewegers immer sehr langsam ist.

Gesetzt, es sollte ein Gewicht von **2000** Kil. mit einer Geschwindigkeit von $0^m,1$ gehoben werden, so muß in der Secunde

eine Quantität Arbeit von 200 Kil. hervorgebracht werden, welche mehr als 22 mal größer ist, als die Quantität Arbeit von 9 Kil., welche ein Mensch an einem Spillrade leisten kann. Unsre Annahme ist also sehr übertrieben, denn bei keiner der vorhin betrachteten Maschinen sind 22 Arbeiter erforderlich; allein wir werden sogleich sehen, daß auch in diesem Falle nur eine äußerst geringe Quantitat Arbeit erfordert wird, um die Maschine in Bewegung zu setzen.

Denn um einer Masse m eine Geschwindigkeit v zu ertheilen, muß auf diese Masse eine Quantität Arbeit oder Wirkung $= \frac{mv^2}{2}$ ausgeübt werden, welche die Hälfte der der Masse zu ertheilenden lebendigen Kraft ist, und da zwischen der Masse und dem Gewichte die Relation $m = \frac{p}{g}$ stattfindet; so hat man:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{pv^2}{2g}.$$

Wendet man diese Formel auf die obige Annahme an, so findet man:

$$\frac{pv^2}{2g} = \frac{2000\,\text{Kil.}\,(0^m,1)^2}{2 \times 9^m,81} = \frac{20\,\text{Kil.}}{19,62} = 1,019\,\text{Kil.}$$

Was die Maschinentheile anlangt, welche eine Bewegung annehmen, so kann die Quantität Arbeit, welche sie absorbiren, um eine gleichförmige Geschwindigkeit anzunehmen, in der Praxis unberücksichtigt bleiben, sowohl wie für den Hauptwiderstand, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man die lebendige Kraft jedes dieser Maschinentheile für eine gewöhnliche Geschwindigkeit berechnet.

Wir können also sagen, daß der Beweger, um einer Zugmaschine eine gleichförmige Bewegung zu ertheilen, nur längs eines sehr kurzen Weges eine etwas größere Kraft anzuwenden braucht, als die, welche sich aus den Formeln ergiebt.

Stoßmaschinen.

Hämmer.

§. 84. Von allen Maschinen, welche zur Hervorbringung von Stößen angewandt werden, bedient man sich des Handhammers am meisten.

Derselbe besteht aus einem metallenen Kopfe *A* (Figur 30) und aus einer hölzernen Handhabe oder einem Stiele *B*. Der Kopf bietet an seinem unteren Theile ein quadratisches Prisma dar, dessen untere Fläche die Bahn des Hammers heißt, und sein oberer Theil

bildet eine vierseitige abgestumpfte Pyramide, wovon drei Seitenflächen mit den entsprechenden Flächen des Prismas in derselben Ebene liegen, aber die vierte Fläche ist gegen die Bahn des Hammers geneigt.

Wir müssen nun zunächst zeigen, daß diese Form des Hammers nicht willkührlich ist, sondern daß derselbe an seinem obern Theile schräg abgeschnitten sein muß. Zunächst wollen wir bemerken, daß die verschiedenen Punkte des Hammers während der Bewegung Curven beschreiben, deren Natur von der Bewegung der Hand abhängig ist; allein man entfernt sich nicht weit von der Wahrheit, wenn man diese Curven in dem Augenblicke des Stoßes als Kreisbogen betrachtet, deren Mittelpunkte auf einer geraden Linie liegen, welche durch einen Punkt C am Ende des Stieles senkrecht auf die Ebene der Bewegung gezogen ist. In dieser Voraussetzung kann der Hammer als ein Körper betrachtet werden, welcher sich um eine feste Axe C dreht.

Es bezeichne m die ganze Masse des Systemes, ϱ den Abstand eines Massenelementes dm von der Axe, ω die Winkelgeschwindigkeit, d. h. den kreisförmigen Weg, welchen in dem Augenblicke des Stoßes in 1 Secunde jeder Punkt durchlaufen könnte, für welchen $\varrho = 1$ ist. Die eigene Geschwindigkeit des Massenelementes dm ist $= \varrho\omega$ und dieses Massenelement bewegt sich mit einer Quantität Bewegung $= \varrho\omega dm$, wovon das Moment in Beziehung auf die Axe C gleich $\varrho^2\omega dm$ ist und das Moment der Gesammtkraft des Hammers wird folglich ausgedrückt durch $\omega \int \varrho^2 dm$.

Die Quantität Bewegung, welche die Masse m besitzt, muß durch den Stoß ganz consumirt werden, damit auf die Axe oder auf die Hand keine Rückwirkung stattfindet, was nicht der Fall sein würde, wenn der Stoß in einem Punkte D stattfände, wo das aus dem Schwerpunkte G auf die Bahn des Hammers gefällte Perpendikel dieselbe trifft. Da aber der zur Rechten der durch DG gelegten Verticalebene liegende Theil des Hammers eine größere Geschwindigkeit hat, als der zur Linken dieser Ebene liegende Theil von derselben Masse, so würde für den ersten Theil ein Ueberschuß an Quantität Bewegung stattfinden, vermöge welcher sich der Hammer von der Linken gegen die Rechte um den Punkt D zu drehen strebte.

Der Stoß muß daher in einem andern Punkte E der Bahn des Hammers stattfinden, und um die Lage desselben, oder vielmehr die des Punktes P zu finden, welcher der Durchschnitt des Perpendickel CG auf der Axe und der Parallele EP zu DG ist, wollen wir mit m' die Masse bezeichnen, welche, wenn sie in P concentrirt gedacht wird, dieselbe Wirkung hervorbringt, als m und dann $CP = r'$ und $CG = r$ setzen. Die Masse m' hat in dem Augenblicke des Stoßes eine Geschwindigkeit $= r'\omega$ und eine Quantität Bewegung $= m'r'\omega$, wovon das Moment in Beziehung auf die Axe $C = m'r'^2\omega$ ist, und da sie denselben Stoß hervorbringen muß, als die Masse m; so hat man:

$$m'r'^2\omega = \omega\int\varrho^2 dm \text{ und } m'r'^2 = \int\varrho^2 dm$$

Aber wenn der Punkt P willkührlich angenommen wird, so wird das System ein Hebel, woran parallele Kräfte wirken, und die von P gegen E gerichtete Kraft $m'r'\omega$ ist gleich der Resultante aus der in G angebrachten Quantität Bewegung $mr\omega$ und aus einer Kraft q, welche parallel zu GD von unten nach oben auf die Axe wirkt; denn bekanntlich ist die Quantität Bewegung $\int\varrho\omega dm = mr\omega$. Es ist also allgemein $m'r'\omega = mr\omega - q$, und wenn wir $q = 0$ setzen, so drücken wir aus, daß der im Punkte E stattfindende Stoß keine Rückwirkung auf die Hand verursacht, oder daß keine drehende Bewegung des Hammers stattfindet. Diese Bedingung wird also ausgedrückt durch:

$$m'r'\omega = mr\omega, \text{ oder } m'r'^2 = mrr'.$$

Folglich ist $mrr' = \int\varrho^2 dm$ und man hat zur Bestimmung des Mittelpunktes P des Stoßes, d.h. des Punktes der geraden Linie CG, welchem der Punkt E der Bahn des Hammers, worin der Stoß stattfinden muß, entspricht, damit alle Theile des Hammers gleichzeitig zur Ruhe kommen, oder damit der Stiel in C keine Rückwirkung auf die Hand ausübt, die Gleichung:

$$r' = \frac{\int\varrho^2 dm}{mr}$$

Die Größe $\int\varrho^2 dm$ ist das Trägheitsmoment des Hammers in Beziehung auf die Axe C und bekanntlich ist dieses Trägheitsmoment gleich der Summe aus mr^2 und dem Trägheitsmomente des Hammers in Beziehung auf eine durch den Schwerpunkt G gehende und zu der vorhergehenden parallele Axe. Es ist also immer r' größer als $\frac{mr^2}{mr} = r$, und folglich bewiesen, daß der Abstand des Mittelpunktes des Stoßes von der Axe größer ist, als der des Schwerpunktes von derselben Axe, was nach dem weiter oben Gesagten vorher einzusehen war.

Wenn also der Kopf des Hammers ein vollständiges Prisma bildete, so würde der Punkt E dem vordern Rande F der Bahn zu nahe liegen; denn der Schwerpunkt läge alsdann fast in P in der mitten durch das Prisma gelegten Ebene, weil die Masse des Stieles gegen die des Kopfes des Hammers sehr gering ist. Nun ist es aber von Wichtigkeit, daß der Mittelpunkt des Stoßes sehr wenig von P entfernt ist, damit man mit der Mitte der Bahn des Hammers schlagen kann, weil sonst die Führung desselben eine

Bayerische Staatsbibliothek München

zu große Geschicklichkeit erfordern würde. Der Schwerpunkt muß also zwischen der mittleren Ebene *PE* und der hintern Fläche *HI* liegen, welchen Zweck man offenbar erreicht, wenn man an dem oberen Ende des Prismas einen Theil schräg abschneidet. Bei der den Hämmern gegebenen Form kann also der Arbeiter nahezu mit der Mitte der Bahn schlagen, ohne daß auf die Hand desselben ein Stoß ausgeübt wird.

§. 85. Wenn der auszuübende Stoß stark sein, d. h. eine beträchtliche Quantität Wirkung ausüben soll, so wendet man einen schweren Hammer und einen langen Stiel desselben an, welchen man mit beiden Händen in Bewegung setzt. Wenn dagegen ein schwacher Stoß genügt, so wendet man einen leichten Hammer mit einem kurzen Stiele an, welchen man mit einer Hand in Bewegung setzen kann.

Der Arbeiter, welcher den Hammer mit zwei Händen führt, hebt denselben bis auf eine gewisse Höhe h über die Fläche, auf welche geschlagen werden soll, und läßt denselben dann niederfallen, indem er den Hammer fast nur führt. Wenn also das Gesammtgewicht des Hammers gleich p ist, so ist die dem Stoße entsprechende Quantität Arbeit nahezu gleich ph. Streng genommen müßte man das Gewicht p mit der Länge der Curve multipliciren, welche der Schwerpunkt beschreibt, um die wahre Leistung oder Arbeit des Bewegers zu erhalten; allein man begeht offenbar keinen großen Fehler, wenn man diese Curve als eine verticale gerade Linie betrachtet.

Was den hervorgebrachten Effect anlangt, so schätzt man denselben, indem man die Wirkung des Stoßes von **1** Kil., welches von 1^m Höhe herabfällt zur Einheit nimmt, weil man den Druck, welcher durch einen in einer äußerst kurzen Zeit erfolgenden Schlag hervorgebracht wird, nicht mit einem gewöhnlichen Drucke vergleichen kann. Man sagt daher, daß der Effect oder die Wirkung eines Stoßes auf einen Körper so vielmal den Effect von **1** Kil., welches von 1^m Höhe herabgefallen ist, enthält, als in der durch den Stoß oder den Beweger hervorgebrachten Quantität Arbeit Kilogrammeter enthalten sind; denn wenn diese letzte Quantität Arbeit gleich ph ist, so ist klar, daß die dem Falle des Hammers entsprechende eben so groß ist, wenn die Schwere allein wirkt. Gesetzt, der ganze Hammer hätte ein Gewicht von **10** Kil. und sein Schwerpunkt wäre auf eine Höhe von $\mathbf{0^m,66}$ gehoben, so wäre die durch den Stoß oder durch den Beweger resp. hervorgebrachte oder angewandte Quantität Arbeit gleich **6,6** Kil., d. h. **6,6** mal so groß, als die durch ein von einer Höhe $=1^m$ herabgefallenes Kilogramm hervorgebrachte Quantität Arbeit oder Wirkung.

Die Quantität Arbeit, welche durch den Schlag eines mit einer Hand geführten Hammers auf eine horizontale Fläche ausgeübt wird, würde auf dieselbe Weise wie vorhin bestimmt, wenn die Endgeschwindigkeit des Hammers nur von der Fallhöhe abhinge; allein gewöhnlich beschleunigt der Arbeiter die Bewegung des Hammers und es ist alsdann fast nicht möglich, die daraus entspringende

Geschwindigkeitszunahme zu bestimmen. Wenn man jedoch die Endgeschwindigkeit v wenigstens näherungsweise kännte, so wäre die lebendige Kraft des Hammers in dem Augenblicke des Stoßes oder Schlages $= \frac{pv^2}{g}$ und die auf die horizontale Fläche ausgeübte Quantität Arbeit $= \frac{pv^2}{2g}$.

Oft bedient man sich auch des Hammers, welcher mit einer Hand geführt wird, um auf eine verticale Fläche zu schlagen. In diesem Falle hat die Schwere auf die Endgeschwindigkeit keinen Einfluß mehr, wenn der Stiel unter oder in gleicher Höhe mit der Stelle liegt, auf welche geschlagen werden soll; allein sie hat auf diese Endgeschwindigkeit wieder Einfluß, wenn sich die Hand über dieser Stelle befindet, und in beiden Fällen kann man offenbar die Stärke des Stoßes oder Schlages wie in dem Falle einer horizontalen Fläche abschätzen.

Uebrigens hat man weder über die Quantität Arbeit, welche ein Mensch mit dem Hammer täglich hervorbringen kann, noch in Beziehung auf die Relation, welche zwischen der Masse des Hammers, der Hubhöhe und der Zahl der Schläge in 1 Sec. für das Maximum der Arbeit stattfinden muß, Erfahrungsdata: allein da ein Mensch schnell ermüdet, wenn er mit einer großen Geschwindigkeit arbeitet, so kann man annehmen, daß ein Arbeiter mit einem kleinen Hammer nicht eine so große Quantität tägliche Arbeit zu leisten im Stande ist, als vermittelst eines großen mit zwei Händen geführten Hammers.

Rammen.

§. 86. Die Ramme ist eine Maschine, worin eine schwere Masse, der Rammklotz, vertical in die Höhe gehoben und dann fallen gelassen wird, um einen Stoß auszuüben. Der Fall ist jedoch kein ganz freier, weil sich zwei vorspringende Theile des Rammklotzes in zwei Nuten oder Leitungen bewegen, welche sich in den beiden verticalen Pfeilern befinden, zwischen welchen sich der Rammklotz auf- und niederbewegt. Die stoßende Masse wird vermittelst eines Seiles gehoben, welches über eine feste Rolle geht, die an den obern Enden zwischen den beiden verticalen Masten angebracht ist. In den Zugrammen ist dieses Seil an dem einen Ende mit einer gewissen Anzahl anderer Seilstücke verbunden, woran die einzelnen Arbeiter ziehen, und in den Rammen mit Sperrklinke wickelt sich dieses Seil, wie in dem Hebezeuge der Artilleristen, auf eine Welle, welche die verticalen Pfeiler tragen. Der Rammklotz fällt herab, wenn die Arbeiter an der Zugramme aufhören zu ziehen und die Arme heben, oder wenn in der Ramme mit Sperrklinke letztere gelöst wird.

Bayerische Staatsbibliothek München

Eine dritte Art von Rammen, welche Hakenrammen genannt werden, werden besonders in den Zeughäusern zum Probiren der Axen angewandt. Es befindet sich daran, wie an der Ramme mit Sperrklinke eine Radwelle, aber das Herabfallen des Rammklotzes wird vermittelst eines Seiles und eines Schwengels bewirkt.

Uebrigens ist wohl keine Maschine so mannigfach abgeändert, wie die Ramme; allein alle diese Verschiedenheiten sind nichts Wesentliches. Welche Einrichtung man der Ramme auch geben mag, so ist es doch immer von Wichtigkeit, daß die Verlängerung der Axe des Seiles, woran der Rammklotz hängt, durch den Schwerpunkt desselben geht und daß diese Axe genau vertical ist, weil sich sonst der Rammklotz um seinen Aufhängungspunkt zu drehen strebte, die Spannung zerlegt würde, wodurch eine horizontale Kraft entstände und in den Leitungen oder Nuten Reibungen hervorgerufen würden, durch welche die zum Aufziehen des Rammklotzes erforderliche Quantität Arbeit beträchtlich vergrößert werden könnte.

§. 87. Die Zugseile in der Zugramme sind entweder divergent, oder parallel. Die erste Einrichtung ist wegen ihrer Einfachheit die gebräuchlichste; aber sie ist hinsichtlich des Ersparnisses der bewegenden Kraft nicht die vortheilhafteste. Wegen der schiefen Richtung der Zugseile wird die Resultante aus den Zugkräften weit kleiner, als die Summe dieser Kräfte, und da die Arbeiter hinreichend weit von der Verlängerung der Axe des Seiles, woran der Rammklotz hängt, entfernt bleiben müssen, so entspringt daraus für die Arbeiter eine Ermüdung oder Anstrengung, welche in Beziehung auf das Aufziehen des Rammklotzes ganz ohne Nutzen ist.

Einige Mechaniker vermindern diese schiefe Richtung der Zugseile dadurch, daß sie zwei Seile an dem Rammklotze befestigen und dieselben über zwei feste Rollen gehen lassen, deren erweiterten ebenen Flächen sich unter einem solchen Winkel durchschneiden, daß die an dem einen Seile ziehenden Arbeiter den an dem andern Seile ziehenden nicht im Wege stehen, und diese Einrichtung ist besonders anwendbar, wenn der Rammklotz sehr schwer und eine große Anzahl von Arbeitern erforderlich ist. Aber die Ebene der beiden Seile des Rammklotzes muß durch den Schwerpunkt desselben gehen und die Entfernungen der Verlängerungen ihren Axen von diesem Schwerpunkte müssen im umgekehrten Verhältnisse der Spannungen der beiden Seile oder der Anzahlen der daran ziehenden Arbeiter stehen, damit der Rammklotz kein Bestreben bekommt, sich um die Verbindungslinie der beiden Befestigungspunkte der Seile, oder um den Angriffspunkt der Resultante zu drehen. Uebrigens ist es zur Verminderung der Reibungen, welche in den Nuten oder Leitungen stattfinden können, vortheilhaft, die beiden Seile des Rammklotzes einander so viel als möglich zu nähern; denn das Verhältniß der Spannungen kann sich sehr leicht ändern, und je weniger die Richtungen dieser beiden Kräfte von einander entfernt sind, einen desto geringern Einfluß hat eine Veränderung auf die Lage ihrer Resultante und folglich auf die Bewegung des Rammklotzes.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Man macht die Zugseile parallel, wenn man sie an einem Kranze befestigt, welcher in einer solchen Höhe liegt, daß derselbe die Arbeiter niemals erreichen kann. Die obern Stücke der Zugseile, welche von dem Kranze nach dem dicken Seile gehen, woran der Rammklotz hängt, bilden alsdann eben so viele Erzeugungslinien eines geraden Kegels und die unteren Stücke dieser Zugseile hängen vertikal herab. Der Durchmesser des Kranzes oder Ringes muß übrigens groß genug sein, damit die an den verticalen Enden ziehenden Arbeiter einander nicht hinderlich sind.

Da bei dieser Einrichtung die Zugkräfte parallel sind, so ist ihre Resultante ihrer Summe gleich, und da der Ring, die schiefen Seilstücke und das Seil des Rammklotzes ein unveränderliches System bilden, so wird auf den Rammklotz nach der Richtung seines Seiles die ganze Zugkraft der Arbeiter übertragen, und es ließe sich auch sehr leicht zeigen, daß durch die Einbiegung jedes Zugseiles an dem Ringe oder Kranze kein Verlust an Kraft verursacht wird.

§. 88. Um die Relation zwischen der Kraft und dem Widerstande zu erhalten, braucht man für die Zugramme nur die weiter oben abgeleitete Formel für die feste Rolle, und für die Ramme mit Sperrklinke oder Haken die Formel für die Radwelle anzuwenden. Man berechnet zunächst die zum Heben des Gewichtes p des Rammklotzes vermittelst der festen Rolle erforderliche Kraft und erhält so die auf das Seil des Rammklotzes auszuübende Zugkraft, welche man bei einer Ramme mit Radwelle als den an der Welle angebrachten Hauptwiderstand betrachtet.

Wenn jedoch die Zugseile divergent sind, so ist die auf den Rammklotz übertragene Zugkraft immer kleiner, als die Summe der einzelnen Zugkräfte der Arbeiter. Es bezeichne t diese Zugkraft und n die Anzahl der Arbeiter, so ist die von jedem Arbeiter nach verticaler Richtung ausgeübte Zugkraft $= \frac{t}{n} = q$. Aber die schiefe Zugkraft q', welche mit der Verticale einen Winkel α bildet, wird zerlegt, und man hat:

$$q' \cos\alpha = q, \text{ folglich } q' \cos\alpha = \frac{t}{n} \text{ und } nq' = \frac{t}{\cos\alpha}.$$

Diese Relation giebt die ganze bewegende Kraft, sobald die Spannung t gegeben ist.

§. 89. Die dem Stoße des Rammklotzes entsprechende Quantität Arbeit wird in allen Rammen, wenn man von den Nebenwiderständen abstrahirt, durch ph ausgedrückt, und nur in der Ramme mit Haken drückt diese Größe wirklich die durch den Stoß hervorgebrachte Quantität Arbeit aus, weil die stoßende Masse frei herabfällt. Allein da das Seil des Rammklotzes nur ein geringes Gewicht hat und der anzulegende Theil desselben bei dem Falle immer kleiner wird, so kann man die Axenreibung und die Steifigkeit des Seiles unberücksichtigt lassen.

§. **90.** Ein bemerkenswerther Umstand ist es, daß die Quantität Arbeit, welche ein Mensch täglich an einer Ramme hervorbringen kann, mit der Hubhöhe des Rammklotzes abnimmt; denn die Erfahrung lehrt wirklich, daß die tägliche Quantität Arbeit bei einer größern Hubhöhe als 1^m auf **72540** Kil. geschätzt werden kann, während sie sich auf **39520** Kil. reducirt, wenn die Hubhöhe blos $0^m,4$ beträgt. Coulomb hat diese letzte Zahl angegeben, und er bemerkt, daß zwei Arbeiter in der Pariser Münze einen Rammklotz von **38** Kil. täglich nicht mehr als **5200** mal auf eine Höhe von $0^m,4$ heben konnten, woraus folgt, daß jeder Arbeiter täglich eine Quantität Arbeit von

$$\frac{38 \text{ Kil.}}{2} \times 0^m,4 \times 5200 = 39520 \text{ Kil.}$$

hervorbrachte. Es ist also für die Arbeiter ermüdender oder anstrengender, täglich viele Züge von einer geringen Hubhöhe, als weniger von der möglichst größten Hubhöhe zu thun, und man sieht in der That leicht ein, daß dieses der Fall sein muß; denn im ersten Falle sind sie genöthigt, den obern Theil ihres Körpers öfterer zu heben und auch die Trägheit der beweglichen Masse öfterer zu überwinden.

§. **91.** Die Tafel **II** giebt die Kraft eines Menschen, welcher vermittelst einer festen Rolle Gewichte hebt, $=18$ Kil. und die tägliche Quantität Arbeit dieses Menschen $=77760$ Kilogrammeter an; allein Borgnis behauptet, daß ein Mensch an einer Zugramme mit parallelen Zugseilen eine Kraft von **20** Kil. ausüben und eine tägliche Quantität Arbeit von **93600** Kilogrammeter hervorbringen kann.

Für die Zugramme mit divergirenden Zugseilen findet aber bei weitem nicht dasselbe statt, und nach Gauthey's Angabe lehrt die Erfahrung, daß diese Maschine die Nutzkraft des Bewegers desto mehr vermindert, je größer das zu hebende Gewicht ist. Wenn z. B. der Rammklotz **300** Kil. wiegt, so kann jeder Arbeiter davon **15** bis **16** Kil. heben, während jeder derselben Arbeiter nur **10** bis **11** Kil. aufziehen kann, wenn der Rammklotz **500** Kil. wiegt. Nun beträgt aber die mittlere Zughöhe $1^m,3$; es finden täglich **120** Arbeitsperioden statt und jede Periode, welche drei bis vier Minuten dauert, besteht aus **30** Zügen.

Nehmen wir also die größte Kraft von **15,5** Kil. an, so ist die tägliche Quantität Arbeit $=15,5$ Kil. $\times 1^m,3 \times 30 \times 120 = 72540$ Kilogrammeter, welche Zahl viel kleiner ist, als für die Ramme mit parallelen Zugseilen und zeigt, daß die Quantität der Leistung bei divergirenden Zugseilen nur **0,775** der Arbeit bei parallelen Zugseilen ist.

Wegen der Nebenwiderstände der festen Rolle (§. **40**) geben die Rammen mit Sperrklinke und Haken nur $\frac{4}{5}$ der Quantität Arbeit, welche vermittelst der in der Ramme vorkommenden Radwelle hervorgebracht wird, und es darf auch in den Leitungen keine Reibung statt finden. Nun zeigt aber die Tafel **III**, daß die tägliche Quantität Arbeit, welche ein Mensch an der Radwelle hervorbrin-

gen kann, =172800 Kilogrammeter beträgt, wovon $\frac{4}{5}$ fast doppelt so groß, als die Quantität Arbeit =72540 Kilogrammeter bei divergirenden Zugseilen und auch weit größer als die Quantität Arbeit von 93600 Kilogrammeter bei parallelen Zugseilen ist. Es scheint also, daß die Rammen mit Sperrklinke und Haken immer vor den Zugrammen den Vorzug verdienen müßten; allein die Umstände und die Art der Arbeit müssen ebenfalls in Betracht gezogen werden. Man wendet die Rammen von der größten Quantität Arbeit an, wenn man Korper zerstoßen oder zerbrechen, oder wenn man ihre Festigkeit untersuchen will, und wenn wenig Arbeiter disponibel sind, wogegen man sich der Zugrammen bedient, wenn die Stöße oft wiederholt werden müssen.

Betrachten wir insbesondere den Fall, wo Pfähle eingerammt werden sollen, so ist die Größe, um welche der Pfahl durch jeden Schlag tiefer hineingetrieben wird, nicht blos von der consumirten Quantität Arbeit abhängig, sondern die Beschaffenheit des Bodens hat ebenfalls einen sehr merklichen Einfluß. Bei einem harten Terrain müssen die Stöße stärker, aber langsamer erfolgen, während sie bei einem weichen Boden nicht so stark sein, aber schneller auf einander folgen müssen. Man muß daher im zweiten Falle eine Zugramme und im ersten eine Ramme mit einer Radwelle anwenden; denn vermittelst dieser letztern kann man ein größeres Gewicht auf eine größere Höhe heben, das Heben selbst geschieht langsamer, als bei der Zugramme und außerdem findet man Zeit zum Ausruhen.

§. **92.** Da das Probiren der Axen in den Zeughäusern darin besteht, daß man vermittelst des Rammklotzes einen einzigen Stoß darauf ausübt, so muß man sich zu diesem Zwecke einer Ramme mit Radwelle bedienen, und es würde zu viel Zeit für die Arbeiter verloren gehen, wenn man eine Zugramme anwenden wollte. Der Rammklotz besteht aus einem rechtwinkligen Prisma von Bronze oder Gußeisen, welches in ein trapezoidisches Prisma ausläuft. An der untern Fläche des zweiten Prismas wird eine Platte von Bronze befestigt, welche unmittelbar den Stoß auszuüben hat, damit man, wenn diese Platte unbrauchbar geworden ist, nicht die ganze Masse des Rammklotzes zu erneuern braucht.

Der Rammklotz wiegt **300** Kil. und wird für die Axen Nr. **1**, **2**, **4** bis auf eine Höhe von $1^m,6$ und für die Axe, Nr. **3** blos auf eine Höhe von 1^m gehoben. Die zu probirende Axe wird auf eine gußeiserne Platte gelegt, welche parallel zu der Verticalebene der festen Rolle zwei vorspringende Ränder mit Aushöhlungen hat, worauf die Enden der Axe ruhen, und da alsdann die Mitte der Axe aufliegen würde, so erhöhet man die Enden durch Unterlagen um $0^m,0068$, worauf der Stoß von **300** Kil. auf die Mitte erfolgt, ohne daß die Axe Querrisse bekommen darf.

Nachdem die Axe mit dem Rammklotze probirt ist, wird sie auch mit der Escarpolette geprüft, welche als eine Art von Hakenramme betrachtet werden kann (Figur **31**). Die Axe wird horizontal auf eine Art von Bügel *A* gelegt, welcher vermittelst eines Seiles, einer festen Rolle *B* und einer doppelten Kurbelwelle *C* um

2^m,11 gehoben wird, bis die Axe gegen zwei Widerstände *D* an den verticalen Pfeilern trifft. Hierauf wird der Bügel vermittelst eines über eine feste Leitrolle gehendes Seiles *E* losgemacht, so daß die Axe mit der Mitte ihrer Zapfen zu gleicher Zeit auf zwei halbe gußeiserne Cylinder *F* fällt, welche parallel zu der Verticalebene der großen Rolle *B* gelegt sind, und alsdann darf, wenn die Axe brauchbar sein soll, durch den Stoß kein Querriß entstehen.

Schraubenbalancier.

§. **93.** Der Schraubenbalancier kann statt der Zugramme mit Vortheil angewandt werden, wenn der Stoß durch eine von einer geringen Höhe herabfallende sehr schwere Masse bewirkt werden soll, und derselbe erfordert auch weit weniger Zeit, als eine Ramme mit einer Radwelle. Der Schraubenbalancier besteht aus drei Haupttheilen, nämlich aus dem eigentlichen Balancier, der Schraube und dem stoßenden Cylinder. Der erste ist eine eiserne cylindrische Stange *AB*, welche an beiden Enden eine Kugel von einem bedeutenden Gewichte trägt (Figur **32**); die Schraube hat ein quadratisches Gewinde, ist mit ihrem Kopfe an dem Balancier befestigt, geht durch eine feste Schraubenmutter *CD* und läuft in zwei Platten *E*, *F* aus, zwischen welchen eine Nute bleibt. Der stoßende Cylinder *G* hat ebenfalls eine Nute *H*, zwei einander diametral gegenüberliegende Halter *I* sind in Nuten beweglich und verhindern die Drehung des Cylinders, welcher mit der Schraube durch ein Band *K* verbunden ist, welches innerhalb zwei ringförmige Vorsprünge enthält, wovon der obere in die Nute der Schraube und der untere in die des Cylinders tritt, und dieses Band ist außerdem mit einem Anhalter *L* versehen, welcher die Drehung desselben verhindert.

Der Schraubenbalancier wird in den Zeughäusern zum Zerschneiden des glühenden Eisens in Scheiben angewandt, und das Werkzeug oder der Durchschlag *M* besteht aus einem massiven Kegel, welcher mit seiner großen Grundfläche schneidet und wird alsdann auf der untern Grundfläche des Cylinders befestigt, worunter sich eine Matrice *N* befindet, welche die Form eines abgestumpften hohlen Kegels hat und an ihrer oberen Basis schneidet. Die Eisenstange, welcher man durch Schmieden die gehörige Form gegeben hat, wird auf die Matrice gelegt, dem Balancier eine schnelle Retationsbewegung ertheilt, so daß die Schraube sich niederwärts bewegt und den Ring oder das Band mit seiner obern Platte fortschiebt, welcher seinerseits den Cylinder durch seinen untern Ring fortschiebt. Der Durchschlag trifft auf die Eisenstange, wovon derselbe eine Scheibe abschneidet, welche durch das Loch der Matrice fällt, und in demselben Augenblicke treffen die Kugeln des Balanciers gegen Federn, welche sie zusammendrücken, bis der noch übrige Theil ihrer lebendigen Kraft erschöpft ist, worauf der Ba-

lancier durch die Rückwirkung der Federn nach einer der frühern entgegengesetzten Richtung gedreht wird und die Schraube nebst dem Ringe und Cylinder sich wieder aufwärts bewegt.

§. 94. Wir wollen zunächst die Relation aufzustellen suchen, welche zwischen der bewegenden Kraft und der dem Balancier zu ertheilenden kreisförmigen Geschwindigkeit in dem Augenblicke des Stoßes stattfinden muß, damit das Durchschlagen der Eisenstange bewirkt wird, und dann die Relation zwischen derselben Geschwindigkeit und dem Widerstande der Eisenstange während des Durchganges des Schneideinstrumentes.

Die bewegende Kraft ist veränderlich; denn der Druck der Arbeiter gegen eine der Kugeln des Balanciers nimmt desto mehr ab, je schneller die Rotationsbewegung wird. Es bezeichne daher s den horizontalen Bogen, welchen der Mittelpunkt der Kugel während der Wirkung der Kraft beschreibt und Q als Function von s den Werth, welchen die Kraft im Endpunkte dieses Bogens hat, so ist die ausgeübte Quantität Arbeit oder Wirkung $= \int Q ds$.

Aber wenn p das Gewicht der ganzen sich niederwärts bewegenden Masse und z die Länge bezeichnet, welche sie durchlaufen hat, wenn der Stoß stattfindet, so addirt sich die Quantität Arbeit pz zu $\int Q ds$ und sie bilden die Quantität Arbeit oder Leistung, welche durch die Reibungen absorbirt wird, und welche das System alsdann hervorbringen kann, so daß die ganze angewandte Quantität Arbeit $= \int Q ds + pz$ ist. Es finden zweierlei Reibungen statt, nämlich zwischen der Schraube und der Schraubenmutter und zwischen der obern Platte E und dem obern Ringe des Bandes. Allein diese letzte Reibung, welche blos von der Trägheit der Massen K, G, M bei jedem kleinen Zuwachse der verticalen Geschwindigkeit herrührt, kann ohne großen Fehler unberücksichtigt gelassen werden. Was die erste Reibung anlangt, so haben wir in §. 72 gefunden, daß ihr auf den Endpunkt des Halbmessers R bezogener Werth einer horizontalen Kraft:

$$\frac{Pr(2\pi rf - h)}{R(2\pi r + fh)}$$

gleich ist, wo P das Gewicht der Schraube und der Last, r den Abstand der mittleren Schraubenlinie von der Axe und h die Weite des Schraubenganges bezeichnet. Da in dem gegenwärtigen Falle die Maschine nicht belastet ist, so ist $P = p$, und wenn wir die Reibung auf die mittlere Schraubenlinie beziehen, so wird sie ausgedrückt durch:

$$p\frac{2\pi rf - h}{2\pi r + fh}.$$

Ihr Angriffspunkt beschreibt aber während des Niedersteigens um eine Schraubengang in horizontalem Sinne den Kreisumfang $2\pi r$, oder den Weg $\frac{2\pi r}{h}$ während des Niedersteigens um eine Längeneinheit, oder endlich den Weg $\frac{2\pi r}{h} z$ während des Niedersteigens z. Die der Reibung entsprechende Quantität Arbeit wird ausgedrückt durch:

$$p\frac{4\pi^2 r^2 f - 2\pi r h}{2\pi r + f h} \times \frac{z}{h}.$$

In dem Augenblicke des Stoßes besitzt das System eine horizontale und eine verticale Quantität Wirkung. Es bezeichne ω seine Winkelgeschwindigkeit in diesem Zeitpunkte, so hat ein in der Entfernung ϱ von der Axe liegendes Massenelement dm eine horizontale Geschwindigkeit $= \varrho\omega$ und besitzt eine Quantität Wirkung oder Leistung $= \frac{\varrho^2 \omega^2 dm}{2}$, und die der ganzen rotirenden Masse ist folglich $= \frac{\omega^2}{2}\int \varrho^2 dm$.

Der verticale Weg ist für eine vollständige Umdrehung $= h$, für jede Einheit des Kreisumfanges von dem Halbmesser 1 gleich $\frac{h}{2\pi}$ und für den horizontalen Bogen ω gleich $\frac{h}{2\pi}\omega$. Dieses ist folglich auch die der Winkelgeschwindigkeit entsprechende verticale Geschwindigkeit, und folglich ist die dem Systeme in verticaler Richtung ertheilte Quantität Arbeit $= \frac{p}{g} \times \frac{h^2\omega^2}{8\pi^2}$.

Wir haben also zwischen den angewandten und consumirten oder erhaltenen Quantitäten Arbeit die Relation:

$$\int Q ds + pz = \frac{\omega^2}{2}\left(\int \varrho^2 dm + \frac{p h^2}{4 g \pi^2}\right) + p\frac{4\pi^2 r^2 f - 2\pi r h}{2\pi r + f h} \times \frac{z}{h} \text{ (I).}$$

Diese Gleichung giebt die Quantität Arbeit $\int Q ds$, welche der Beweger hervorbringen muß, damit die Maschine in dem Augenblicke des Stoßes eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit habe oder die einer bestimmten Arbeit entsprechende Winkelgeschwindigkeit.

Im ersten Falle läßt sich die mittlere Kraft Q_1 des Bewegers leicht finden, wenn man außerdem den Theil $\frac{z}{n}$ des Niedersteigens kennt, während dessen Durchlaufen die Wirkung stattfindet. Denn dem Niedersteigen $= 1$ entspricht ein horizontaler Bogen $= \frac{2\pi R}{h}$

wo R den Abstand des Mittelpunktes jeder Kugel von der Axe bezeichnet, also dem Niedersteigen $\frac{z}{n}$ ein Bogen $\frac{2\pi Rz}{nh}=s$, und da die Kraft Q_1 constant ist, so hat man:

$$Q_1 s=Q_1 \frac{2\pi Rz}{nh}=\int Qds, \text{ folglich } Q_1=\frac{nh}{2\pi Rz}\int Qds,$$

und wenn der Beweger während des ganzen Niedersteigens z wirkt, so hat man:

$$Q_1=\frac{h}{2\pi Rz}\int Qds.$$

§. **95.** Das Durchschlagen findet in einer so kurzen Zeit statt, daß die Wirkungen der Schwere, d. h. die dem Niedersteigen des Gewichtes p entsprechenden verticalen und horizontalen Quantitäten Arbeit unberücksichtigt bleiben können. Die Winkelgeschwindigkeit ω und die mittlere Kraft Q_2, welche der Beweger alsdann ausübt, müssen folglich alsdann dem Systeme eine verticale Quantität Arbeit ertheilen, welche wenigstens der zum Abtrennen der Scheibe erforderlichen gleich ist, und eine horizontale Quantität Arbeit, welche wenigstens der Summe der Quantitäten Arbeit gleich ist, welche die der Drehung der Schraube entgegenstehenden Widerstände consumiren können.

Zur Aufstellung der Relation zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und dem Hauptwiderstande ist die Betrachtung der horizontalen Quantitäten Arbeit hinreichend, und da sie sämmtlich auf kreisförmigem Wege hervorgebracht werden, so haben sie den gemeinschaftlichen Factor 2π, wenn man sie für eine ganze Umdrehung berechnet. Die Hinweglassung dieses Factors reducirt die Relation auf die der Momente der Kräfte oder der Quantitäten der Bewegung.

Die Quantität der Bewegung des Massenelementes dm ist $=\varrho\omega dm$, sein Moment $=\varrho^2\omega dm$, das der ganzen rotirenden Masse $=\omega\int\varrho dm$, und für die Summe der Momente der Kräfte hat man $\omega\int\varrho^2 dm+Q_2 R$.

Es sei ω' die nach dem Durchschneiden noch übrig bleibende Winkelgeschwindigkeit, so ist das Moment der horizontalen Quantität Bewegung alsdann $=\omega'\int\varrho^2 dm$. Die Summe der verbrauchten Quantitäten Bewegung ist folglich gleich:

$$(\omega-\omega')\int\varrho^2 dm+Q_2 R.$$

In diesem Falle müssen die beiden Reibungen der Schraube berücksichtigt werden, weil der von der Stange herrührende Widerstand auf jede einen Einfluß ausübt. Wir wollen annehmen, daß dieser Widerstand der cylindrischen Fläche der abgeschnittenen Scheibe proportional sei und durch c, e, k resp. den Umfang, die Höhe und den sich auf die Cohäsion des Eisens beziehenden Coefficienten bezeichnen. Die Reaction kce der Stange preßt die Gänge der Schraube von unten nach oben gegen die der Schraubenmutter; aber wegen der verbrauchten verticalen Geschwindigkeit $\frac{h}{2\pi}(\omega-\omega')$ entsteht von oben nach unten ein Druck, welcher der Quantität Bewegung:

$$\frac{p}{g}\times\frac{h}{2\pi}(\omega-\omega')$$

gleich ist. Der Druck, durch welchen die Reibung beider Schraubengänge hervorgebracht wird, ist also $=kce-\frac{ph}{2\pi g}(\omega-\omega')$, und das auf die mittlere Schraubenlinie bezogene Moment dieser Reibung ist:

$$\left[kce-\frac{ph}{2\pi g}(\omega-\omega')\right]\frac{2\pi rf-h}{2\pi r+fh}r.$$

Eben diese Reaction kce treibt die Hülse K gegen den obern Ring E der Schraube, und die Kraft $\frac{ph}{2\pi g}(\omega-\omega')$ drückt den Ring gegen die Hülse. Folglich ist die Reibung beider Theile gleich:

$$f'\left[kce+\frac{ph}{2\pi g}(\omega-\omega')\right],$$

und ihr Moment gleich:

$$f'\left[kce+\frac{ph}{2\pi g}(\omega-\omega')\right]r',$$

wenn man durch r' die Entfernung der Axe von dem mittlern Umfange des reibenden Ringes bezeichnet.

Streng genommen müßte man nach §. 66 den Ausdruck $\frac{2}{3}\times\frac{r_1^3-\varrho_1^3}{r_1^2-\varrho_1^2}$, worin r_1 und ϱ_1 den größten und kleinsten Halbmesser des Ringes bezeichnen, zum Hebelarme der zweiten Reibung nehmen. Bezeichnet man durch l die Breite, so hat man:

$$r_1 = r' + \frac{l}{2},\ \varrho_1 = r' - \frac{l}{2}$$

$$\tfrac{2}{3} \times \frac{r_1^3 - \varrho_1^3}{r_1^2 - \varrho_1^2} = \tfrac{2}{3} \times \frac{r_1^2 + r_1\varrho_1 + \varrho_1^2}{r_1 + \varrho_1} = \tfrac{2}{3} \times$$

$$\frac{r'^2 + r'l + \frac{l^2}{4} + r'^2 - \frac{l^2}{4} + r'^2 - r'l + \frac{l^2}{4}}{2r'} = \frac{3r'^2 + \frac{l^2}{4}}{3r'} = r' + \frac{l^2}{12r'},$$

und man vernachlässigt blos einen kleinen Bruch, wenn man den Hebelarm auf r' reducirt.

Die gesuchte Relation ist also die Gleichung der Momente:

$$(\omega - \omega') \int \varrho^2 dm + Q_2 R = \left[kce - \frac{ph}{2\pi g}(\omega - \omega')\right] \frac{2\pi rf - h}{2\pi r + fh} r$$

$$+ f'r' \left[kce + \frac{ph}{2\pi g}(\omega - \omega')\right],$$

oder vielmehr:

$$(\omega - \omega') \left[\int \varrho^2 dm + \frac{ph}{2\pi g}\left(\frac{2\pi rf - h}{2\pi r + fh} r - f'r'\right)\right] + Q_2 R$$

$$= kce\left(\frac{2\pi rf - h}{2\pi rf + fh} r + f'r'\right).$$

Wenn folglich der Coefficient k bekannt ist, so kann man die mittlere Kraft Q_2 bestimmen, welche man während des Durchstoßens ausüben muß, damit die Maschine darauf noch eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit ω' besitzt, und wenn Q_2, ω' durch Versuche bestimmt sind; so kann man auch den Werth des für das angewandte Eisen erforderlichen Coefficienten k bestimmen.

Wenn aber die Arbeiter bei der Drehung des Balanciers eingeübt sind, so liefern sie schon vor dem Stoße eine mittlere Kraft Q_1, welche eine Winkelgeschwindigkeit ω erzeugt, die zum Durchschneiden hinreichend ist, und die noch bleibende Geschwindigkeit ω' ist so gering, daß sie als Null betrachtet werden kann. Man hat folglich in diesem Falle $Q_2 = o$ und:

$$\omega \left[\int \varrho^2 dm + \frac{ph}{2\pi g}\left(\frac{2\pi rf - h}{2\pi r + fh} r - f'r'\right)\right]$$

$$= kce\left(\frac{2\pi rf - h}{2\pi r + fh} r + f'r'\right) \qquad \text{(II)}.$$

Aus den von Morin über den Schraubenbalancier des Arse-

nales zu Metz angestellten Versuchen geht hervor, daß die von jedem der beiden Arbeiter ausgeübte Quantität Arbeit gleich $15^k,4$ ist.

§. 96. Die Beobachtung der von der Reaction der Federn herrührenden Aufsteigung z' giebt das Mittel an die Hand, ω' unter allen Umständen zu bestimmen. Denn diese während der Zusammenpressung der Spirale consumirte Winkelgeschwindigkeit wird ganz wieder hergestellt, wenn die Elasticität vollkommen ist. Nach §. 94 ergiebt sich hieraus im Kreise eine Quantität Wirkung $= \frac{\omega'^2}{2}\int \varrho^2 dm$,

und in verticaler Richtung eine Quantität Wirkung $= \frac{p}{g} \times \frac{h^2}{4\pi^2} \times \frac{\omega'^2}{2}$,

welche die Arbeit pz' und diejenige hervorbringen müssen, welche die Reibung der Schraube in ihrer Mutter erfordert. Folglich ist:

$$\frac{\omega'^2}{2}\left(\int \varrho^2 dm + \frac{p}{g} \times \frac{h^2}{4\pi^2}\right) = pz' + \frac{4\pi^2 r^2 f - 2\pi r h}{2\pi r + fh} \times \frac{z'}{h}$$

§. 97. Die Größe $\int \varrho^2 dm$ ist das Trägheitsmoment der Masse m. Aus der Gleichung (II) folgt, daß, je größer dieses Moment ist, um so kleiner die Winkelgeschwindigkeit ω sein kann, wenn die andern Größen dieselben bleiben, und aus der Gleichung (I) ist ersichtlich, daß mit der Verminderung von ω auch eine Verminderung der Arbeit $\int Q ds$ der bewegenden Kraft verbunden ist. Wir wollen daher den Werth von $\int \varrho^2 dm$ suchen, um zu sehen, durch welche Mittel derselbe vergrößert werden kann, ohne p oder vielmehr die Masse m zu vermehren.

Da das Trägheitsmoment eines Systemes der Summe der Trägheitsmomente seiner einzelnen Theile gleich ist, so haben wir einzeln das Trägheitsmoment der Schraube, das des Balanciers AB und das beider Kugeln zu bestimmen, und die Summe dieser drei Resultate zu bilden.

Es sei δ die Dichtigkeit des Eisens, woraus die Maschine verfertigt ist, r'' der Halbmesser der Kugeln, r''' der der Stange AB, $2l$ ihre Länge, l' die Länge der Schraube, ϱ' der Halbmesser der Cylinderfläche des Ganges.

Wir wollen die Schraube als einen vollen Cylinder von einem Halbmesser ϱ' und einer Länge l' betrachten, welche von dem Hebel bis zur untern Fläche des Ringes F zu rechnen ist, d. h. indem man von dem Zwischenraume der Schraubengänge und den vorspringenden Ringen der Platten abstrahirt. Das Volumen eines Ringelementes dieses Cylinders ist $l' = \pi(\varrho + d\varrho)^2 l' - \pi\varrho^2 = 2\pi l' \varrho d\varrho$, wenn man die unendlich kleinen Größen der zweiten Ordnung vernachlässigt. Die Masse desselben ist $= 2\pi\delta l' \varrho d\varrho$ und sein Trägheitsmoment $= 2\pi\delta l' \varrho^3 d\varrho$. Das der ganzen Schraube ist folglich

$$= 2\pi\delta l' \int \varrho^3 d\varrho = \tfrac{1}{2}\pi\delta l' \varrho^4 + C.$$

Nimmt man das Integral von $\varrho = o$ bis $\varrho = \varrho'$, so erhält man $\frac{1}{2}\pi\delta l' \varrho'^4$.

Das Trägheitsmoment des Hebels hängt von dem eines auf einem Durchmesser AB (Figur 33. Taf. I) normalen Querschnittes ab. Wir wollen zuerst den Viertelkreis BOH und ein Ringelement betrachten, dessen kleinster Halbmesser y und dessen größter Halbmesser gleich $y + dy$ sei. Die Fläche dieses Elementes ist $= \frac{2\pi y dy}{4}$; sein Schwerpunkt liegt in der Mitte I des kleinern Bogens. Da der Winkel $HOI = IOB$ und in dem rechtwinkligen Dreiecke OKI der Winkel $OIK = HOI$ ist, so ist dieses Dreieck gleichschenklich; folglich $IK^2 = \frac{y^2}{2}$; das Trägheitsmoment des betrachteten Elementes ist gleich $\pi \frac{y^3 dy}{4}$, durch dessen Integration man $\frac{\pi y^4}{16}$ erhält. Nimmt man das Integral von $y = o$ bis $y = r'''$, so findet man $\frac{\pi r'''^4}{16}$ für das Trägheitsmoment des Sectors BOH, und das eines ganzen Querschnittes ist folglich $= \frac{\pi r'''^4}{4}$ oder $= \pi r'''^2 \frac{r'''^2}{4}$.

Wenn man die Länge eines in der Entfernung ϱ von der Axe der Schraube liegenden Cylinderelementes des Hebels mit $d\varrho$ bezeichnet, so folgt, daß sein Trägheitsmoment in Beziehung auf eine durch den Schwerpunkt gezogene parallele Axe gleich $\pi\delta r'''^2 d\varrho \frac{r'''^2}{4}$ ist.

Nun ist aber bekanntlich das Trägheitsmoment eines Körpers in Beziehung auf eine beliebige Axe gleich der Summe aus dem Produkte des Quadrates der Entfernung dieser Axe vom Schwerpunkte des Körpers und der Masse desselben, und aus dem Trägheitsmomente des Körpers in Beziehung auf eine durch den Schwerpunkt gehende parallele Axe. Das Trägheitsmoment des cylindrischen Elementes ist also in Beziehung auf die Axe der Schraube

$$= \pi\delta r'''^2 \varrho^2 d\varrho + \pi\delta r'''^2 d\varrho \frac{r'''^2}{4}.$$

Integrirt man endlich diesen Ausdruck von $\varrho = l$ bis $\varrho = -l$, so findet man für das Trägheitsmoment des ganzen Hebels:

$$\tfrac{2}{3}\pi\delta r'''^2 l^3 + \tfrac{1}{2}\pi\delta r'''^4 l.$$

Die Masse jeder Kugel ist gleich $\frac{4}{3}\pi\delta' r''^3$ und die Entfernung ihres Schwerpunktes $= l + r''$. Das erste Glied des Trägheitsmomentes in Beziehung auf diese Axe ist folglich $= \frac{4}{3}\pi\delta' r''^3 (l + r'')^2$.

Um das zweite Glied, d. h. das Trägheitsmoment in Beziehung auf die zur Axe der Schraube parallele Axe AB zu finden, muß man ein cylindrisches Ringelement betrachten, dessen Grundflächen auf AB normal sind, und welches in einer Entfernung x von dem Punkte A liegt, wo diese Axe die Kugelfläche trifft. Die Höhe des Ringes sei dx, und wenn wir den Halbmesser der krummen Fläche mit y bezeichnen, so wird die Dicke durch dy ausgedrückt. Das Volumen des Ringes ist also

$$=\pi(y+dy)^2\,dx-\pi y^2\,dx=2\pi y\,dy\,dx,$$

wenn das Glied mit $(dy)^2$ vernachlässigt wird, und das Trägheitsmoment in Beziehung auf AB gleich $2\pi\delta' y^3\,dy\,dx$. Das der ganzen Masse der Kugel ergiebt sich also, wenn man diesen letzten Ausdruck successive in Beziehung auf y und x integrirt. Wenn wir diese zweite Veränderliche als constant betrachten, so finden wir zuerst:

$$\int 2\pi\delta' y^3\,dy\,dx=\tfrac{1}{2}\pi\delta' y^4\,dx+C.$$

Nehmen wir das Integral von $y=o$ bis $y=CD=\sqrt{BC\times CA}$ $=\sqrt{(2r''-x)x}$, so finden wir für den unendlich dünnen Streifen $DEFG$:

$$\tfrac{1}{2}\pi\delta'(2r''-x)^2x^2\,dx=\tfrac{1}{2}\pi\delta'(4r''^2x^2-4r''x^3+x^4)\,dx.$$

Durch die Integration dieses letzten Ausdruckes in Beziehung auf x ergiebt sich ferner:

$$\tfrac{1}{2}\pi\delta'\left(\tfrac{4}{3}r''^2x^3-r''x^4+\frac{x^5}{5}\right)+C,$$

und wenn das Integral von $x=o$ bis $x=2r''$ genommen wird, so erhalten wir für das zweite Glied des Trägheitsmomentes jeder Kugel den Ausdruck:

$$\tfrac{1}{2}\pi\delta'(\tfrac{32}{3}r''^5-16r''^5+\tfrac{32}{5}r''^5)=\tfrac{8}{15}\pi\delta' r''^5.$$

Das Trägheitsmoment einer Kugel ist daher gleich:

$$\tfrac{4}{5}\pi\delta' r''^3(l+r'')^2+\tfrac{8}{15}\pi\delta' r''^5,$$

also das von beiden gleich:

$$\tfrac{8}{5}\pi\delta' r''^3(l+r'')^2+\tfrac{16}{15}\pi\delta' r''^5,$$

und folglich ist:

$$\int\varrho^2\,dm=\tfrac{1}{2}\pi\delta l'\varrho'^4+\tfrac{2}{3}\pi\delta r'''^2l^3+\tfrac{1}{2}\pi\delta r'''^4l$$
$$+\tfrac{8}{5}\pi\delta' r''^3(l+r'')^2+\tfrac{16}{15}\pi\delta' r''^5.$$

Das erste Glied dieses Werthes kann aber nicht vergrößert werden, weil die Länge l' so klein genommen ist, daß die Menschen leicht auf den Balancier wirken können, jedoch auch so groß, daß sich zwei Gänge der Schraube in der Mutter befinden, und der Halbmesser ρ' ist so gewählt, daß die Schraube eine hinreichende Solidität erhält, und zu gleicher Zeit eine so geringe Reibung als möglich darbietet.

Die drei folgenden Glieder wachsen mit l; jedoch wird dieser Länge oft durch die Localitäten, in allen Fällen aber durch die Nothwendigkeit eine Grenze gesetzt, daß man den Weg, welchen der Beweger zur Niederbewegung der Schraube zurücklegen muß, nicht zu sehr vergrößert.

Was den Werth von r''' betrifft, so muß man denselben darauf reduciren, was zur Solidität von AB durchaus erforderlich ist, weil das Quadrat desselben sich wie das Gewicht des Hebels ändert und auf die Reibungen Einfluß hat.

Durch die Vergrößerung von r'', δ' werden die beiden letzten Glieder vergrößert; aber es ist in Beziehung auf die Nebenwiderstände derselbe Effect damit verbunden. Jedoch erhält man gewöhnlich ein hinreichendes Trägheitsmoment, wenn man dem Halbmesser und dem specifischen Gewichte der Kugeln schickliche Werthe ertheilt.

Die Mittel zur Verminderung der Ermüdung des Bewegers eines Balanciers bestehen also darin: den Hebel blos so stark zu schmieden, daß er sich unter der Wirkung der Arbeiter nicht biegt, ihm die Länge zu ge[illegible], welche er ertragen kann, die Kugeln sehr dick zu machen und sie aus einer sehr dichten Masse zu verfertigen, ohne jedoch ihr Gewicht so weit zu vergrößern, daß sich der Hebel dadurch biegen könnte.

Durchschnitte oder Schneidewerkzeuge.

Zu den Durchschnitten oder Schneideinstrumenten gehören alle Maschinen, welche man zum Zertheilen der Körper in mehrere Theile anwendet. Das wichtigste Organ derselben ist der Operator oder das schneidende Blatt.

Man kann die Durchschnitte in drei Arten eintheilen: **1.** in die einfachen Durchschnitte, wie das Messer, der Meißel, das Beil ꝛc., welche durch den Arbeiter ohne Hülfe eines Mechanismus bewegt werden; **2.** in die Rotationsdurchschnitte, welche aus sich drehenden Hebeln bestehen, wie die Schneiderscheeren, Blechscheeren, die Häckerlingsschneide ꝛc. und **3.** in die Durchstöße oder Durchschläge, deren Wirkung durch einen Stoß erfolgt.

Winkel der Schneide.

§. 98. Die Fabrikation der Schneideblätter gehört dem Zeugschmiedehandwerke an, und wir haben uns hier nicht damit zu beschäftigen; allein die auf diesen Operator zu verwendende Quantität Arbeit hängt theilweise von der Form der Schneide ab, welche letztere nur in Verbindung mit der Erfahrung durch die Theorie auf eine angemessene Weise bestimmt werden kann, wobei namentlich zweierlei in Betracht kommt, nämlich die geometrische Gestalt der schneidenden Kante und der Winkel, welchen die beiden Ebenen mit einander bilden, deren Durchschnitt jene Kante ist. Da die schneidende Kante von der Wirkungsart des Operators und von der Natur der Arbeit abhängt, so läßt sich im Allgemeinen hierüber nichts sagen; da der Einfluß des Winkels der Schneide aber bei allen Durchschneideinstrumenten derselbe ist; so können wir diesen zuerst betrachten.

Es sei das gleichschenklige Dreieck ABC (Figur 1. Tafel II.) der Durchschnitt eines Schneideblattes mit einer auf der durch die Richtung der bewegenden Kraft und die schneidende Kante gehenden senkrechten Ebene. D, E seien die Punkte, in welchen man die an den Seiten des Keiles stattfindenden normalen Pressungen concentrit annehmen kann; Q sei die von der bewegenden Kraft auf den Rücken AC in der Ebene ABC ausgeübte Wirkung, β der Winkel BAC und γ der Winkel der Schneide.

Die Kraft Q besteht aus einem Theile q, welcher die beiden Widerstände P aufzuheben im Stande ist, und aus einem Theile q', welcher zur Ueberwindung der beiden Reibungen fP erforderlich ist, die beim Fortrücken der Flächen AB, BC an den Seiten der Spalte des zu zertheilenden Körpers hervorgerufen werden.

Der Weg, längs dessen die Wirkungen q, q' ausgeübt werden, ist $=h$, wenn wir durch diesen Buchstaben die von dem Rücken AC des Keiles durchlaufene Länge AH bezeichnen; der zugehörige Werth von P ist $DF=GH=AH\sin GAH=h\cos\beta$, und der von fP ist $=\frac{AH}{\cos HAI}=\frac{h}{\sin\beta}$. Es ist folglich:

$$qh=2Ph\cos\beta,\ q'h=2fP\frac{h}{\sin\beta}$$

und:

$$Q=q+q'=2P\cos\beta+2fP\frac{1}{\sin\beta}.$$

Mit der Zunahme des Winkels β ist also eine Abnahme der bewegenden Kraft verbunden; es ist aber der Winkel $\beta=\frac{180-\gamma}{2}$ und derselbe kann nicht zunehmen, ohne daß γ abnimmt, woraus

folgt, daß die für einen Durchschnitt erforderliche Kraft um so geringer ist, je kleiner der Winkel der Schneide ist.

Es verdient bemerkt zu werden, daß der durch die Reibung der Flächen verursachte Kraftverlust gleich der doppelten zur Ueberwindung des Widerstandes P erforderlichen Kraft sein würde, wenn γ so beschaffen wäre, daß

$$\frac{AC+BK}{AB^2}=f$$ wäre; denn es ist $\cos\beta=\frac{AK}{AB}$, $\sin\beta=\frac{BK}{AB}$,

und: $$2\cos\beta=\frac{2AK}{AB}=\frac{AC}{AB};$$

folglich:

$$q=2P\cos\beta=P\frac{AC}{AB},$$

während

$$q'=\frac{2fP}{\sin\beta}=\frac{\frac{2AC+BK}{AB^2}P}{\frac{BK}{AB}}=2P\frac{AC}{AB}=2q$$

ist.

Da die zum Eindringen in die Körper bestimmten Instrumente als Keile betrachtet werden können, so sieht man, daß man ihnen allen, welche Form sie auch haben mögen, eine sehr spitze Schneide geben muß, um den Arbeiter so wenig als möglich zu ermüden; allein auf der andern Seite ist es wegen der Festigkeit oder Härte des zu theilenden Körpers auch erforderlich, dem schneidenden Winkel eine solche Größe zu geben, daß die Schneide nicht abbricht, oder sich umlegt. Aus der vorhergehenden Untersuchung ergibt sich also, daß man den Winkel einer Schneide nicht größer machen darf, als es die Härte des zu theilenden Körpers erfordert.

Mithin kann und muß der Winkel γ sehr spitz sein bei den Messern, welche zum Schneiden weicher Substanzen dienen; aber es ist eine Größe desselben von 30^0 bei den Schlichthobeleisen auf Holz und fast von 90^0 bei den Grabsticheln und den zum Durchschlagen des Eisens angewandten Durchschlägen nöthig.

Wir wollen noch hinzufügen, daß man die für einen Durchschnitt erforderliche Arbeit beträchtlich verringert, wenn man die Flächen des schneidenden Blattes gut polirt und schmiert, weil hierdurch der Coefficient f der Reibung offenbar verkleinert wird.

Einfache Durchschnitte.

§. **99.** Bei den meisten einfachen Durchschnitten ist die schneidende Kante gerade; aber was sie auch für eine Form haben mag, so findet doch immer einer der beiden Fälle statt: entweder die bewegende Kraft wirkt theilweise oder ganz in normaler Richtung auf die Kante, oder ihre Richtung bildet einen spitzen Winkel mit der Tangente im Durchschneidepunkte.

Wenn im ersten Falle die Kraft auf den Punkt selbst gerichtet ist, in welchem die Schneide in den Körper einzudringen beginnt, so muß sie offenbar in jedem Augenblicke dem Widerstande gleich sein, welchen die Theilchen des zu trennenden Körpers ihrer Trennung entgegensetzen. Die zur Trennung verwandte Quantität Arbeit ist folglich dem Producte des mittlern Widerstandes P in die Dicke d des Körpers, nach der Normale auf dem Einschnittspunkte der schneidenden Kante gemessen, gleich.

Die Anwendung eines rechtwinkligen Stemmeisens verursacht mithin keinen Verlust an Arbeit, wenn der Druck oder Schlag nach der Richtung des Heftes erfolgt.

Mit den gewöhnlichen Messern verhält es sich anders, weil der Druck nicht von oben auf die Schneide gerichtet werden kann, indem sich der Griff in der Verlängerung der Schneide befindet, und hieraus folgt, daß unter dem Hefte ein Gegendruck erforderlich ist, um die Drehung des Instrumentes um den ersten Punkt zu verhindern, an welchen die Schneide in den Körper dringt.

Wir wollen annehmen, daß es sich darum handele, einen Cylinder von dem Durchmesser d (Fig. 2. Taf. II.) abzuschneiden. Durch P wollen wir den mittlern Widerstand, durch a die Entfernung des Endpunktes A des Stieles von der Mitte B der Schneide, in welchem Punkte das Eindringen beginnen soll, und durch b die Länge AC bezeichnen, welche die Hand einnimmt. Der Beweger übt in C einen von oben nach unten gerichteten und zur Ueberwindung des Widerstandes P bestimmten Druck Q aus; in A bewirkt er entweder mit derselben, oder mit der andern Hand einen von unten nach oben gerichteten Druck q, um die Drehung des Messers um den Punkt B zu verhindern, und nach eingetretener gleichförmiger Bewegung giebt das Gleichgewicht der drei Kräfte

$$Q = P\frac{a}{b}, q = Q\frac{a-b}{a} = P\frac{a-b}{b}.$$

Die Totalkraft des Bewegers ist also:

$$Q + q = P\frac{a}{b} + P\frac{a-b}{b} = P\frac{2a-b}{b},$$

und die zum Durchschneiden des Cylinders erforderliche Quantität Arbeit ist $= Pd.\frac{2a-b}{b}$. Da dieselbe blos $= Pd$ sein würde, wenn der Druck nach der Richtung des nach dem Punkte B gehenden Durchmessers erfolgte; so sieht man, daß durch die Form des Instrumentes ein Verlust:

$$Pd\frac{2a-b}{b} - Pd = 2Pd\frac{a-b}{b}$$

verursacht wird. Dieser Verlust kann nie Null werden, wie groß der von dem Beweger umfaßte Theil des Griffes auch sein mag, weil a immer größer, als b ist; aber er nimmt um so mehr ab, je kleiner die Schneide ist, je näher der Beweger das Messer an der Schneide anfaßt, und je breiter die Hand ist.

Ferner ergiebt sich, daß der Verlust Pd, oder daß die Quantität Arbeit das Doppelte von der gerade nothwendigen beträgt, wenn $\frac{a-b}{b}=\frac{1}{2}$ oder $a-b=\frac{b}{2}$ oder $a=\frac{3}{2}b$ ist. Dieses würde eintreten, wenn man den Stiel nahe an der Schneide anfaßte, und wenn die Länge dieses letztern blos gleich der Breite der Hand wäre. Ist dieses nicht der Fall, so erfordert das gewöhnliche Messer von dem Beweger eine Quantität Wirkung, welche mehr als das Doppelte der zur Ueberwindung des Widerstandes erforderlichen beträgt.

§. **100.** Wir wollen nun den Fall betrachten, wo die bewegende Kraft einen spitzen Winkel α mit der geraden Kante bildet (Fig. **3.** Taf. **II.**). Das Blatt legt sich alsdann dicht bei seinen vordern Ende auf, und der Schnitt ist vollendet, wenn sich das Instrument, von der tangirenden Lage am Cylinder in B z. B. ausgehend, in einer parallelen Lage befindet, worin es das andere Ende des Durchmessers BD berührt. Der Angriffspunkt des Bewegers hat folglich einen Weg $=BE$ zurückgelegt, und wenn wir denselben durch l und mit Q den mittlern Druck bezeichnen; so ist Ql die verbrauchte Quantität Arbeit, und es ist $Ql=Q\frac{d}{\sin\alpha}$

Aus der Theorie ist nicht ersichtlich, ob $Q\frac{d}{\sin\alpha}$ kleiner oder größer, als die Quantität Arbeit Pd ist, welche verbraucht wird, wenn die bewegende Kraft senkrecht auf die schneidende Kante wirkt. Denn da nichts anzeigt, wie der Widerstand modificirt wird, wenn die Schneide eindringt und zugleich fortgleitet, so ist es unmöglich, das Verhältniß von $\frac{Q}{\sin\alpha}$ zu P **à priori** zu kennen. Aber da die Art der Wirkung, welche die erste Anzahl von Kilogrammen giebt, dem Sägen analog ist, ein gut geschärftes Messer immer mit einer Säge verglichen werden kann, und da die Erfahrung lehrt, daß das Durchsägen eines Körpers immer viel weniger Anstrengung verursacht, als wenn diese Trennung durch ein bloßes Schneiden bewirkt wird; so sieht man ein, daß es einen solchen Werth von α giebt, welcher Ql kleiner als Pd macht. Dieses wird auch noch einleuchtender, wenn man bemerkt, daß für ein gegebenes Blatt der Winkel γ der Schneide um so geringer wird, je spitzer α ist, weil γ immer in der durch BE gelegten, auf der Ebene des Schnittes senkrecht stehenden Ebene genommen werden muß (§. **98.**).

Wenn man jedoch α sehr klein nähme, so würde l sehr groß werden, und wenn alsdann auch Q viel kleiner als P wäre; so würde die Quantität der Wirkung Ql doch größer als Pd sein. Wenn dagegen $\alpha=90^{o}$, $l=d$ ist, so wird der mittlere Druck Q

gleich dem mittlern Widerstande P. Folglich nimmt Ql von $\alpha = 90^0$ bis zu einem andern kleinern Werthe ab, und von diesem bis zu $\alpha = 0$ zu, woraus folgt, daß es ein Minimum giebt, welches einer gewissen Richtung der Kraft entspricht.

Aber welches ist diese Richtung? bleibt sie für alle Blätter dieselbe, oder variirt sie mit der Qualität des Instrumentes, oder mit dem Winkel der Schneide? Bis jetzt hat man noch keinen Versuch zur Beantwortung dieser Frage angestellt, weil es nicht nöthig ist, den schicklichsten Werth von α für den Fall zu kennen, wo das Messer frei durch die Hand eines Menschen gehalten wird, da ein solcher Beweger leicht die Neigung findet, unter welcher er seine Kraft ausüben muß, um die wenigste Ermüdung zu erfahren, oder um den Widerstand mit dem geringsten Aufwande von Kraft zu überwinden. Wenn das Messer jedoch mit einem Mechanismus verbunden ist, so wird es von Wichtigkeit, ihm eine solche Richtung oder Form zu geben, daß α einen Werth annimmt, wodurch Ql fast zu einem Minimum gemacht wird.

Noch wollen wir bemerken, daß aus den vorhergehenden theoretischen Untersuchungen sehr wohl hervorgeht, weshalb man bei dem Hiebe mit einem Säbel diesen stark in der Richtung der Schneide ziehen muß. Auch erklärt sich hieraus die krumme Form der Säbel der leichten Kavalerie, weil diese Curve den Winkel α während des ganzen Schwunges der Klinge fast constant erhält, und es ist vortheilhaft, den Werth zu behalten, welchen der Zug so zusagen passend für das Minimum von γ herausgestellt hat.

Drehende Durchschnitte.

§. **101.** Was wir oben von den Säbelklingen gesagt haben, zeigt, daß es bei den Rotations- oder drehenden Durchschnitten nicht genügt, dem Winkel α für eine gewisse Lage des Operators so viel als möglich die vortheilhafteste Oeffnung zu geben, sondern daß diese Oeffnung während der ganzen kreisförmigen Bewegung auch erhalten werden muß, weshalb die schneidende Kante keine gerade Linie bilden darf.

Um die passende Curve zu bestimmen, wollen wir einen Punkt M (Fig. 4. Taf. II.) einer schneidenden Kante $M'M''$ betrachten, welche sich um eine Axe O dreht. Dieser Punkt beschreibt einen Kreisbogen von dem Halbmesser OM, woran die auf den Endpunkt M bezogene bewegende Kraft tangential ist. Mithin ist α hier gleich dem Winkel NMT, welchen MN, als Tangente des Bogens und Perpendikel auf MO, mit MT als Tangente an der krummen Kante $M'M''$ bildet Nun ist aber $NMT = \alpha = OMT - OMN$ und der letzte dieser drei Winkel ist für jeden Punkt von $M'M''$ ein rechter. Wenn man folglich den ersten α constant haben will, so muß es auch der zweite OMT sein; oder mit andern Worten, man muß der schneidenden Kante $M'M''$ eine Krümmung geben,

deren sämmtliche Tangenten MT mit den zugehörigen Radienvectoren OM denselben Winkel bilden.

Der Kreis bietet sich zu diesem Zwecke zuerst dar; aber wenn der Durchschnitt eine kreisförmige Schneide hätte, deren Mittelpunkt auf der Axe O läge, so würde derselbe in die Klassen der Kreissägen gehören, welche auf den zu theilenden Körper keinen Druck ausüben, und es würde dieses alsdann keine Maschine mehr sein, welche nach Art der Messer wirkt.

Die einzige Curve, welche mit dem Kreise gemeinschaftlich die oben ausgesprochene Eigenthümlichkeit besitzt, ist die logarithmische Spirale. Denn auf Polarcoordinaten bezogen, ist ihre Gleichung $t = \text{Log}u$, wo der Kreisbogen AB (Fig. 5. Taf. II.), dessen Halbmesser PA der Einheit gleich ist und welcher vom Anfangspunkte A der Curve bis zum Radiusvector PM des betrachteten Punktes geht, die Abscisse t und dieser Halbmesser PM die Ordinate u ist. Differenzirt man die Gleichung $t = \text{Log}u$, so erhält man $dt = M\frac{du}{u}$, wo M den Modulus des Logarithmensystems bezeichnet, und hieraus ergiebt sich $\frac{udt}{du} = M$.

Nun wollen wir $BC = dt$ nehmen, so fällt der Bogen MM' der Spirale mit der Tangente TM zusammen, der Kreisbogen MD ist senkrecht auf PM', DM' wird $= du$, der Winkel $MM'D$ wird von der Tangente und einem unendlich nahe bei dem Radiusvector PM des Berührungspunktes liegenden Radiusvector gebildet, und man kann denselben für den Winkel PMT' nehmen, dessen Unveränderlichkeit wir beweisen wollen. Wenn man denselben mit φ bezeichnet, so hat man:

$$\text{tang}\,\varphi = \frac{MD}{M'D} = \frac{MD}{du}.$$

Nun ist aber:

$$MD : dt = PM : PB = u : 1;$$

folglich:

$$MD = udt \text{ und } \text{tang}\,\varphi = \frac{udt}{du} = M.$$

Mithin muß man eine logarithmische Spirale zur Form der schneidenden Kante des drehenden Durchschnittes wählen. Aber zu welcher unter allen Spiralen gehört die Gleichung $t = \text{Log}u$, welche muß man wählen, damit der constante Werth von α die verbrauchte Quantität Arbeit zu einem Minimum macht? oder welche Basis der Logarithmen soll man annehmen, um den Bogen t aus dem Radiusvector u zu berechnen? Man ist daher gezwungen den vortheilhaftesten Werth von α aus der Erfahrung zu entnehmen. Kennt man diesen, so weiß man auch den Werth von φ oder des Winkels

OMT (Fig. 4.), welcher $= 90^0 + \alpha$ ist; man erhält so den Modulus $M = \text{Log}\, e$ und leitet daraus den Neperschen Logarithmus der gesuchten Basis a vermöge der bekannten Gleichung:

$$\text{Log}' a = \frac{1}{\text{Log}\, e}$$

ab, so daß also diese Basis alsdann bekannt ist.

§. **102.** Da man bis jetzt die sich für den drehenden Durchschnitt am meisten eignende Form der Spirale nicht hat angeben können, so hat man sich damit begnügt, ihre schneidenden Kanten geradlinig zu machen, und selbst den Drehungsmittelpunkt in die Verlängerung dieser geraden Linie gelegt, was jedoch ganz unrichtig ist.

Es ist leicht einzusehen, daß bei einer geraden Schneide AB (Fig. **6.** Taf. **II.**) die Lage des Rotationsmittelpunktes O nur dann richtig ist, wenn sich der vortheilhafteste Werth BCD von α, als Mittelwerth zwischen den von dieser Schneide und den auf AO, BO enkrechten geraden Linien, welche ihre Endpunkte mit dem Mittelpunkte verbinden, gebildeten Winkeln daraus ergiebt. Wenn die Figur z. B. die Lage des Blattes in dem Augenblicke darstellt, wo die Mitte C der Schneide in den Körper eindringen will, so müßte sich der Punkt O auf einer geraden Linie CO befinden, welche mit AB einen Winkel $OCA = 90^0 - \alpha$ bildet, damit die auf OC senkrechte Richtung CD der Kraft mit CB genau den Winkel α bildet. Es muß aber auch der Winkel $D'AB$ so viel kleiner als α sein, wie $D'BE$ größer als derselbe ist, und damit diese Abweichungen sehr gering wären, müßte man den Mittelpunkt O weit von AB legen. Hieraus würde aber ein sehr großer Hebelarm OC für den Hauptwiderstand entstehen, so daß der Beweger einen sehr starken Druck auf die Maschine auszuüben genöthigt wäre, wenn man den Hebelarm der Kraft nicht entsprechend vergrößerte.

Es ergiebt sich hieraus also, daß durch die geradlinie Kante der Schneide die Maschine fehlerhaft wird, selbst wenn die Rotationsaxe über der Verlängerung dieser Schneide liegt, und daß es viel vortheilhafter ist, dieselbe nach der logarithmischen Spirale zu formen, sobald aus der Erfahrung der günstigste Werth des Winkels α bekannt sein wird.

§. **103.** Die drehenden Durchschnitte werden sehr oft durch Menschenhände bewegt. Der zu zerschneidende Körper wird alsdann häufig auf eine widerstehende Unterlage A (Fig. **7.** Taf. **II.**) zwischen den Beweger Q und den Drehungsmittelpunkt O gelegt, weil es viel leichter ist, niederwärts, als hinaufwärts zu drücken. Das Messer ist am Ende mit einem Griffe versehen und der Druck wirkt gewöhnlich senkrecht auf OB, durch welche Linie der Drehungsmittelpunkt mit dem Angriffspunkte B der Kraft verbunden wird.

Wenn wir daher den mittlern Widerstand, dessen mittlerer Halbmesser OC ist, mit P bezeichnen, so wird die Relation zwischen

den Kräften ausgedrückt durch $Q = P\frac{OC}{OB}$, woraus folgt, daß man Q so viel als nothwendig ist, verkleinern kann, wenn man den Körper C dem Mittelpunkte O gehörig nähert, oder den Griff B von diesem Punkte entfernt.

Jedoch kann die Ermüdung eines lebenden Bewegers vermehrt werden, ungeachtet seine Kraftanstrengung vermindert wird, und zwar geschieht dieses, wenn mit jener Verminderung eine gewisse Vergrößerung der Geschwindigkeit verbunden ist, damit die Arbeit in derselben Zeit geschieht. Es giebt also einen Werth des Verhältnisses $\frac{OC}{OB}$, bei welchem die kleinste Ermüdung stattfindet. Diesen Werth kann aber nur die Erfahrung kennen lehren, weil derselbe blos von den individuellen Leistungen des bewegenden Menschen abhängt. Wenn jedoch der Körper leicht zu theilen, oder wenn P gering ist, so kann das Verhältniß $\frac{OC}{OB}$ offenbar größer gemacht werden, als im entgegengesetzten Falle, ohne daß für Q hieraus ein Werth folgt, welcher größer wäre, als der dem Minimum der Ermüdung oder dem Maximum der täglichen Arbeit entsprechende.

Wir übergehen hier den durch die Reibung an der Axe O erzeugten Widerstand, weil sein Halbmesser im Vergleich zu dem Hebelarme OB in der Regel so gering ist, daß man den dieserhalb zu Q hinzuzufügenden Kraftaufwand vernachlässigen kann.

§. **104.** Wenn ein durch einen Menschen bewegter Durchschnitt zum Zertheilen eines cylindrischen Körpers angewandt wird, so hält der Beweger mit der einen Hand den auf eine Unterlage gelegten Körper, während er mit der andern das Instrument in Bewegung setzt, oder man wendet eine solche Unterlage an, durch welche das Verschieben verhindert wird. Will man jedoch eine Metallplatte zerschneiden, so ist es vortheilhaft, sie blos auf eine Tafel zu legen, weil dieselbe alsdann durch ihre eigene Reibung verhindert wird, sich vor der schneidenden Kante hinweg zu bewegen. Man ersieht hieraus, daß in einem solchen Falle, wo das Verrücken des Körpers verhindert ist, der Werth des Winkels α, welchen die Richtung der Kraft beständig mit den successiven Tangenten an der schneidenden Kante bildet, und folglich der zur Construction der logarithmischen Spirale erforderliche Modulus bestimmt werden kann.

Wir wollen wieder durch P den mittlern, auf den Tangenten MT' der Curve (Fig. 8 Taf. II) senkrecht wirkenden Widerstand bezeichnen, und wie es gewöhnlich geschieht, die Drehungsaxe O in der Ebene der auf den horizontalen Tisch B gelegten Platte annehmen. In dem Augenblicke, wo der Punkt M der schneidenden Kante eindringt, wird das letzte Element des von ihm beschriebenen Kreisbogens auf der Platte senkrecht stehen und die Tangente dieses Bogens wird in M vertical sein. Der Druck Q der Schneide wird also nach der auf der Horizontalen OM senkrecht stehenden geraden Linie NM gerichtet, und der Winkel α dem von NM und der

Tangente MT an der Curve gebildeten Winkel NMT gleich sein. Die Richtung PM des Widerstandes P steht aber senkrecht auf der Tagente MT, und folglich muß ein Theil $Q\sin\alpha$ von Q den Widerstand P überwinden, so daß man $Q\sin\alpha = P$ hat. Der andere von T nach M wirkende Theil $Q\cos\alpha$ bewegt die schneidende Kante auf der Platte, und mit diesem brauchen wir uns nicht zu beschäftigen.

Die Kraft $Q\sin\alpha$ übt gegen die horizontalen Flächen der Platte einen verticalen Druck $Q\sin^2\alpha$ und einen horizontalen Druck $Q\sin\alpha\cos\alpha$ aus, welcher von O nach M wirkt und den zu zerschneidenden Körper fortzuschieben strebt. Von dem Theile $Q\sin^2\alpha$ jedoch wird auf der Tafel eine Reibung erzeugt, deren Werth $= fQ\sin^2\alpha$ ist, wenn wir durch f den sich auf die gußeiserne Platte B beziehenden Reibungscoeffizienten bezeichnen.

In Beziehung auf das geneigte Element M der Schneide betrachtet, bringt die Kraft $Q\sin\alpha$ eine in der Richtung von T nach M wirkende Reibung hervor, deren Werth $= Qf_1\sin\alpha$ ist, wenn wir durch f_1 den sich auf die stählerne Schneide beziehenden Reibungscoeffizienten bezeichnen. Diese Reibung kann wieder zerlegt werden und giebt einen verticalen Druck $f_1 Q\sin\alpha\cos\alpha$, welcher folglich die Reibung der Platte auf der Unterlage um $ff_1 Q\sin\alpha\cos\alpha$ vermehrt, und einen horizontalen Theil $f_1 Q\sin^2\alpha$, welcher von A nach M wirkt und dem Fortbewegen der Platte entgegenstrebt.

Soll sich folglich die Platte während des Druckes der Schneide nicht unter dieser wegbewegen, und soll der horizontale Theil $P\cos\alpha$ des Widerstandes durch den Theil $Q\sin\alpha\cos\alpha$ der Kraft vernichtet werden, so muß die Resultante aus diesen drei Reibungen eine Art Stützpunkt oder ein Hinderniß bilden, welches wenigstens mit einer $Q\sin\alpha\cos\alpha$ gleichen Kraft gegen den horizontalen Druck wirkt. Mithin ist:

$$fQ\sin^2\alpha + ff_1 Q\sin\alpha\cos\alpha + f_1 Q\sin^2\alpha = Q\sin\alpha\cos\alpha$$

die zur Verhütung des Fortbewegens der Platte nothwendige Bedingung. Aus dieser Gleichung ergiebt sich die Relation:

$$f\sin\alpha + ff_1\cos\alpha + f_1\sin\alpha = \cos\alpha,$$

und da der Bruch ff_1 sehr klein ist, so kann man blos setzen:

$$(f+f_1)\sin\alpha = \cos\alpha,$$

woraus folgt:

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{f+f_1} \text{ oder } \text{cotang}\,\alpha = f+f_1,$$

woraus hervorgeht, daß bei der in Rede stehenden Art von Durchschnitten die Cotangente des Winkels α wenigstens der Summe der beiden Reibungscoefficienten gleich sein muß.

§. **105.** Wir wollen nun durch dt einen unendlich kleinen Bogen von dem Halbmesser $=1$ bezeichnen, welcher zwischen zwei auf einander folgenden Radienvectoren der schneidenden Kante, von denen wir den kleinern OM (Fig. 9 Taf. II) mit u bezeichnen wollen, liegt. Der Kreisbogen MC ist alsdann $= u\,dt$ und $CM' = du$, und da man die Bogen MC, MM' als gerade Linien, und den letztern als einen Theil der Tagente MT betrachten kann; so hat man $\frac{MC}{CM'} = \text{tang}\, MM'C$. Außerdem ist die Richtung der Kraft Q sowohl auf OM', als auf OM senkrecht und α ist $= NM'T$, welches $\text{tang}\, MM'C = \text{cotang}\,\alpha = f + f_1$ giebt. Folglich hat man:

$$\frac{u\,dt}{du} = f + f_1,\quad dt = (f + f_1)\frac{du}{u} \text{ und } t = (f + f_1)\,\text{Log}'u,$$

wenn man die Logarithmen aus dem Neperschen Systeme nimmt.

Hieraus ergiebt sich, daß die Bogen t die Logarithmen der Radienvectoren u sind, in einem Systeme genommen, dessen Basis $\frac{1}{f + f_1} = \text{tang}\,\alpha$ zum Neperschen Logarithmus hat. Denn bezeichnet man diese Basis mit b, so hat man:

$$\text{Log}\,u = \frac{1}{\text{Log}'b}\,\text{Log}'u,\quad \frac{1}{\text{Log}'b} = f + f_1 \text{ und } \text{Log}'b = \frac{1}{f + f_1}.$$

§. **106.** Es ist nun nichts leichter, als die Curve zu beschreiben, deren Polargleichung durch:

$$t = (f + f_1)\,\text{Log}'u$$

ausgedrückt wird. Man ziehe die gerade Linie $OM = 1$ (Fig. 10 Taf. II) und beschreibe aus O mit OM als Halbmesser einen Kreis, trage die Bogen t auf diesem Kreise z. B. von M aus, so folgt hieraus, daß dieser Punkt der Curve angehört, weil für $u = 1$ sowohl $\text{Log}'u = 0$, als $t = 0$ ist. Um den folgenden Punkt M' zu erhalten, giebt man u z. B. einen andern Werth 2, multiplicirt den Neperschen Logarithmus von 2 mit $f + f_1$, so erhält man den correspondirenden Werth von t, welchen man von M nach D trägt, hierauf die unbestimmte gerade Linie OD zieht und $OM' = 2OM$ nimmt. Einen dritten Punkt M'' würde man auf eine ähnliche Weise bestimmen. Was die dem Punkte M vorhergehenden Punkte m, m' anlangt, so wird man diese erhalten, wenn man für u Bruchwerthe, wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, etc. annimmt, welche die Werthe von t negativ machen, woraus folgt, daß diese letztern unterhalb des Punktes M von M nach d, dann nach d', etc. getragen werden müssen. Uebrigens ist einleuchtend, daß die logarithmische Spirale durch den Rotationsmittelpunkt O nur in dem Augenblicke gehen kann, wo t negativ unendlich wird, weil dann allein $u = 0$ ist, d. h. die Curve geht um den Punkt

O herum und nähert sich demselben beständig, ohne denselben jemals erreichen zu können.

§. **107.** Um nicht wieder auf die drehenden Durchschnitte zurückkommen zu müssen, wollen wir hier bemerken, daß in dem Falle, wo man an diesen Maschinen andere Beweger als Menschen anbringt, der Communicator gewöhnlich eine mit Hebedaumen versehene Welle ist. Alsdann muß der Schwerpunkt der arbeitenden Schneide eine solche Lage haben, daß ihr Gewicht allein hinreichend ist, sie wieder aufzuheben, so bald der Hebedaumen aufgehört hat, zu wirken, oder man muß eine Feder anbringen, welche während der Wirkung des Hebedaumens zusammengedrückt wird, und dann durch ihre Ausdehnung denselben Effect hervorbringt.

Die zum Durchschneiden von Metallplatten dienenden Durchschnitte haben eine schneidende Kante von einer bedeutenden Ausdehnung, woraus folgt, daß sich der Hebelarm des Widerstandes während des Niedergehens der Schneide bedeutend verlängert. Wenn die Wirkung des Bewegers daher beständig in einer Entfernung $=1$ von dem Rotationsmittelpunkte bleibt, so ist erforderlich, daß sein Hebelarm auch während der Wirkung jedes Hebedaumens zunimmt. Nun ist aber dieser Hebelarm dem Verhältnisse zwischen den von den beiden Rotationsmittelpunkten auf die gemeinschaftliche Curve des Hebedaumens und des hintern Theils des Operators gezogenen Perpendikeln gleich.

Denn es sei P der Widerstand der Platte; q der Druck des Hebedaumens auf den hintern Theil und Q die constante Kraft des Bewegers in der Entfernung $CE=1$ (Fig. 11 Taf. II). Bei der gleichförmigen Bewegung findet Gleichgewicht zwischen der Kraft q und dem Widerstande P statt, so daß man hat:

$$q:P=AO:OB \text{ und } q=P\frac{OA}{OB}.$$

Da aber q auch der Druck des hintern Endes des Durchschnittes auf den Hebedaumen und ein Widerstand für die Welle ist, so hat man $q:Q=1:CD$ oder $q=\frac{Q}{CD}$, folglich ist:

$$\frac{Q}{CD}=P\frac{OA}{OB},\ Q\frac{OB}{CD}=P\times OA,$$

und $\frac{OB}{CD}$ ist folglich der Hebelarm von Q, wie OA der von P ist.

Es muß also das Verhältniß $\frac{OB}{CD}$ mit dem Perpendikel OA varriiren; wenn dasselbe doppelt so groß ist, als im Anfange des Niedersteigens der Schneide, so muß auch des Verhältniß $\frac{OB}{CD}$ das Doppelte von dem betragen, was es in jenem Punkte war. Diese

Bedingung kann nur durch eine schickliche Zeichnung jener Communicationscurve erreicht werden, welche Zeichnung gänzlich von der abweicht, die für den Fall gebraucht wird, wo das Moment des Widerstandes constant ist, und bis jetzt noch nicht der Gegenstand einer Untersuchung gewesen ist.

Blechscheeren.

§. **108.** Wir wollen zu der Klasse der drehenden Durchschnitte mit gerader Schneide noch die Blechscheeren und die zu verschiedenen andern Zwecken verwandten Scheeren zählen, weil man diese Instrumente immer so einrichten kann, daß der eine Arm festliegt, während sich der andere um das beide verbindende Niet drehen kann. Die vorhin auseinandergesetzte Theorie ist also auch auf die Blechscheeren und die Scheeren mit zwei Blättern überhaupt anwendbar, jedoch ist der sich auf das Minimum der verbrauchten Quantität Wirkung beziehende Werth des Winkels α nicht immer derjenige, welcher der Natur und der Dicke des zu schneidenden Körpers entspricht.

Denn es sei C (Fig. 12 Taf. II) die Mitte des von dem beweglichen Blatte AB gebrauchten Theiles, und CD ein Perpendikel auf dem Halbmesser OC, so ist der Winkel BCD dem früher mit α bezeichneten gleich. Ferner bezeichne β den Winkel BEF, welchen die beiden Blätter mit einander bilden, wenn der Punkt A den zu zertheilenden Körper zu pressen anfängt, d. h. den Winkel, welchen die nach der auf dem festen Blatte EF senkrecht stehenden Linie AG gemessene Dicke des Körpers erfordert. Die in A senkrecht auf AB wirkende Kraft P kann in eine zu EF parallele Kraft $P\sin\beta$ zerlegt werden, welche den Körper fortdrängt, und in eine Kraft $P\cos\beta$, welche senkrecht auf derselben Linie ist und eine Reibung $fP\cos\beta$ auf dem festen Blatte verursacht, welche von F nach E wirkt und das Fortbewegen des Körpers zu verhindern strebt. Es ist aber auch auf dem beweglichen Blatte AB eine von B nach A gerichtete Reibung fP vorhanden, wovon der eine Theil $fP\cos\beta$ zu der auf EF wirkenden Reibung hinzukommt und dieselbe verdoppelt, während der andere Theil $fP\sin\beta$ einen auf derselben geraden Linie senkrechten Druck und folglich eine dritte Reibung $f^2P\sin\beta$ von F nach E hervorbringt. Da diese letzte Reibung vernachlässigt werden kann, so wird die Bedingung, daß der Körper nicht fortrückt, höchstens ausgedrückt durch

$$P\sin\beta = 2fP\cos\beta \text{ oder } \operatorname{tang}\beta = 2f.$$

Mithin hängt der Winkel BEF oder die Lage E des Durchschneidens der beiden Blätter von der Natur des Körpers ab, weil eben von dieser letztern der Werth von f abhängt. Wegen der Lage des Punktes C in der Mitte von AB hat man aber:

$$EC = EA + AC = EA + \frac{AB}{2} = \frac{2EA + AB}{2}$$

$$= \frac{2EA + EB - EA}{2} = \frac{EA + EB}{2} = \frac{AG + BF}{2\sin\beta},$$

woraus hervorgeht, daß die Entfernung EC sowohl mit der Dicke AG, als mit dem Werthe von β, oder mit der Natur des Körpers variirt. Wenn also der einer gewissen Dicke des Körpers und einem gewissen Winkel β entsprechende Winkel BCD für α der vortheilhafteste ist, so wird dieses nicht mehr stattfinden, wenn sich die Dicke oder die Natur des Körpers verändert, weil sich alsdann der Punkt C, der Halbmesser OC und das Perpendikel CD verändern.

§. **109.** Der Werth des Winkels BCD würde nur dann in allen Fällen der für den Beweger günstigste sein, wenn man die Lage des Punktes O willkührlich verändern könnte. Denn wenn man den Winkel β nach der Natur des Körpers vermittelst der Formel $\text{tang}\beta = 2f$ bestimmt hat, so findet man die Lage des Punktes A aus der Gleichung $EA = \frac{AG}{\sin\beta}$, worin AG die gegebene Dicke des Körpers ist. Sucht man alsdann die Mitte von AB, zieht durch diesen Punkt eine gerade Linie CD, welche mit CB den vortheilhaftesten Winkel α bildet; so bestimmt die auf CD senkrecht gezogene Linie CO vermittelst ihres Durchschnittes mit der Mittellinie eines Schenkels der Scheere die Lage des Punktes O. Es wäre daher zweckmäßig, wenn diese Schenkel mit einer großen Anzahl einander sehr nahe liegender Löcher versehen wären, damit das Instrument zur Theilung aller Körper gebraucht werden könnte.

§. **110.** Wenn die Lage des Bolzens unveränderlich ist, so kann man aus der Bedingung der Anwendung des günstigsten Winkels α die Dicke der zu zerschneidenden Körper von bekannter Natur bestimmen.

Denn man kann eine gerade Linie cd ziehen, welche mit cB den Winkel α bildet und auf cd des Perpendikel co errichten. Zieht man alsdann OC parallel zu oc, so erhält man den Punkt C von solcher Beschaffenheit, daß die auf OC senkrechte Linie CD mit der geraden Linie CB den Winkel α bildet. Man braucht alsdann den Winkel BEF nur so weit zu öffnen, daß der Gleichung $\text{tang}\beta = 2f$ Genüge geschieht, $CA = CB$ zu nehmen und AG senkrecht auf EF zu ziehen; so wird die Länge AG die gesuchte Dicke sein.

§. **111.** Endlich ist einleuchtend, daß der Hebelarm der Kraft und der des Widerstandes zu der Härte des zu zerschneidenden Körpers in dem gehörigen Verhältnisse stehen müssen.

So sind bei den Scheeren, welche zum Zerschneiden dünner Metallplatten bestimmt sind, die Blätter OB viel kürzer, als die hinter dem Bolzen O liegenden Theile, während bei den Papier-

scheeren die Blätter viel länger sind, als die zwischen dem Niete und den Oehsen liegenden Theile, weil die auszuübende Kraft sehr gering ist und man deshalb bei jedem Schnitte auf eine große Länge wirken kann.

Durchschläge oder Durchstöße.

§. **112.** Für mehrere industrielle Zwecke müssen dünne Körper, wie Bleche oder Platten, nach dem Umfange eines Polygones ausgeschnitten werden. Der zu dieser Operation dienende Durchschnitt heißt ein Durchschlag oder Durchstoß, und ist von den vorhergehenden gänzlich verschieden. Im Allgemeinen bestehen diese Instrumente aus einem eisernen Prisma, auf dessen einer Basis sich ein erhabener und scharfer Rand aus Stahl befindet, welcher die gewünschte Figur als Umfang hat und etwas weiter von der Basis des Prismas absteht, als die Dicke des zu durchschlagenden Körpers beträgt.

Es giebt offenbar nur einen Fall, wo der Durchstoß ohne Zwischenbringung eines Modificators durch einen Balancier in Bewegung gesetzt werden kann (§. **93.**), nämlich wenn der Umfang der Schneide ein Kreis ist. Hat dieser Umfang jede beliebige andere Form, so kann sich das Instrument nur nach der Axe des Prismas bewegen, d. h. senkrecht auf seiner schneidenden Kante, welches nicht die vortheilhafteste Art ist.

§. **113.** Wenn man durch h die der im Augenblicke des Stoßes stattfindenden Geschwindigkeit entsprechende Fallhöhe und durch P das Gewicht des Instrumentes bezeichnet, so ist die durch den Durchstoß zur Veränderung eines Bleches oder einer Platte verwandte Quantität Arbeit $= Ph$. Wenn die Formveränderung willkürlich sein könnte, so würde das Verhältniß von P und h ganz indifferent sein, nicht in Beziehung auf den Beweger, sondern auf das Resultat der Arbeit. Man kann in dem Produkte Ph die Factoren P, h beliebig verändern, wofern nur der Werth desselben unverändert bleibt, und man erhält immer die der Quantität Arbeit Ph entsprechende Formveränderung. Gewöhnlich soll jedoch das Blech oder die Platte nach einer gegebenen Figur und nicht nach einer andern umgeändert werden, weshalb eine gewisse Relation zwischen P und h stattfinden muß.

Wenn ein Körper mit einer großen Geschwindigkeit gegen einen durch Hindernisse festgehaltenen Körper stößt, so nimmt derselbe bekanntlich von dem letztern, alle Theilchen mit hinweg, welche sich seinem Durchgange entgegensetzen, ohne die übrigen merklich zu verrücken. So macht z. B. die aus einem Gewehre durch eine Fensterscheibe mit bedeutender Geschwindigkeit abgeschossene Kugel ein rundes Loch in dieselbe, ohne einen Riß zu verursachen. Wenn dagegen der bewegliche Körper eine kleine Geschwindigkeit hat, so wird der ganze gestoßene Körper erschüttert, die Formveränderung

erstreckt sich über die getroffenen Punkte hinaus, und ist der sehr ähnlich, welcher durch einen heftigen Druck erfolgen würde.

Wenn der zu zerschneidende Körper daher zerbrechlich oder spröde ist, und der Umfang des Schnittes gut gerathen soll, so muß man auf den Durchstoß mit einer kleinen Masse schlagen, die aber eine große Geschwindigkeit hat, so daß auch das Instrument im Augenblicke des Stoßes eine sehr große Geschwindigkeit hat. Wenn die zu durchschlagende Substanz aber leicht nachgiebt, so ist es zweckmäßig, daß man, um dieselbe Quantität Wirkung wie im vorhergehenden Falle hervorzubringen, die Masse womit der Schlag ausgeübt wird, vergrößert und die Geschwindigkeit derselben vermindert. Denn durch die von den verschiedenen Punkten des zu durchschlagenden Körpers dargebotenen ungleichen Widerstände würden die verschiedenen correspondirenden Punkte der Schneide an einer streng gleichen und parallelen Geschwindigkeit gehindert, und es könnte sich ereignen, daß der Durchstoß bei einem sehr schnellen Durchgange auf einer Seite viel tiefer eindränge, als auf der andern.

Maschinen, welche durch Pferde in Bewegung gesetzt werden.

§. **114.** Die durch Pferde bewegten Maschinen sind entweder feste oder transportabele. Zu der zweiten Art gehören namentlich die Fuhrwerke, womit wir uns jedoch hier nicht befassen wollen. Was die festen Maschinen anlangt, so haben wir nur die Pferdegöpel zu untersuchen, von denen es zwei Arten giebt. Bei der einen Art ist die Kraft unmittelbar an der arbeitenden Maschine, d. h. an der Verbindung der Theile angebracht, welche die Natur der Arbeit erfordert, von welcher Beschaffenheit der Beweger auch sein mag. Bei der andern Art ist eine bewegende Maschine, bestehend aus einem Receptor und Communicatoren zwischen der Kraft und der arbeitenden Maschine angebracht. Die erstern können einfache Pferdegöpel genannt werden, wovon die in kleinen Räumen aufgestellten Oelmühlen ein Beispiel geben. Die zweiten heißen Pferdegöpel mit Räderwerken.

Pferdegöpel.

§. **115.** Jeder Göpel wird durch eine Zugkraft bewegt. Die Wirkung des Pferdes wird auf einen Hebel oder Zugbaum ausgeübt, der mit einer verticalen mit Zapfen versehenen Welle in Verbindung gesetzt ist. Der Zugbaum ist horizontal oder geneigt, jedoch jedenfalls gut befestigt.

Zuweilen wird das Pferd vermittelst sehr kurzer Ketten, an eine Art Gabel gespannt, welche demselben etwas hinter dem Kum-

met über den Rücken geht, wo alsdann der Hebelarm des Bewegers gleich dem mittlern Halbmesser der beiden von den Enden der Gabel beschriebenen Kreise ist. Oft jedoch wird der Zug auch durch an einem Schwengel befestigte Stränge übertragen, und in diesem Falle ist die gerade Linie, welche vom Befestigungspunkte *A* des Schwengels (Fig. 13. Taf. II.) nach der Mitte *B* der geraden Linie geht, welche die Befestigungspunkte der Stränge am Kummete verbindet, eine Sehne *AB* der mittlern Bahn; der Hebelarm des Bewegers ist $= CD$, d. h. gleich dem von dem Drehungsmittelpunkte auf die Mitte von *AB* gefällten Perpendikel, und man hat:

$$CD = \sqrt{AC^2 - \frac{\overline{AB}^2}{4}}.$$

Diese Länge ist kleiner als *AC*, nähert sich derselben aber um so mehr, je größer der Halbmesser der mittlern Bahn des Pferdes ist, weil *AB* einen constanten Werth von ungefähr $2^m,78$ hat. Auch macht man *AC* ungefähr 7 Meter lang, wenn es die Localität erlaubt, woraus sich übrigens der Vortheil ergiebt, eine größere Wirkung vom Pferde zu erhalten, weil dasselbe bei einer sehr krummen Bahn gezwungen ist, eine unbequeme Lage anzunehmen und zu behalten, vermöge welcher dasselbe nicht im Stande ist, seine Kraft so anzuwenden, wie bei einer geradlinigen Bewegung. Die untere Grenze des Halbmessers ist ungefähr 5 Meter, weil ein kleinerer Werth die Wirkung verringern und den Beweger schnell ermüden würde.

§. 116. Auf einer Bahn von einem Halbmesser von wenigstens 5^m übt ein Pferd von mittlerer Stärke eine Kraft von 45^k bei einer Geschwindigkeit von $0^m,9$ in der Secunde während 8 Stunden täglich aus, und erzeugt mithin eine Quantität Arbeit von 1166400^k.

Da dasselbe Pferd vor einem Wagen während 10 Stunden des Tages eine Kraft von 75^k mit einer Geschwindigkeit von 1^m in der Secunde, oder eine Quantität Arbeit von 2700000^k hervorbringen kann; so vermindert die Art der Wirkung an dem Göpel die mechanische Arbeit des Bewegers um 1533600^k, d. h. um mehr als die Hälfte.

§. 117. Da das Pferd des Göpels nur $0^m,9$ in der Secunde zurücklegt, so durchläuft es blos 54^m in der Minute, und die Anzahl der Umdrehung der Welle in derselben Zeit ist $= \frac{54}{2\pi R}$, wo *R* den mittlern Halbmesser der Bahn bezeichnet.

Bei der untern Grenze dieses Halbmessers würde man haben:

$$\frac{54}{2\pi \times 5} = \frac{5,4}{3,1416} = 1,7,$$

oder nahe zu $1\frac{1}{2}$ Umdrehung in der Minute. Eine solche geringe

Geschwindigkeit ist selten für die Arbeitsmaschine ausreichend und hierin liegt der Grund, weshalb man den Receptor des Göpels mit dem Operator durch ein System von Rädern verbindet, welche zur Vermehrung der Geschwindigkeit bis zu einem solchen Grade geeignet sind, als es die Natur der Arbeit erfordert. Dieses System besteht gewöhnlich aus einem Stirnrade, welches auf der stehenden Welle der Bewegungsmaschine befestigt ist, und aus einem Drillinge oder Getriebe, welches mit dem erstern im Eingriffe steht und die Bewegung auf die Welle der Arbeitsmaschine überträgt.

§. 118. Indem wir einen solchen Mechanismus voraussetzen, wollen wir allgemein die Relation zwischen der Kraft und dem Hauptwiderstande aufstellen, wobei wir annehmen, daß die arbeitende Maschine den Zweck hat, einen metallischen Körper abzudrehen, um einen der complicirtesten Fälle zu betrachten, und ein Beispiel zu geben, wie die Rechnung unter allen Umständen geführt werden muß.

Der abzudrehende Körper liegt horizontal und wird durch zwei Stützen A, B (Fig. 14. Taf. II.) gehalten. Wir wollen demselben eine conische Form geben, und es seien φ, φ' seine Halbmesser an den Punkten A, B, und a, b, seien die Entfernungen derselben Punkte von dem Schwerpunkte G.

Der Schneidstahl, welcher den Metallspahn hinwegnimmt, steht senkrecht auf der verticalen Ebene AB und seine schneidende Kante befindet sich in der horizontalen Ebene der Axe des Körpers. Da ferner die Spähne von unten nach oben weggenommen werden, so strebt der Schneidstahl den Körper vertical in die Höhe zu heben, und um den Druck auf beide Lager zu erhalten, muß man von dem Gewichte P' dieses Körpers den Hauptwiderstand P, welchen der Stahl der Drehung entgegensetzt, abziehen, wodurch man denselben $= P' - P$ findet.

Der Angriffspunkt von P ist nicht constant, wie der von P', weil der Stahl bald zwischen A und G, bald wieder zwischen B und G schneidet. Wenn der Schwerpunkt G jedoch nicht merklich von der Mitte von AB entfernt liegt, so kann man die Entfernungen AG, BG als die mittlern Entfernungen der beiden Lager von dem veränderlichen Angriffspunkte des Hauptwiderstandes betrachten. Alsdann muß man zwischen den Punkten A, B einen in den Entfernungen a, b von diesen Punkten wirkenden Druck vertheilen. Bezeichnet man resp. durch p, p' diese beiden sich ergebenden Componenten, so findet man dieselben durch die Gleichungen:

$$p : P' - P = b : a + b,\ p' : P' - P = a : a + b,$$

oder:

$$p = (P' - P)\frac{b}{a+b},\ p' = (P' - P)\frac{a}{a+b}.$$

Die Druckkräfte p, p' verursachen in den Lagern eine Gesammtreibung $= f'(p+p')$, deren Moment offenbar $= f'(p\varrho+p'\varrho')$ ist.

Wir wollen statt der Quantitäten Arbeit die Momente betrachten, weil alle Bewegungen der Maschine im Kreise erfolgen, und weil in einem solchen Falle jede sich auf eine ganze Umdrehung beziehende Quantität Arbeit gleich dem mit 2π multiplicirten Momente ist. Man kann daher die Momente für die im Kreise verbrauchten Quantitäten Arbeit substituiren, wie man in allen Fällen dafür die lebendigen Kräfte substituiren kann.

Da wir den abzudrehenden Körper conisch angenommen haben, so ist das Moment des Hauptwiderstandes P veränderlich. Wir wollen seinen größten, für die Kraft ungünstigsten Werth Pr anwenden, worin r den größten Halbmesser bezeichnet, welcher größer oder $= \varrho$ ist; so wird das Moment des gesammten, von dem Körper herrührenden Widerstandes durch:

$$Pr+f'(p\varrho+p'\varrho')$$

ausgedrückt.

Der abzudrehende Gegenstand muß mit der horizontalen Welle eines verticalen Getriebes C in Verbindung gesetzt werden, welche mit zwei gleichen Zapfen auf den Lagern D und E ruht. Nun verbindet sich aber die von dem Stirnrade F gegen das Getriebe ausgeübte horizontale Kraft Q' mit dem Gewichte p'' des Getriebes C und der Welle DE und preßt die Zapfen gegen ihre Lager. Da diese Kräfte senkrecht auf einander stehen, so ist ihre Resultante $= \sqrt{Q'^2+p''^2} = 0{,}90\,Q'+0{,}4p''$, weil Q' immer größer als p'' ist. Die gesammte in den Lagern stattfindende Reibung wird also ausgedrückt durch:

$$f'_1(0{,}96\,Q'+0{,}4p''),$$

und ihr Moment durch:

$$f'_1\varrho''(0{,}96\,Q'+0{,}4p''),$$

wo ϱ'' den Halbmesser der Zapfen bezeichnet.

Wir wollen die beiden Räder als conische annehmen und durch r' den mittlern Halbmesser des Getriebes, von seiner Axe bis zum mittlern Berührungspunkte der Zähne, bezeichnen; so ist $Q'r'$ der von dem Rade ausgeübte Druck, und da derselbe allen vorhergehenden Widerständen während der gleichförmigen Bewegung der Maschine das Gleichgewicht halten muß; so hat man:

$$Q'r' = Pr+f'(p\varrho+p'\varrho') = f'_1\varrho''(0{,}96\,Q'+0{,}4p''),$$

oder:

$$Q' = \frac{Pr+f'(p\varrho+p'\varrho')+0{,}4f'_1p''\varrho''}{r'-0{,}96f'_1\varrho''}.$$

In Beziehung auf den Beweger ist Q' aber ein Widerstand, welcher in den Rädern eine Reibung verursacht. Diese Reibung kann als der gleich betrachtet werden, welche bei cylindrischen Rädern, welche dieselbe Anzahl von Zähnen haben (§. 57), stattfindet, indem der so genommene Werth wegen der Verzeichnung der conischen Räder und der geringen Stärke der Zähne für die Praxis hinreichend genau ist.

Man findet also für den an dem mittlern Halbmesser R' des Rades stattfindenden Gesammtwiderstand, welcher der Bewegung dieses Rades entgegenwirkt, den Ausdruck:

$$Q' + \pi f Q' \frac{m+m'}{mm'} = Q'\left(1 + \pi f \frac{m+m'}{mm'}\right) = Q''.$$

Wir müssen nun noch die Seitenreibung der verticalen Welle HI und die Reibung ihres Zapfens auf dem Boden der Pfanne I bestimmen. Die erste hängt allein von Q'' ab, wenn man eine gerade Anzahl oder blos drei Pferde anwendet, indem im ersten Falle an einem jeden Ende desselben Durchmessers ein Pferd zieht, wo alsdann die Resultante ihrer Wirkungen auf die Axe offenbar Null ist; oder indem im zweiten Falle die drei Pferde so vertheilt sind, daß die Befestigungspunkte der drei Schwengel den Laufkreis in drei gleiche Theile theilen, so daß die Resultante der Zugkräfte zweier Pferde der des dritten gleich und gerade entgegengesetzt ist, weil wir alle drei Zugkräfte als von gleicher Intensität betrachten. Folglich ist auch in diesem Falle die Resultante aus den Zugkräften aller drei Pferde auf die Axe gleich Null.

Die Wirkung des Bewegers hat also blos dann Einfluß auf die Reibung des Zapfens der Welle, wenn die Pferde in ungerader Anzahl über oder unter drei vorhanden sind. Wir haben jedoch nur den Fall eines einzigen Pferdes zu betrachten, weil die noch übrige Anzahl der Pferde immer gerade ist, damit je zwei und zwei parallel ziehen.

Da der für die Ausübung der Kraft des Bewegers günstigste Zug unter einem Winkel von 11^0 stattfindet, so wirkt die Kraft Q des Pferdes nach Richtungen, welche 11^0 gegen den Horizont geneigt sind, und kann in zwei Kräfte zerlegt werden, wovon die eine $Q\cos 11^0$ horizontal und die andere $Q\sin 11^0$ vertical ist. Da die Richtung der ersten gegen die constante Richtung der Kraft Q'' veränderlich ist, so würde sie in der That wie bei der Kurbelwelle wirken (§. 9); um jedoch eine einfachere Gleichung zu erhalten, wollen wir den ungünstigsten Fall annehmen, in welchem Q'' und $Q\cos 11^0$ parallel sind und nach demselben Sinne wirken, und wo das Pferd an einem dem Getriebe C diametral gegenüberliegenden Punkte wirkt. Auch kann man ohne merkliche Veränderung der Seitenreibung annehmen, daß jede von den Kräften Q'', $Q\cos 11^0$ blos auf den nächsten Stützpunkt wirkt. Für die Seitenreibung in dem Lager H erhält man $f'_2 Q''$, für die des Zapfens I aber $f'_2 Q\cos 11^0$,

deren Momente resp. $=f'_2 Q'' \varrho'''$ und $=f'_3 \varrho^{IV} Q \cos 11^0$ sind, wenn ϱ''' den Halbmesser des cylindrischen Zapfens und ϱ^{IV} den mittlern Halbmesser des reibenden Theiles des conischen Zapfens bezeichnet.

Was die Reibung auf der Grundfläche der Pfanne des stehenden Zapfens betrifft, so rührt dieselbe von dem Ueberschusse des Gewichtes p''' des Rades und der verticalen Welle über den Theil $Q \sin 11^0$ der bewegenden Kraft her. Ihr Werth ist folglich $=f''(p''' - Q \sin 11^0)$, und ihr Moment $=\frac{2}{3} f'' \varrho^V (p''' - Q \sin 11^0)$, wo ϱ^V den Halbmesser des kleinen reibenden Kreises bezeichnet (§. 65).

Wenn man durch R den Hebelarm der Kraft bezeichnet, so muß man wegen des bei einer gleichförmigen Bewegung stattfindenden Gleichgewichtes zwischen $Q \cos 11^0$ und allen Widerständen der bewegenden Maschine haben:

$$RQ\cos 11^0 = Q''R' + f'_2 Q'' \varrho''' + f'_3 \varrho^V Q \cos 11^0 + \tfrac{2}{3} f'' \varrho^V (p''' - Q \sin 11^0)$$

oder:

$$Q = \frac{Q''(R' + f'_2 \varrho''') + \frac{2}{3} f'' \varrho^V p'''}{(R - f'_3 \varrho^{IV}) \cos 11^0 + \frac{2}{3} f'' \varrho^V \sin 11^0}.$$

Wenn P d. h. der von dem Stahle herrührende und der Rotation entgegenwirkende Widerstand gegeben oder vorher durch das Experiment bestimmt ist, so kann man die Druckkräfte p, p', den zwischen den in einander eingreifenden Rädern stattfindenden Druck Q', den Widerstand Q'' der bewegenden Maschine und endlich die Gesammtkraft Q des Bewegers berechnen. Dividirt man dieses letzte Resultat durch 45^k, d. h. durch die fortwährende Leistung eines an einem Göpel ziehenden Pferdes, so erhält man dadurch die Anzahl der anzuwendenden Pferde.

Wenn umgekehrt zur Bewegung einer Drehbank durch Pferde n Pferde erforderlich sind, so ist $45^k \times n = Q$ die erforderliche gesammte bewegende Kraft, woraus man dann successive Q'', Q' und P ableiten kann.

Doppeltwirkende Drehbank.

§. 119. Die Drehbank, deren Theorie wir so eben auseinander gesetzt haben, wird in den Gießereien gebraucht, um die Kanonen auswendig abzudrehen, und dient auch zum Ausbohren von Kanonen und Gewehren.

In einigen Gießereien giebt es Göpel, deren Rad in ein Getriebe greift, auf dessen Welle sich ein anderes Getriebe $D'E'$ (Fig. 15. Taf. II.) von einem größern Durchmesser befindet. Auf jeder Seite des letztern liegt ein Stirnrad, welches davon getrieben wird, und dessen horizontale Welle DE in zwei Lagern liegt. Dieselbe wird mit einem an dem hintern Theile L der Kanone festsitzenden quadratischen Hülfsprisma K (Fig. 16) verbunden. Wenn das Hülfsprisma

noch mit zwei Lappen *M* versehen ist, so läßt sich die Verbindung leicht herstellen; ist dieses nicht der Fall, so paßt das Prisma in eine gußeiserne Hülse, welche einen hohlen Raum von der Form eines quadratischen Prismas hat, und die ebenfalls gleich an der Welle sitzt.

Man kann mithin zwei Kanonen auf einmal abdrehen, indem jede an der Seite des Stoßes auf einem und am vordern Ende auf dem andern Lager ruht. An diesem Ende befindet sich eine vorher cylindrisch gedrehte Fläche, welche zwischen dem Rande und dem tulpenartigen Knopfe der Mündung liegt. Um dieses Abdrehen zu verrichten, bringt man die Kanone auf eine Drehbank mit Spitzen, von denen jede in ein an jedem Ende befindliches conisches Loch faßt.

§. **120.** Die Relation zwischen der Kraft und dem Widerstande hängt bei der doppeltwirkenden Drehbank von der Reibung ab, welche an dem Eingriffe eines Stirnrades und eines Getriebes, deren Axen parallel zu einander sind, und von der Reibung eines Stirnrades und eines Getriebes ab, deren Axen auf einander senkrecht stehen. Wir müssen daher zuerst die Werthe dieser Nebenwiderstände suchen.

Wenn die Stäbe eines Laternengetriebes auf ihre Axen reducirt würden, so müßten die Zähne des Stirnrades nach einer, durch das Rollen der Theilkreise beider Räder aufeinander erzeugten Epicycloide verzeichnet werden. Hieraus folgt, daß in der Wirklichkeit dieses Profil eine zu dem Epicycloidenbogen parallele Curve bildet, und daß die im Berührungspunkte *B* (Fig. **17** Taf. II) des Stabes auf dieser Curve errichtete Normale durch den Mittelpunkt dieses Stabes und durch den Berührungspunkt *A* der beiden Theilkreise *O, O'* geht.

In der Formel $F.C=f.\frac{R+R'}{R}\int N n d\theta'$, welche in §. **56** für die durch zwei im Eingriffe befindliche Räder verbrauchte Quantität Arbeit gefunden ist, bezeichnet *N* den nach *AB* wirkenden Druck, dessen Hebelarm *O'C* senkrecht auf der Mitte der durch *AB* bezeichneten Sehne steht. Da der Druck *N* von der Tangentialkraft *Q* herrührt, deren Hebelarm der Halbmesser *R'* des Getriebes ist, so muß:

$$N\times\overline{O'C}=QR', \text{ oder } NR'\cos\frac{\theta'}{2}=QR'$$

sein, wenn θ' den Bogen von dem Halbmesser $=1$ bezeichnet, welcher zwischen der Geraden *OO'* der Mittelpunkte und der Lage liegt, welchen die Axe des Stabes in dem Augenblicke hat, wo die Berührung aufhört.

Bezeichnet man durch *r* den Halbmesser des getriebenen cylindrischen Stabes, so ist die Normale:

$$\overline{AB} \text{ oder } n=2AC-r=2R'\sin\frac{\theta}{2}-r.$$

Folglich ist die während einer Drehung θ' von der Reibung zwischen einem Stirnrade und einem Laternengetriebe absorbirte Quantität Arbeit:

$$f\frac{R+R'}{R}\cdot\int\frac{Q}{\cos\frac{\theta'}{2}}\left(2R'\sin\frac{\theta'}{2}-r\right)d\theta'=$$

$$2fQR'\frac{R+R'}{R}\cdot\int\operatorname{tang}\frac{\theta'}{2}\,d\theta'-fQr\frac{R+R'}{R}\int\frac{d\theta'}{\cos\frac{\theta'}{2}}.$$

Da nun:

$$\operatorname{tang}\frac{\theta'}{2}=\frac{\theta'}{2}+\text{etc}\ldots,\cos\frac{\theta'}{2}=1+\text{etc.}$$

ist, und diese Reihen sehr convergent sind, so kann man sich mit dem ersten Gliede jeder Reihe begnügen. Integrirt man daher zwischen den Grenzen θ'' und θ', so findet man die während einer Rotation $\theta'-\theta''$ gleich dem Bogen, welcher zwischen den von dem Mittelpunkte O' nach den Mittelpunkten der geraden Schnitte zweier aufeinander folgender Stäbe gezogenen Halbmessern liegt, verbrauchte Quantität Arbeit gleich:

$$fQ\frac{R+R'}{R}\left[R'\frac{\theta'^2-\theta''^2}{2}-r(\theta'-\theta'')\right].$$

Da aber der zwischen den Axen dieser Stäbe enthaltene Bogen $=R'(\theta'-\theta'')$ ist, und der sehr kleine Bogen $R'\theta''$ durch seinen Sinus r vertreten werden kann; so hat man:

$$R'\frac{\theta'^2-\theta''^2}{2}-r(\theta'-\theta'')=\frac{a}{2}(\theta'+\theta'')-\frac{ar}{R'}=$$

$$\frac{a}{2}\left(\theta'+\frac{r}{R'}\right)-\frac{ar}{R'}=\frac{a}{2}\left(\theta'-\frac{r}{R'}\right)=\frac{a}{2}(\theta'-\theta'')=\frac{a^2}{2R'},$$

und die Quantität Arbeit wird gleich:

$$fQ\frac{R+R'}{RR'}\cdot\frac{a^2}{2}.$$

Dividirt man diesen Ausdruck durch den während der Rotation $\theta'-\theta''$ von dem Angriffspunkte der tangentialen Kraft F, welche die Reibung erfordert, beschriebenen kreisförmigen Weg a, so hat man endlich:

$$F=fQ.\frac{R+R'}{RR'}\cdot\frac{a}{2}=fQ\frac{m+m'}{m}\cdot\frac{2\pi R'}{2R'm'}=\pi fQ\frac{m+m'}{mm'},$$

wo m, m' resp. die Anzahl der Zähne und der Stäbe bezeichnet.

Die Formel für die Reibung des Eingriffes eines Stirnrades und eines gezahnten Getriebes ist also auch anwendbar, wenn ein Laternengetriebe in ein Stirnrad, oder umgekehrt ein Stirnrad in ein Laternengetriebe eingreift.

§. 121. Wir wollen zum Eingriffe eines Laternengetriebes und eines Winkelrades d. h. zu einem Rade, dessen Zähne auf einer seiner ebenen Flächen sitzen, wie bei den Rädern einiger Göpel, übergehen. Diese Zähne müssen conische Flächen sein, deren Basen sphärische Epicycloiden sind, und die Laternenstöcke, welche eigentlich abgestumpfte Kegel sein müßten, sind gewöhnlich kurze Cylinder. Alsdann wird der Druck eines Zahnes auf den geschobenen Triebstock, wie bei der gemeinen Epicycloide (§. 120), in der Ebene stattfinden, welche die Axe des Stabes und den gemeinschaftlichen Punkt beider Theilkreise enthält. Folglich ist die Quantität Arbeit, welche die Reibung verbraucht, die von dem auf der Axe des Getriebes senkrecht stattfindenden Gleiten herrührt, ebenfalls $= fQ.\frac{R+R'}{RR'}.\frac{a^2}{2}$.

Es findet aber auch parallel zu den ebenen Flächen des Rades oder zur Axe des bewegten Stabes ein Gleiten statt. Die hierbei entstehende Reibung rührt von dem Drucke $N = \frac{Q}{\cos\frac{\theta'}{2}}$ oder von dem constanten Drucke Q her, wenn wir wieder $\cos\frac{\theta'}{2}$ der Einheit gleich nehmen, und der auf der Richtung von Q senkrechte Weg, auf welchem diese Reibung stattfindet, ist der Sinusversus DE des Bogens $R\theta$ oder a, um welchen sich das Rad während der Berührung bewegt. Die verbrauchte Quantität Arbeit ist folglich näherungsweise $= fQ \times DE$. Da aber $DE : R\sin\theta = R\sin\theta : EF$ ist, und $R\sin\theta$ durch a und EF durch DF oder $2R$ vertauscht werden kann; so hat man: $fQ \times DE = fQ\frac{a^2}{2R}$. Der gesammte von dem Eingriffe der Räder herrührende Nebenwiderstand erfordert folglich eine Quantität Wirkung:

$$fQ\frac{a^2}{2R}\left(\frac{R+R'}{R'}+1\right) = fQ.\frac{R+2R'}{RR'}.\frac{a^2}{2},$$

und die Tangentialkraft, welche von beiden Reibungen absorbirt wird, ist gleich:

$$F = fQ.\frac{R+2R'}{RR'}.\frac{a}{2} = \pi fQ\frac{m+2m'}{mm'}.$$

Da jedoch die zweite Reibung sehr klein ist, und in der Praxis vernachlässigt werden kann, so wendet man für diesen Fall die Formel:

$$F=\pi f Q\frac{m+m'}{mm'}$$

an, welche sich auf ein Stirnrad bezieht.

§. 122. Um die Relation zwischen der bewegenden Kraft Q, welche in einer Entfernung R von der Axe des Rades wirkt, und dem Hauptwiderstande P zu bestimmen, wollen wir durch P' die Summe der Gewichte der beiden Kanonen, durch p die Summe der auf die Zapfenlager des Stoßes ausgeübten Pressungen, durch p' die auf die am andern Ende befindlichen Lager ausgeübten Pressungen, und durch p'' die Pressungen der Gewichte der beiden Stirnräder und ihrer Wellen bezeichnen.

Die Pressungen p, p' werden wie in §. 118 bestimmt, und das Moment der Reibung in den Lagern ist $=f'(p\varrho+p'\varrho')$. Das Moment der Reibung der Zapfen D, E (Fig. 15 Taf. II) ist aber nur $=f'_1\varrho''p''$, weil die Tangentialkraft $\frac{Q'}{2}$ jedes Rades die Pressung auf den Zapfen des einen vermehrt, und auf den des andern vermindert. Es ist folglich blos:

$$Q'r'=Pr+f'(p\varrho+p'\varrho')+f'_1p''\varrho'',$$

und

$$Q'=\frac{Pr+f'(p\varrho+p'\varrho')+f'_1p''\varrho''}{r'}.$$

Der von dem großen Laternengetriebe herrührende Widerstand besteht aus Q' und der Reibung des Eingriffes (§. 120) und ist $=Q'+\pi fQ'\frac{m+m'}{mm'}$, und das Moment desselben in Beziehung auf die Axe $D'E'$ ist $=Q'r_2\left(1+\pi f\frac{m+m'}{mm'}\right)$.

Es seien p_1 das Gewicht der beiden Laternengetriebe und ihrer Wellen, und Q_1, r_1 die Tangentialkraft und der Halbmesser des kleinern. Die Zapfen der Welle $D'E'$ haben eine Reibung $=f'_1(0{,}96Q_1+0{,}4p_1)$, deren Moment $=f'_1\varrho_1(0{,}96Q_1+0{,}4p_1)$ ist. Folglich ist:

$$Q_1r_1=Q'r_2\left(1+\pi f\frac{m+m'}{mm'}\right)+f'_1\varrho_1(0{,}96Q_1+0{,}4p_1),$$

und

$$Q_1=\frac{Q'r_2\left(1+\pi f\frac{m+m'}{mm'}\right)+0{,}4f'_1p_1\varrho_1}{r_1-0{,}96f'_1\varrho_1}.$$

Der an dem Rade stattfindende Widerstand Q'' ist die Summe von Q und der Reibung des Eingriffes (§. 121).

Wenn folglich n, n' die Anzahl der Zähne und Treibstöcke bezeichnen, so hat man:

$$Q'' = Q_1 + \pi f Q_1 \frac{n+n'}{nn'},$$

und nach §. 118 endlich:

$$Q = \frac{Q''(R' + f'_2 \varrho''') + \frac{2}{3} f'' p''' \varrho^V}{(R - f'_3 \varrho^{IV}) \cos 11^0 + \frac{2}{3} f'' \varrho^V \sin 11^0}.$$

Durch einen Göpel bewegte Bohrmaschine.

§. 123. Der einzige Unterschied zwischen einer Bohrmaschine und einer Drehbank besteht in der Lage und Form des Operators. Bei der Drehbank wird der Stahl durch einen Support der Länge des Rohres entlang bewegt und bei der Bohrmaschine ist in der Richtung der Axe ein Bohrer befestigt, welcher durch eine Vorrichtung nach Erforderniß weiter vorgeschoben wird, bis die Höhlung der Kanone fertig ist. Jedoch gleicht das Bohren eher dem Drehen auf der vorhin behandelten gewöhnlichen Drehbank, als der zuletzt beschriebenen Drehbank mit doppelter Wirkung, weil man nur immer ein Stück ausbohrt. Die in §. 118 abgeleiteten Formeln sind also unmittelbar auf das Bohren der Kanonen anwendbar, wenn man nur für r den Halbmesser des bei jedem Bohren ausgebohrten Cylinders, oder den Halbmesser der Höhlung bezeichnet, sobald man die ganze Operation mit einem Male verrichten will.

§. 124. Die Berechnung einer Bohrmaschine für Feuergewehre ist der einer Drehbank von doppelter Wirkung ähnlich, wenn sie, wie diese, durch Pferde betrieben wird, weil sie aus einem auf der Göpelwelle befestigten Stirnrade besteht, welches sich mit einem, auf einer horizontalen Welle sitzenden Getriebe im Eingriffe befindet. Auf dieser Welle sitzen vier Räder (Fig. 19 Taf. II), wovon jedes ein Getriebe in Bewegung setzt, mit dessen Welle der Bohrer in Verbindung steht. In diesem Falle dreht sich der Bohrer, während der geschmiedete Gewehrlauf einen unvollständigen hohlen Cylinder bildet, welcher auf einem Schlitten *A* (Figur. 20) befestigt wird, der von einem Arbeiter vermittelst eines Krummeisens allmählig vorgeschoben wird. Der Schlitten hat die Form eines doppelten T und läßt sich in den Leitungen eines rechteckigen Rahmens *B* schieben. Mehrere auf den langen Seiten des Rahmens befestigte Bolzen dienen als Stützpunkte für das Vorschieben des Schlittens durch das Krummeisen.

Maschinen, welche durch das Wasser bewegt werden.

Alle Maschinen, welche durch das Wasser bewegt werden, haben als Receptor ein Wasserrad, und ihre Vollkommenheit hängt von der Größe des Verhältnisses ab, welches zwischen der Arbeit dieses Rades und der des bewegenden Wassers stattfindet.

Zur Vereinfachung des Studiums dieser Maschinen ist es nothwendig, vorerst zu zeigen, wie man die Quantität Wirkung bestimmen kann, welche der Beweger hervorzubringen im Stande ist, und dann die verschiedenen Wasserräder in Beziehung auf die durch sie veranlaßten Verluste an Kraft zu vergleichen.

Bewegende Kraft des Wassers.

§. **125.** Damit das Wasser zur Bewegung einer Maschine angewandt werden kann, muß es von einer gewissen Höhe herabfallen, oder auf einer geneigten Ebene herabfließen; oder mit andern Worten, es muß ein Gefälle haben, oder einen Strom bilden. In beiden Fällen ist die Quantität Wirkung, welche dasselbe in einem beliebigen Punkte während einer Secunde ausüben kann, der Hälfte der diesem Punkte entsprechenden lebendigen Kraft gleich. Die Berechnung der Wirkung des Wassers beruht also auf der Kenntniß der während 1″ ausgeströmmten Wassermenge, und der Geschwindigkeit desselben in dem betrachteten Punkte.

Wasserquantum (Ausflußmenge).

§. **126.** Die Bestimmung der Wassermasse hängt von der ihres Volumens ab, und dieses letztere eben nennt man das Wasserquantum. Dasselbe kann direct, oder indirect bestimmt werden. Die directe Bestimmung besteht darin, daß man in einem Gefäße oder Bassin von bestimmten Inhalte während einer bestimmten Anzahl von Secunden das hinzufließende Wasser auffängt, und das erhaltene Volumen durch diese Anzahl dividirt. So einfach aber diese Operation zu sein scheint, so bietet sie doch große Schwierigkeiten dar, wenn man ein genaues Resultat erhalten will. Man nimmt auch nur dann seine Zuflucht zu dieser Methode, wenn es darauf ankommt, äußerst genaue Resultate zu erhalten.

Die indirecte Bestimmung geschieht vermittelst Erfahrungsformeln, welche für die Berechnungen der praktischen Mechanik eine hinreichende Genauigkeit gewähren. Es sei l die Breite der rechteckigen Oeffnung, durch welche das Wasser aus dem Behälter abfließt, worin es sich angehäuft hat, h die Höhe derselben und H diejenige Höhe, durch welche die Ausflußgeschwindigkeit erzeugt wird, d. h. die Druckhöhe. Diese Geschwindigkeit $\sqrt{2gH}$ ist die Länge des Wasserprismas, welches in 1″ ausfließt, und das Volumen desselben würde $= lh\sqrt{2gH}$ sein, wenn das Wasser wirklich ein Prisma

bildete. Da dieses aber nicht der Fall ist, und man, um die genaue Bestimmung der Geschwindigkeit zu vermeiden, für die Höhe H oft eine andere direct gemessene Höhe H' nimmt; so muß man an dem Ausdrucke $lh\sqrt{2gH'}$ einen aus der Erfahrung abgeleiteten Correctionscoefficienten C anbringen, so daß der empirische und allgemeine Werth des Wasserquantums, welches in 1″ ausfließt,

$$Clh\sqrt{2gH'}=X$$

ist.

Wasserquantum bei Ueberfällen.

§. 127. Wir wollen nun sehen, welchen Werth X bei einem Ueberfalle und bei einer in einer Wand befindlichen Ausflußöffnung hat.

Der Ueberfall unterscheidet sich von der Oeffnung dadurch, daß bei demselben der obere Rand fehlt; er besteht aus einer horizontalen, auf der Axe des Stromes senkrechten Schwelle A (Fig. 21 Taf. II), auf welchem zwei zu dieser Axe parallele Flächen AB senkrecht stehen. Wir setzen dabei voraus, daß die Dicke der Wand AC der des Holzstückes gleich ist, welches den Grundschweller bildet, indem dieses der gewöhnlichste Fall ist. Die Breite des Ueberfalles oder die Länge des Grundbalkens ist $=l$, und wenn h die vertikale Entfernung des letztern von dem constanten Niveau BD des Wassers oder von dem Wasserspiegel in dem Behälter bezeichnet; so ist lh der dem Durchgange des Wassers dargebotene Querschnitt.

Nehmen wir ferner die Höhe h für H' d. h. nehmen wir die mittlere Geschwindigkeit des Wassers als der Geschwindigkeit der Theilchen gleich, welche sich beim Ausfließen zunächst über der Grundlinie des Ueberfalles befinden; so wird das Volumen des Wasserprismas, welches in 1″ durch den Ueberfall geht und denselben ganz ausfüllt, ausgedrückt durch:

$$lh\sqrt{2gh}.$$

Jedoch ist die Oeffnung lange nicht ausgefüllt; das Wasser senkt sich, ehe es über den Balken des Einbaues fließt, und ist sogar an den Seitenflächen des Ueberfalles noch niedriger, als in der Mitte desselben. Das wirkliche in 1″ ausgeflossene Wasservolumen ist folglich geringer, als $lh\sqrt{2gh}$, und man muß:

$$X=Clh\sqrt{2gh}$$

annehmen, wenn man dem Coefficienten C einem Bruche gleich setzt, dessen Werth nach den Versuchen von Poncelet und Lesbros

für $h>0^m,2$, $C=0^m,39$
$h>0^m,04$, $C=0^m,4$
$h<0^m,04$, $C=0^m,425$

ist.

Da die Senkung des Wassers gewöhnlich in einer Entfernung $= 2^m$ von dem Balken anfängt, so muß man für h den Unterschied des Niveaus über dem Balken A und eines wenigstens 2^m von demselben entfernten Punktes D nehmen; jedoch ist es sicherer, einen Punkt D' von solcher Beschaffenheit zu wählen, daß seine Entfernung BD' gleich $2l$ oder $3l$ ist.

Wenn man kein Nivellirinstrument zur Disposition hätte, so müßte man die Dicke $h' = AE$ des Wasserstromes über der Schwelle messen, und dieselbe mit **1,25** oder **1,178** multipliciren, jenachdem die Breite l gleich der des Behälters oder nur **0,8** davon beträgt, weil in diesem Falle der Werth von h sehr nahe durch die Gleichungen:

$$h = 1{,}25\,h'$$
$$h = 1{,}178\,h'$$

gegeben wird

Ausflußmenge durch Seitenöffnungen.

§. 128. Unter solchen Seitenöffnungen versteht man, wie schon bemerkt, rechteckige Oeffnungen, welche in einer der Wände des Behälters, und namentlich in der auf der Längenrichtung des Stromes senkrecht stehenden Wand AB (Fig. 22 Taf. II) angebracht sind.

Wir wollen wieder durch l die Breite der Oeffnung bezeichnen, so ist $h - h'$ die Höhe der Oeffnung, wenn h die verticale Entfernung des untern Randes derselben vom Wasserspiegel und h' die des obern Randes von demselben Wasserspiegel bezeichnet. Die Fläche der Oeffnung ist folglich $= l(h - h')$.

Was die Geschwindigkeit des Wassers anlangt, so müssen wir offenbar die der mittlern Fäden dafür nehmen, welche der Höhe:

$$h' + \frac{h - h'}{2} = \frac{2h' + h - h'}{2} = \frac{h + h'}{2}$$

des Niveaus des Wassers in dem Behälter über der Mitte der Oeffnung entspricht. Folglich würde das in 1″ ausgeflossene Wasserquantum, wenn es wirklich ein Prisma wäre, durch:

$$l(h - h')\sqrt{2g\frac{h + h'}{2}}$$

ausgedrückt werden.

Da jedoch ein bewegter Körper seine Richtung nicht an der Stelle ändern kann, wo der ihm vorgeschriebene Weg einen Winkel bildet, so behält auch das in schiefer Richtung gegen die Ränder der Oeffnung stoßende Wasser während eines Augenblickes seine

schiefe Richtung bei, drückt gegen die benachbarten Fäden, und zieht den Wasserstrahl so zusammen, daß derselbe bei seinem Durchgange durch die Oeffnung einen kleinern Querschnitt als diese hat. Etwas später, oder weiter von der Oeffnung entfernt, wird dieser Querschnitt noch kleiner, worauf er wieder größer wird, weil die zusammengepreßten Flüssigkeitsfäden den Strahl durch ihre Reaction nach allen Seiten auseinandertreiben. Die Zusammenziehung und Ausdehnung des Wasserstrahles sind factisch, wenn auch die Erklärung unzulässig ist, sobald man die Zusammendrückbarkeit des Wassers nicht annimmt; jedoch wollen wir bemerken, daß mehrere in der neuern Zeit gemachte Beobachtungen, und namentlich die auf schiffbaren Canälen beobachteten Erscheinungen zu beweisen scheinen, daß das Wasser in einem gewissen Grade zusammendrückbar ist.

Der durch eine Oeffnung gehende Wasserstrahl hat folglich keine prismatische Form, weshalb auch das in 1'' ausgeflossene Wasservolumen **X** kleiner ist als $l(h-h')\sqrt{2g\frac{h+h'}{2}}$. Man muß daher setzen:

$$X=Cl(h-h')\sqrt{2g\frac{h+h'}{2}}.$$

Im Jahre **1827** und den folgenden Jahren haben Poncelet und Lesbros zur Bestimmung des Werthes des Coefficienten C eine Reihe von Versuchen angestellt, welche sich den Umständen der Praxis weit mehr nähern, als alle früher angestellten Versuche. Die verticale Oeffnung befand sich in einer dünnen Wand, die Ränder derselben waren von dem Seitenwänden und den Boden des Behälters entfernt, so daß an allen vier Flächen des Flüssigkeitsstrahles eine Contraction entstand. Es war $l=0^m,2$, und das Wasser strömte aus dem Behälter unmittelbar in die Luft. Die Höhe $h-h'$ variirte von $0^m,01$ bis $0^m,2$ und die Druckhöhe h' des obern Randes der Oeffnung wurde allmählig von $0^m,02$ bis zu 3^m erhöhet. Diese Versuche lehren, daß größere Druckhöhen, als von $1^m,7$, keine merklichen Verminderungen in den Werthen des Coefficienten C bewirken, so daß dieser Coefficient von $h'=1^m,7$ an als constant betrachtet werden kann.

Tafel der Werthe des Coefficienten C für Oeffnungen.

Druckhöhe des obern Randes, oder Höhe h'	Höhen der Oeffnung, oder $h - h'$					
	$0^m,01$	$0^m,02$	$0^m,03$	$0^m,05$	$0^m,1$	$0^m,2$
m	$C =$	$C =$	$C =$	$C =$	$C =$	$C =$
0,02	0,729	0,697	0,668	0,638	0,614	0,594
0,04	0,695	0,678	0,654	0,636	0,612	0,593
0,06	0,681	0,668	0,647	0,635	0,613	0,594
0,08	0,675	0,662	0,643	0,635	0,613	0,594
0,10	0,669	0,657	0,640	0,634	0,614	0,595
0,14	0,661	0,653	0,636	0,632	0,614	0,597
0,18	0,657	0,650	0,634	0,631	0,615	0,598
0,20	0,656	0,649	0,633	0,630	0,615	0,599
0,25	0,653	0,646	0,632	0,630	0,616	0,600
0,30	0,651	0,644	0,632	0,629	0,616	0,601
0,50	0,645	0,640	0,630	0,628	0,617	0,603
0,70	0,640	0,637	0,629	0,627	0,616	0,604
0,80	0,637	0,636	0,629	0,627	0,616	0,605
1,00	0,632	0,632	0,628	0,626	0,615	0,605
1,20	0,626	0,628	0,626	0,624	0,614	0,604
1,40	0,618	0,622	0,622	0,621	0,612	0,603
1,70	0,612	0,615	0,616	0,617	0,610	0,602
2,00	0,611	0,612	0,612	0,614	0,607	0,601
3,00	0,609	0,610	0,608	0,606	0,603	0,601

Wenn die Höhe der Oeffnung die größte in der Tafel enthaltene Höhe von $0^m,2$ übersteigt, so kann man noch den in der letzten Spalte stehenden Coefficienten C nehmen, weil die Differenzen zwischen den Zahlen dieser Spalte und den correspondirenden der vorhergehenden sehr klein sind, und zumal für starke Druckhöhen ist anzunehmen, daß die Differenzen zwischen den sich auf $0^m,2$ beziehenden Werthen von C und den sich auf $0^m,21$, $0^m,22$ etc. beziehenden Werthen von C vernachlässigt werden können.

§. 129. An der oberen Fläche des Flüssigkeitsstrahles ist immer Contraction vorhanden, weil der horizontale und obere Rand der Oeffnung unter dem Niveau des dahinter stehenden Wassers liegt. Der untere Rand kann mit dem Boden in gleichem Niveau liegen, sowie ein Seitenrand an der entsprechenden Wand des Behälters, was auch mit dem zweiten Seitenrande der Fall sein kann. Da die Lage eines Randes der Mündung in einer Seitenfläche des Behälters offenbar die Contraction aufhebt, so kann dieselbe an einer, oder zwei, oder drei Seiten stattfinden. Bezeichnet man durch C' den in diesen verschiedenen Fällen anzuwendenden Coefficienten, so hat man:

wenn die Contraction an 3 Seiten stattfindet: $C' = 1{,}035\,C$
» » » » 2 » » $C' = 1{,}072\,C$
» » » » 1 » » $C' = 1{,}125\,C$.

Wasserquantum bei Schleusenschützen.

§. 130. Wenn ein Rand der Oeffnung sehr nahe an der correspondirenden Wand des Behälters liegt, so ist ohne Zweifel an dieser Fläche Contraction vorhanden, aber sie ist gering, und weder die Coefficienten C' des vorhergehenden §, noch die Coefficienten C des §. 128 sind in diesem Falle anwendbar. Der oben erwähnte Umstand kommt vorzüglich bei den Schleusen vor, bei welchen der Grundschweller des Schützes sehr wenig über dem Grunde der obern Kammer liegt. Die Formel für die Ausflußmenge ist in diesem Falle:

$$X = 0{,}625\, l(h-h')\sqrt{2g\frac{h+h'}{2}}\,.$$

Wenn jede der beiden Oeffnungen ein Schützbrett hat, so bewirkt der aus der einen Oeffnung tretende Strahl eine Contraction des durch die andere gehenden Strahles, selbst wenn zwischen beiden Oeffnungen ein Intervall von 3^m gelassen ist, und das von jeder Schützöffnung in $1''$ gelieferte Wasserquantum wird ausgedrückt durch:

$$X = 0{,}55\, l(h-h')\sqrt{2g\,\frac{h+h'}{2}}.$$

Wasserquantum bei Ansatzröhren.

§. 131. Zuweilen ist die Ausflußöffnung mit einer Röhre versehen, welche eine Ansatzröhre genannt wird, und inwendig eine cylindrische, oder conische Form hat, oder auch wohl die Form des zusammengezogenen Wasserstrahles. In diesem Falle ist die Ausflußöffnung des Behälters nicht mehr rechteckig, sondern kreisförmig. Bezeichnet man durch C'' den sich auf diese drei Fälle beziehenden Correctionscoefficienten, so hat man:

für eine cylindrische Röhre, deren Länge dem $1\frac{1}{2}$ bis **3** fachen Durchmesser derselben gleich ist . . . . $C''=0{,}815$,

für eine conische Röhre, deren kleine Basis einen Durchmesser = **0,8** von dem der großen Basis oder der Oeffnung in der Wand des Behälters hat . . . . $C''=0{,}8$,

für eine Röhre von der Form des zusammengezogenen Wasserstrahles . . . . $C''=0{,}96$.

Bei der Anwendung dieser Coefficienten muß man aber für die rechteckige Fläche $l(h-h')$ die Kreisfläche πr^2, wo r den Halbmesser der Oeffnung bezeichnet, setzen, wodurch sich die Formel für die Ausflußmenge in folgende verwandelt:

$$X = C'\pi r^2\sqrt{2g\,\frac{h+h'}{2}}\,.$$

§. 132. Das oberschlächtige Zellenwasserrad befindet sich zuweilen unter einer Holzbrust, welche einen Theil des Gewichtes des darüberstehenden Wassers (Fig. 23 Taf. II) trägt und mit Oeffnungen durchbrochen ist, die mit prismatischen Ansatzröhren versehen sind, welche das Wasser auf das Rad leiten. Alsdann muß man für $h - h'$ die Entfernung d des untern Randes A der Oeffnung von der gegenüberliegenden Wand BC und für $\frac{h+h'}{2}$ die verticale Entfernung h_1 der Mitte von d von dem Niveau in dem Kanale setzen und 0,75 zum Correctionscoefficienten nehmen. Die Formel für die Ausflußmenge ist also in diesem Falle für jede Ansatzröhre

$$X = 0{,}75\, l d \sqrt{2 g h_1}.$$

Wasserquantum der Gerinne.

§. 133. Die Ansatzröhren werden bei Maschinenanlagen selten angewandt, um das Wasser auf die Räder zu leiten; viel häufiger wendet man hohle rechteckige und oben offene Prismen an, welche man Gerinne nennt.

Ein Gerinne von $\frac{1}{10}$ oder $\frac{1}{20}$ Gefälle vermindert das Wasserquantum, welches ein Ueberfall in 1″ geben kann, und um alsdann die Formel für das Wasserquantum bei Ueberfällen:

$$X = C l h \sqrt{2 g h}$$

noch anwenden zu können, muß man dem Correctionscoefficienten C kleinere Werthe als die in §. 127 geben. In der folgenden Tafel sind die sich aus den Versuchen von Poncelet und Lesbros ergebenden Resultate enthalten; sie hängen von der Druckhöhe über dem Fachbaume, d. h. von der Höhe des Wassers hinter der Brust und der Form des Gerinnes ab.

Druckhöhe über der Schwelle	Werthe des Coefficienten C für das Gerinne				
	A	*B*	*C*	*D*	*E*
$0^m,21$	0,319	0,324	0,322	0,324	0,336
0,15	0,314	0,313	0,314	»	»
0,10	0,305	0,303	0,303	0,308	0,315
0,06	0,283	0,281	0,280	0,271	0,287
0,04	0,272	0,259	0,257	0,246	0,260
0,03	0,227	0,227	»	»	«

Bei dem Gerinne *A* (Fig. 24 Taf. II) sind alle drei Flächen von denen des Behälters entfernt; bei dem Gerinne *B* (Fig. 25)

sind es blos zwei Seitenflächen, und bei *C* (Fig. 26) nur eine. Das Gerinne *D* (Fig. 27) hat eine Breite gleich der des Behälters, vermehrt um die Dicke der beiden Seitenwände; das Gerinne *E* (Fig. 28) ist auch breiter, als der Behälter und mit demselben durch eine abgestumpfte Pyramide verbunden. Endlich bildet die Grundfläche der beiden letztern, so wie die von *B* und *C*, mit der des Behälters eine einzige Ebene.

§. **134.** Es kommt zuweilen vor, daß das Wasser in dem Gerinne eines Ueberfalles eine größere Höhe hat, als über dem Grundbalken (Fig. 29 Taf. II). Das Wasserquantum besteht alsdann aus zwei Theilen; der eine giebt das Wasserquantum, welches durch eine Seitenöffnung $AB=h''$ in 1″ ausströmen würde, und der andere das Wasserquantum, welches ein Ueberfall ohne Gerinne, dessen Grundbalken in *C* (§. **127**) wäre, liefern würde. Dieses Quantum ist $X=Cl(h-h'')\sqrt{2g(h-h'')}$ und das erste $X'=Clh''\sqrt{2g(h-h'')}$, weil dieser Fall mit dem Ausflusse aus einem Behälter, worin die Druckhöhe beständig $=h$ ist, in einem zweiten Behälter, worin die Druckhöhe stets $=h''$ ist, verglichen werden muß; denn die Geschwindigkeit des mittlern Wasserfadens rührt von der Wirkung des Druckes her, welchen das Wasser des ersten Behälters auf den Mittelpunkt *D* der Oeffnung ausübt, vermindert um den Druck, welchen das Wasser des zweiten Behälters auf denselben Punkt ausübt; oder vielmehr, diese Geschwindigkeit entspricht einer Druckhöhe $DE=h-\frac{h''}{2}$, vermindert um die Höhe $CD=\frac{h''}{2}$.

Man berechnet also *X*, indem man für *C* einen der Werthe in §. **127** nimmt, und *X'*, indem man den Werth von *C* aus der Tafel in §. **133** nimmt. Die Summe $X+X'$ giebt alsdann sehr nahe das aus dem Gerinne in jeder Secunde ausgeflossene Wasserquantum.

§. **135.** Wenn die Druckhöhe bedeutend ist, so vermindert das Gerinne einer großen Oeffnung das Wasserquantum nur sehr wenig, und man kann in diesem Falle für das Wasserquantum die Formel in §. **128** mit den Coefficienten dieses § oder nach den Umständen mit denen in §. **129** anwenden.

Anders verhält es sich, wenn die Oeffnung klein und die Druckhöhe gering ist. Die durch das Gerinne verursachte Verminderung würde alsdann ein so großer Theil des Wasserquantums ohne Gerinne sein, daß man denselben nicht vernachlässigen könnte, wie sich dieses aus den Versuchen von Poncelet und Lesbros ergiebt. Poncelet hat eine Zeichnung eines Gerinnes angegeben, wobei die Contraction größtentheils aufgehoben wird, und Coefficienten, vermittelst welcher man die Ausflußmenge für die nach dieser Zeichnung construirten Gerinne mit Hülfe der für die Seitenöffnungen gegebenen Formeln (§. **128**) bestimmen kann.

§. **136.** Der Boden des Gerinnes muß die Fortsetzung von

dem des Behälters sein; wenn dieses aber nicht möglich ist, so genügt es, die beiden horizontalen Ebenen durch eine, beide tangirende krumme Fläche zu verbinden, und wenn ihre verticale Entfernung zu groß ist, als daß eine solche Verbindung möglich wäre; so ist es hinreichend, den untern Rand der Oeffnung von der Seite des Behälters her abzurunden. Die Seitenflächen werden eben so behandelt.

Das Schützbrett liegt nicht mehr in dem Behälter, sondern in dem Gerinne, in einer gewissen Entfernung CD von der Oeffnung (Fig. 30 Taf. II). Es sei AB die Breite, welche man dem Gerinne geben will; so ist dieses auch die des Schützes; CD ist wenigstens $=\frac{4}{3}AB$ oder höchstens $=2AB$, und $\frac{1}{2}CD$ die Entfernung, welche die Mitte C der Oeffnung und die Punkte E, F, wo die Curven aufhören, vermittelst welcher die Seitenflächen AI, BK mit der Wand GH verbunden sind, von einander trennen muß. Von dem Schütze aus ist der Boden des Gerinnes gegen das Rad zu geneigt; es ist gut, wenn dieser Theil LM kurz und etwas stark geneigt ist.

Wenn die Böden auch eine Verbindung haben, so muß sie sich mit denen der verticalen Flächen durch zwei Flächen von doppelter Krümmung verbinden.

Um für ein ähnliches Gerinne die Formel in §. 128

$$X=Cl(h-h')\sqrt{2g\frac{h+h'}{2}}$$

anwenden zu können, muß man l, h, h' an der durch die Wände und den untern Rand des Schützes IK gebildeten Oeffnung nehmen, und dann dem Correctionscoefficienten einen Werth C''' geben, welcher von dem Winkel abhängt, den die Ebene dieses Schützes mit dem horizontalen Grunde $ABIK$ bildet.

Wenn der Winkel ein rechter ist, so ist $C'''=0{,}7$.
Wenn der Winkel eine Tangente gleich dem doppelten Halbmesser hat, so ist $C'''=0{,}74$.
Wenn der Winkel 45^0 hält, so ist . . $C'''=0{,}8$.

Aber wenn die Druckhöhe gering und die Oeffnung sehr niedrig ist, d. h. wenn die Höhen h, $h-h'$ sehr klein sind, so muß man $\frac{11}{10}$ von C''' für den Werth von C nehmen.

§. 137. Wenn das Gerinne nur wenig geneigt ist, und wenn das Niveau des Behälters zu gleicher Zeit in geringer Höhe über der Oeffnung liegt, so wird ein merklicher Theil der geringen Geschwindigkeit des Wassers durch die Reibung an den Seitenwänden aufgehoben und es entsteht eine Anstauung, der Flüssigkeitsstrahl ist bei seinem Austritte aus der Oeffnung mit Wasser überdeckt (Fig. 31 Taf. II), und man sagt, daß die Oeffnung überstaut ist.

Unter solchen Umständen ist das in 1″ aus dem Gerinne laufende Wasserquantum nothwendig geringer, als das in den beiden vorhergehenden Fällen. Um dasselbe zu bestimmen, wollen wir

durch h, h'' die verticalen Entfernungen des Grundbalkens von dem Niveau des Behälters und dem des Gerinnes, durch a, v die Fläche der Oeffnung und die Geschwindigkeit, welche der Wasserstrahl in derselben besitzt, durch A, u die Fläche des in einem der Punkte des Gerinnes gemachten Querschnittes des Wassers, wo der Ausfluß merklich gleichförmig ist, und die Geschwindigkeit bezeichnen, welche das Wasser in diesem Querschnitte hat.

Die in einem Zeitpunkte durch den Mittelpunkt der Oeffnung a geströmte Wassermasse hat durch die Schwere eine Geschwindigkeit $\sqrt{2g(h-h'')}$ erhalten, vermöge welcher sie einer Quantität Wirkung $=mg(h-h'')$ fähig ist. Die Quantität Wirkung, welche sie in A besitzt, ist blos $=\frac{mu^2}{2}$, die, welche sie durch die Wirkung des Stoßes verloren hat, ist $=\frac{m(v-u)^2}{2}$; folglich ist

$$mg(h-h'')=\frac{mu^2}{2}+\frac{m(v-u)^2}{2},$$

und

$$u^2+(v-u)^2=2g(h-h'').$$

Bezeichnet man aber durch C den in §. 128 angegebenen Contractionscoefficienten, so wird das in 1″ aus der Oeffnung geströmte Wasserquantum $X=Cav$ sein; das aus der Oeffnung A in derselben Zeit ausströmende Volumen ist $=Au$, daher nothwendig $Au=Cav$, weil in dem Gerinne nichts verloren geht. Man hat also:

$$u=\frac{Ca}{A}v\,,\ \frac{C^2a^2}{A^2}v^2+\left(v-\frac{Ca}{A}v\right)^2=2g(h-h''),$$

$$v^2\left[\frac{C^2a^2}{A^2}+\left(1-\frac{Ca}{A}\right)^2\right]=2g(h-h''),$$

$$v=\sqrt{\left[\frac{2g(h-h'')}{\frac{C^2a^2}{A^2}+\left(1-\frac{Ca}{A}\right)^2}\right]},$$

und

$$X=Ca\sqrt{\left[\frac{2g(h-h'')}{\frac{C^2a^2}{A^2}+\left(1-\frac{Ca}{A}\right)^2}\right]}.$$

Diese Formel wird durch die von Lesbros gemachten Versuche bestätigt, und muß zur Berechnung des in 1″ aus einem Gerinne ausgeflossenen Wasserquantums Au angewandt werden.

Wasserquantum der freien Flüsse.

§. 138. Die Kanäle, welche das Wasser in die Behälter von Wasserwerken hinleiten, haben bei einer sehr großen Länge wenig Gefälle; ihr gerader und tranversaler Querschnitt ist oft ein Rechteck, gewöhnlich aber ein Trapez von constanter Form und Fläche, und endlich ist die Bewegung des Wassers darin merklich gleichförmig. Bezeichnet folglich A den Querschnitt in Quadratmetern und v die mittlere Geschwindigkeit in Metern, so ist das in 1″ durch diesen Querschnitt fließende Wasserquantum X in Cubikmetern:

$$X = Au.$$

Diese Formel ist auch auf die Bestimmung des Wasserquantums der Flüsse anwendbar, zumal wenn dieselben eine fast gleichförmige Geschwindigkeit haben.

Geschwindigkeiten des Wassers.

Oft ist es nothwendig, die Geschwindigkeiten zu kennen, welche das bewegende Wasser einer Maschine in den verschiedenen Querschnitten seines Stromes besitzt. Wir wollen daher zeigen, wie man dieselben bei den Ueberfällen, den Seitenöffnungen, den Gerinnen und dem freien Laufe der Flüsse bestimmt.

Geschwindigkeiten bei den Ueberfällen.

§. 139. Die Geschwindigkeit, welche der mittlere, über der Sohle eines Ueberfalles liegende Flüssigkeitsfaden besitzt, rührt von der zwischen diesem Faden und dem Niveau BD des Behälters enthaltenen vertikalen Höhe des Wassers her (Fig. 21 Taf. II). Bezeichnet man folglich mit h, h' die Entfernung der Sohle A von diesem Niveau und die verticale Dicke AE des Wasserstromes, so ist die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{2g\left(h - \frac{h'}{2}\right)}.$$

Nun findet aber nach §. 127 zwischen den beiden Höhen die Relation $h = 1{,}25h'$, oder $h = 1{,}178h'$ statt, jenachdem die Breite des Ueberfalles der des Behälters gleich ist, oder nur 0,8 davon beträgt, und man hat daher im ersten Falle:

$$h - \frac{h'}{2} = 1{,}25h' - \frac{h'}{2} = 0{,}75h',$$

und

$$v = \sqrt{2g \times 0{,}75h'} = 0{,}87\sqrt{2gh'};$$

im zweiten Falle:

$$h - \frac{h'}{2} = 1{,}178\,h' - \frac{h'}{2} = 0{,}678\,h',$$

und

$$v = \sqrt{2g \times 0{,}678\,h'} = 0{,}8234\sqrt{2gh'}.$$

Wenn die Geschwindigkeit vermittelst der Größe h bestimmt werden sollte, so hätte man im ersten Falle:

$$h - \frac{h'}{2} = h - \frac{h}{2 \times 1{,}25} = 0{,}6\,h,$$

und

$$v = 0{,}775\sqrt{2gh};$$

dann für den zweiten Fall:

$$h - \frac{h'}{2} = h - \frac{h}{2 \times 1{,}178} = 0{,}576\,h,$$

und

$$v = 0{,}759\sqrt{2gh}.$$

§. **140.** Die Geschwindigkeit, welche der mittlere Faden von der Schwere in einem hinter der Ausflußwand liegenden Punkt *I* (Fig. 21 Taf. II) erhalten müßte, wird durch die Reibung des Wassers auf dem Ueberlaufsschweller *A* und durch den Widerstand der Luft vermindert; jedoch kann dieser Widerstand bei dünnen Wänden vernachlässigt werden, und es ist

$$v = \sqrt{2gH},$$

wenn man durch *H* die Anzahl der in der Entfernung *IK*, welche zwischen dem Niveau *BD* des Behälters und der Mitte *I* der verticalen Schicht *FG* liegt, enthaltenen Meter bezeichnet.

Geschwindigkeiten bei den Seitenöffnungen.

§. **141.** Im Mittelpunkte einer Seitenöffnung ist die Geschwindigkeit sehr nahe der gleich, welche die verticale Entfernung dieses Punktes von dem Niveau des Behälters hervorbringen muß, d. h. die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers ist sehr wenig von der verschieden, wenn sich die horizontalen Wasserschichten niederbewegten, ohne sich gegen die Oeffnung zu zu biegen oder zu senken. Man kann daher für den Werth der Geschwindigkeit den nehmen, welcher bei der Bestimmung der Wassermenge §. 128 angenommen ist. Bezeichnen also h, h' die verticalen Entfernungen

des Niveaus von dem untern und obern Rande der Oeffnung, so hat man:

$$v = \sqrt{2g\frac{h+h'}{2}}.$$

§. 142. Der kleinste Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahles liegt in einer Entfernung von der Ausflußöffnung, welche zwischen der kleinsten Dimension der Oeffnung und der Hälfte derselben enthalten ist. Man nimmt an, daß die Geschwindigkeit des mittlern Strahles dieselbe ist, als im Mittelpunkte der Oeffnung, so daß der Correctionscoefficient C, welcher in §. 128 zur Bestimmung des in 1″ ausgeflossenen Wasservolumens angewandt ist, sich blos auf die Contraction bezieht.

Geschwindigkeiten in den Gerinnen.

§. 143. Der Flüssigkeitsstrom dehnt sich nach seiner Zusammenziehung wieder aus, und erreicht gewöhnlich die Seitenwände des Gerinnes. Der gerade Querschnitt, in welchem dieses stattfindet, liegt in einer Entfernung von der Wand, welche ungefähr 2mal so groß, als die kleinste Dimension der Oeffnung ist, und heißt der Anfang des Gerinnes.

Wenn die Zusammenziehung auf drei Seitenflächen stattfindet, und wenn die Druckhöhe bedeutend ist, so kann die Geschwindigkeit des mittlern Wasserfadens im Anfange eines Gerinnes als gleich 0,85 von der angenommen werden, welche der Höhe h zugehört, die zwischen dem Mittelpunkte der Oeffnung und dem Niveau des Behälters enthalten ist. Nach der Erfahrung erhält man also die Formel:

$$v = 0{,}85\sqrt{2gh_1}.$$

Allein in jedem andern Falle, der ausgenommen, wo sich das Wasser staut, ist

$$v = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2}}\sqrt{2gh_1},$$

weil die Breite des Gerinnes auch gewöhnlich gleich der der Oeffnung ist.

Denn aus den in §. 137 aufgestellten Relationen erhält man:

$$u^2+\left(\frac{A}{Ca}u-u\right)^2 = 2g(h-h''),$$

$$u^2\left[1+\left(\frac{A}{Ca}-1\right)^2\right] = 2g(h-h''),$$

$$u = \frac{\sqrt{2g(h-h'')}}{\sqrt{1+\left(\frac{A}{Ca}-1\right)^2}},$$

und wenn $A=a$ ist:

$$u=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2}}\sqrt{2g(h-h'')}.$$

Nun ist aber $h-h''$ die Druckhöhe des Mittelpunktes der Oeffnung in dem Falle eines Staues, und muß folglich hier durch h_1 ersetzt werden, weil in dem der Bewegung entgegesetzten Sinne kein Druck von dem Wasser des Gerinnes auf die Oeffnung vorhanden ist.

§. **144.** Man nennt das Ende des Gerinnes den geraden Querschnitt, welcher nahe an dem der Schütze entgegengesetzten Seite desselben liegt und dem unmittelbar vorhergeht, worin die Dicke des Wasserprismas anfängt, abzunehmen, wie hinter der Sohle des Ueberfalles.

Wenn das Gerinne kurz und stark geneigt ist, so wird das Ende desselben der letzte gerade Querschnitt, weil dann keine merkliche Depression vorhanden ist.

Die Geschwindigkeit am Ende eines Gerinnes ist offenbar, wie die Geschwindigkeit in einem beliebigen Querschnitte, das Resultat von der im Anfange desselben stattfindenden Geschwindigkeit, von der, welche die Schwere zwischen diesen beiden Punkten verursacht, und von der, welche durch die Reibung an den Wänden aufgehoben wird. Wenn jedoch das Gerinne kurz und unter **30°** oder **40°** geneigt ist, so kann die von der Reibung herrührende Verminderung vernachläßigt werden. Wenn man folglich mit h''' die Höhe des Anfangspunktes des Gerinnes über dem Endpunkte, durch v' die in diesem letzten Punkte stattfindende Geschwindigkeit und durch m die Wassermasse bezeichnet, welche der mittlere Strahl in einer beliebigen Zeit liefert, so giebt die Gleichheit der Quantitäten Wirkung:

$$\frac{mv'^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+\frac{m\times 2gh'''}{2} \text{ und } v'=\sqrt{v^2+2gh'''}.$$

Wenn das Gerinne bei geringer Neigung eine bedeutende Länge hat, so daß man den von der Reibung herrührenden Verlust an Geschwindigkeit nicht vernachläßigen kann, so kann die am Ende stattfindende Geschwindigkeit durch die Formel:

$$v'=\frac{X}{A}$$

gefunden werden, worin X das in 1″ durch die Oeffnung geflossene Wasserquantum, und A den geraden Querschnitt bezeichnet, welcher unmittelbar dem vorgeht, worin die Depression des Prismas anfängt.

Um A zu erhalten, muß man das Endprofil des Gerinnes aufnehmen, und oft ist dieser Kanal verdeckt, so daß dieses nicht mög-

lich ist. In solchen Fällen wendet man zur Berechnung der Reibung des Wassers an den Wänden des Gerinnes die Gleichung:

$$F=\delta(l+2e)L(ku+k'u^2)$$

an, welche Coulomb aus seinen Versuchen abgeleitet hat, und deren Uebereinstimmung mit mehrern Erfahrungsresultaten von Prony bestätigt ist. In derselben bezeichnet δ die Dichtigkeit des Wassers, l, L die Breite und Länge des Kanales, e die Dicke des Wasserprismas, v die mittlere Geschwindigkeit, oder die constante Geschwindigkeit, welche dasselbe Wasserquantum geben würde, als die wirkliche und veränderliche Geschwindigkeit, k, k' zwei von der Natur der Flüssigkeit abhängende Coefficienten. Außerdem kann ku vernachlässigt und $k'=0{,}0035$ gesetzt werden, wenn es sich um Wasser handelt. Folglich ist alsdann $F=0{,}0035\,\delta(l+2e)Lu^2$ und die von der während der Zeit t ausgeflossenen Masse m herrührende Quantität Arbeit ist gleich $Ftu=0{,}0035\,\delta(l+2e)Lu^2\times tu$.

Nun ist aber $\frac{X}{u}=A'$ der gerade Querschnitt, welchen das Prisma haben würde, wenn der Ausfluß wirklich gleichförmig wäre, und es ist $m=\delta A'tu$ und $\delta tu=\frac{m}{A'}$; folglich:

$$Ftu=0{,}0035\,m\frac{l+2e}{A'}Lu^2.$$

Um u zu finden, muß man die Geschwindigkeit im Anfangspunkte des Gerinnes (§. 143) nach der Formel:

$$v=\sqrt{\frac{2gh_1}{1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2}}$$

und die Geschwindigkeit am Endpunkte, indem man von der Reibung abstrahirt, durch die Formel $v'_1=\sqrt{v^2+2gh'''}$ bestimmen und $u=\frac{v+v'_1}{2}$ setzen; so hat man alsdann einen hinreichend genäherten Werth für die mittlere Geschwindigkeit.

Die Gleichheit der Quantitäten Wirkung giebt alsdann die Gleichung:

$$\frac{mv'^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+\frac{m\times 2gh'''}{2}-0{,}0035\,m\frac{l+2e}{A'}Lu^2,$$

welche zu der Relation:

$$v'=\sqrt{\left(v^2+2gh'''-0{,}007\,\frac{l+2e}{A'}Lu^2\right)}$$

führt, vermittelst welcher man näherungsweise die Geschwindigkeit berechnen kann, welche am Ende eines langen, wenig geneigten, bedeckten oder unbedeckten Gerinnes stattfindet. Die Größen b, e gehören offenbar zu dem geraden Querschnitte A' des Prismas; $l+2e$ ist der reibende Theil des Umfanges dieses mittlern Querschnittes, welchen man unrichtiger Weise benetzten Umfang nennt.

Nachdem man also das in 1″ durch die Oeffnung geströmte Wasserquantum **X** und die Fläche A' berechnet hat, muß man diese Oberfläche durch die Länge l des Gerinnes dividiren, um die mittlere Dicke des Prismas e zu erhalten.

Geschwindigkeit außerhalb der Gerinne.

§. **145.** Das aus einem Gerinne herausströmende Wasser beschreibt in der Luft eine Trajectorie, deren Form von der am Ende des Kanales stattfindenden Anfangsgeschwindigkeit v', von der Schwere, und dem Widerstande des Mittels abhängt. Wir wollen durch h_2 die Höhe zwischen dem Mittelpunkte des Endes des Gerinnes und einem beliebigen Punkte der Trajectorie des mittlern Fadens bezeichnen; so finden wir nach §. **144** die Geschwindigkeit in diesem Punkte vermittelst der Gleichung:

$$v''=\sqrt{v'^2+2gh_2}.$$

Um jedoch h_2 zu bestimmen, wenn der Punkt durch seine horizontale Entfernung vom Mittelpunkte des Endes des Gerinnes gegeben ist, oder diesen Punkt zu finden, wenn h_2 gegeben ist, muß man die Gleichung der Curve des Wasserfadens kennen.

Da das Wasser niemals seine bewegende Kraft in einer großen Entfernung vom Gerinne ausübt, so ist der Punkt, für welchen man die Geschwindigkeit sucht, immer sehr wenig von dem Anfangspunkte der Trajectorie entfernt, und man kann den Widerstand der Luft vernachlässigen, wodurch die Curve eine Parabel wird. Wir wollen den Anfangspunkt A der Coordinaten in den der Curve (Fig. **1** Taf. **III**), d. h. in den Mittelpunkt des Endes selbst legen. Die Horizontale wollen wir zur Axe des Abscissen und die Verticale zu der der Ordinaten nehmen, und durch α den Winkel bezeichnen, welchen die erste im Punkte A der Trajectorie mit der Tangente AB bildet. Dieser Winkel α hat zum Sinus das Verhältniß der ganzen Neigung zu der Länge des Gerinnes, weil AB offenbar zu dem Grunde parallel ist.

Ein in A mit der Geschwindigkeit v' ankommendes Flüssigkeitstheilchen würde der Geraden AB folgen, wenn es nicht von der Schwere angezogen würde; wenn es nach Verlauf der Zeit t nach B gekommen wäre, so würde dasselbe einen horizontalen Weg $x=tv'\cos\alpha$ und einen verticalen Weg $CB=tv'\sin\alpha$ zurückgelegt haben. Da dasselbe durch die Wirkung der Schwere aber zu gleicher

Zeit um die Höhe $BD = \frac{gt^2}{2}$ fallen muß, so ist der gesammte verticale Weg h_2 oder

$$y = CB + BD = tv' \sin\alpha + \frac{gt^2}{2}.$$

Eliminirt man t, so erhält man für die Gleichung der Curve AD:

$$y = x \operatorname{tang}\alpha + \frac{gx^2}{2v'^2 \cos^2\alpha}$$

oder:

$$x = \frac{v' \cos\alpha}{g} [\sqrt{(2gy + v'^2 \sin^2\alpha)} - v' \sin\alpha].$$

Wenn das Gerinne horizontal ist, so strömt das Wasser wie bei einem Ueberfalle aus, und es ist:

$$\alpha = 0,\ y = \frac{gx^2}{2v'^2} \text{ und } x = v\sqrt{\frac{2y}{g}}.$$

§. 146. Es wird vortheilhaft sein, wenn wir an einem Beispiele zeigen, wie viel die aus den vorhergehenden Formeln abgeleitete Geschwindigkeit außerhalb des Gerinnes von der zu der gesammten Fallhöhe gehörigen Geschwindigkeit differirt.

Es seien $1^m,31 = h_1$ die Entfernung des Mittelpunktes der Oeffnung von dem Niveau des Behälters; $0^m,35 = l$ die Breite dieser Oeffnung und des Gerinnes; $0,8 = C$ der Correctionscoefficient für einen unter 45° geneigten Schütz und bei einer auf das Minimum reducirten Contraction (§. 136); $6^m,5 = L$ die Länge des Kanales; $0^m,3 = h'''$ sein ganzes Gefälle, und $0^m,1 = h_2$ die Ordinate des auf der Trajectorie angegebenen Punktes.

Die Geschwindigkeit im Anfangspunkte des Gerinnes ist nach §. 143:

$$v = \sqrt{\frac{2gh_1}{1 + \left(\frac{1}{C} - 1\right)^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 9^m,81 \times 1^m,31}{1 + \left(\frac{1}{0,8} - 1\right)^2}} =$$

$$\sqrt{\frac{25^{mm},7022}{1 + \left(\frac{10-8}{8}\right)^2}} = \sqrt{\frac{25^{mm},7022}{1,0625}} = \sqrt{24^{mm},19} = 4^m,918.$$

Wenn man die Reibung außer Acht läßt, so findet man für die Geschwindigkeit am Ende des Gerinnes (§. 144):

$$v'_1 = \sqrt{v^2 + 2gh'''} = \sqrt{24^{mm},19 + 2 \times 9^m,81 \times 0^m,3} = 5^m,48.$$

Die mittlere Geschwindigkeit ist

$$u = \frac{v + v'_1}{2} = \frac{4^m,918 + 5^m,48}{2} = 5^m,199.$$

Wenn wir $0^m,18$ für die Höhe der Oeffnung annehmen, so ist das in 1″ ausgeschlossene Wasserquantum:

$$X = Cl(h - h')\sqrt{2g\frac{h + h'}{2}} = Cl(h - h')\sqrt{2gh_1}$$

$$= 0{,}8 \times 0^m,35 \times 0^m,18\sqrt{2 \times 9^m,81 \times 1^m,31} = 0^{mc},2555.$$

Die Fläche des mittleren Querschnittes ist:

$$A' = \frac{X}{u} = \frac{0^{mc},2555}{5^m,199} = 0^{mm},049.$$

Die mittlere Dicke des Wasserprismas ist:

$$e = \frac{A'}{l} = \frac{0^{mm},049}{0^m,35} = 0^m,14.$$

Die wirkliche, am Ende des Gerinnes stattfindende Geschwindigkeit ist:

$$v' = \sqrt{\left(v^2 + 2g\,h''' - 0{,}007\,\frac{l + 2e}{A'}\,L\,u^2\right)} =$$

$$\sqrt{\left[24^{mm},19 + 2 \times 9^m,81 \times 0^m,3 - 0{,}007\,\frac{0^m,35 + 0^m,28}{0^{mm},049} \times 6^m,5(5^m,199)^2\right]}$$

$$= \sqrt{30^{mm},076 - 15^{mm},81} = 3^m,777.$$

Die Geschwindigkeit in dem gegebenen Punkte der Trajectorie ist endlich:

$$v'' = \sqrt{v'^2 + 2g\,h_2} = \sqrt{14^{=m},266 + 2 \times 9^m,81 \times 0^{=},1} = 4^{=},028.$$

Aber die gesammte Fallhöhe ist:

$$H = h_1 + h''' + h_2 = 1^m,31 + 0^m,3 + 0^m,1 = 1^m,71$$

und die derselben entsprechende Geschwindigkeit:

$$V = \sqrt{2g\,H} = \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 1^m,71} = 5^m,792.$$

Das Gerinne verursacht also einen Geschwindigkeitsverlust von

$$V - v'' = 5^m,792 - 4^m,028 = 1^m,764.$$

Um den Punkt anzugeben, worin die Geschwindigkeit des Wassers $4^m,028$ beträgt, muß man die Abscisse x bestimmen. Da nun:

$$\sin\alpha = \frac{h'''}{L} = \frac{0^m,3}{6^m,5} = 0{,}046,\ \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}999,$$

$$v' = 3^m,777,\ y = h_2 = 0^m,1$$

ist, so hat man folglich:

$$x = \frac{v'\cos\alpha}{g}\left[\sqrt{(2gy + v'^2\sin^2\alpha)} - v'\sin\alpha\right] = 0^m,3199$$

oder sehr nahe $= 0^m,32$.

Geschwindigkeiten in den Sammelkästen.

§. **147.** Durch manche Localitäten ist man genöthigt, das Wasserrad sehr weit von dem Behälter anzubringen, und alsdann legt man, um ein zu langes Gerinne zu vermeiden, nahe beim Rade ein kleines prismatisches Reservoir *B* (Fig. 2 Taf. III) an, welches man einen Sammelkasten nennt, und aus welchem das Wasser durch eine Schützöffnung *a* strömt. Derselbe steht mit dem großen Reservoir *E* durch einen tieferliegenden cylindrischen oder prismatischen Kanal *A* in Verbindung. Dieser Apparat hebt jedoch die Wirkung nicht auf, welche ein langes Gerinne auf die Geschwindigkeit ausübt, die eine Fallhöhe *H* zwischen dem Niveau des großen Reservoirs und der Mitte der Oeffnung *a* hervorbringen würde. Das Wasser steht in beiden Reservoiren nicht mehr in gleicher Höhe, sobald der Schütz geöffnet ist. Die Entfernung h_1 des Mittelpunktes der Oeffnung von dem Niveau des Sammelkastens wird geringer als *H*, und aus der Differenz $H - h$ entsteht ein Geschwindigkeitsverlust. Es würde auch noch ein anderer durch das Wirbeln der Flüssigkeit bei ihrem Eintritte in den Sammelkasten erzeugter Verlust vorhanden sein, wenn die parallel zum Strome gemessene Länge dieses Prismas geringer als die 2 oder 3 fache Breite des Kanales *A* wäre, wodurch das Wasser gehindert würde, zu der Oeffnung in parallelen Schichten zu gelangen.

Man findet die zwischen der ganzen Höhe *H* und der h_1 des Sammlers stattfindende Relation, wenn man ausdrückt, daß die von der ersten herrührende Quantität Wirkung der gleich ist, welche die zweite hervorbringt, vermehrt um den durch die Reibung in dem Kanale *A* verursachten Verlust, und um den Verlust, welcher von der Veränderung der Geschwindigkeit bei dem Austritte aus diesem Kanale herrührt.

Die von der Höhe *H* herrührende Quantität Wirkung würde für die in einer gewissen Zeit ausgeflossene Flüssigkeit *m* gleich mgH sein.

Die Quantität Wirkung, welche die durch die Oeffnung *a* ausfließende Wassermasse *m* wirklich besitzt, ist $= mgh_1$.

Die mittlere, in dem horizontalen Kanale *A* stattfindende Geschwindigkeit *u* ist, wenn man von der Reibung abstrahirt (§. **144**),

der Geschwindigkeit im Anfangspunkte gleich, welche nach §. 143 ausgedrückt wird durch:

$$\frac{u'}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]}},$$

wenn man durch u' die Geschwindigkeit bezeichnet, welche von dem Unterschiede der Pressungen herrührt, welche das Wasser auf beide Enden der Röhre ausübt, und C der Contractionscoefficient ist, welcher für die Oeffnung des großen Reservoirs E angewandt werden muß. Folglich hat man:

$$u'=u\sqrt{\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]}.$$

Diese Geschwindigkeit u' wird in dem Sammelkasten aufgehoben, und es ergiebt sich hieraus ein Verlust an Quantität Arbeit:

$$\frac{mu'^2}{2}=\frac{mu^2}{2}\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right].$$

In §. 144 haben wir für die durch die Reibung in dem Gerinne verbrauchte Quantität Arbeit den Ausdruck:

$$Ftu=0{,}0035m\frac{l+2e}{A}Lu^2$$

gefunden, worin A die Anzahl der in dem geraden Querschnitte des Wasserprismas enthaltenen Quadratmeter bezeichnet. Da das Wasser hier in einer vollen Röhre fließt, so ist der ganze Umfang γ dieses Querschnitttes benetzt, $l+2e$ muß durch γ vertauscht werden, und man hat:

$$Ftu=0{,}0035m\frac{\gamma}{A}Lu^2.$$

Folglich erhält man endlich die Gleichung:

$$mgH=mgh_1+\frac{mu^2}{2}\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]+0{,}0035m\frac{\gamma}{A}Lu^2,$$

oder

$$H=h_1+\frac{u^2}{2g}\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]+0{,}0035\frac{\gamma}{A}.\frac{L}{g}u^2.$$

Die Geschwindigkeit u kann vermittelst der Gleichung $Au=C_1av$

eliminirt werden, welche zwischen den in 1″ aus den Oeffnungen der beiden Reservoire ausgeströmten Wasserquantitäten stattfindet.

Da nach §. 141

$$v=\sqrt{2gh_1}, u=\frac{C_1 a}{A}\sqrt{2gh_1}$$

und

$$H=h_1+\frac{{C_1}^2a^2}{A^2}h_1\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]+0{,}007\,\frac{\gamma L {C_1}^2 a^2}{A^3}h_1$$

ist, so hat man folglich:

$$H-h_1=h_1\frac{{C_1}^2a^2}{A^2}\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2+0{,}007\,\frac{\gamma L}{A}\right],$$

woraus hervorgeht, daß der zwischen den Höhen des Niveaus der beiden Reservoire enthaltene Unterschied, und der hieraus entstehende Geschwindigkeitsverlust um so größer sind, je länger der Kanal und je kleiner sein Querschnitt ist.

§. 148. Der Werth von H giebt die Gleichung:

$$h_1=\frac{H}{1+\frac{{C_1}^2a^2}{A^2}\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2+0{,}007\,\frac{\gamma L}{A}\right]},$$

vermittelst welcher man die Geschwindigkeit in a aus der gesammten Fallhöhe H ableiten kann.

Wenn man statt des Sammelkastens ein Gerinne betrachtete, dessen Mittelpunkt des Endes im Mittelpunkte der Oeffnung a läge, so würde die an diesem Endpunkte stattfindende Geschwindigkeit nach §. 144

$$v'=\sqrt{\left(v^2+2gh'''-0{,}007\,\frac{l+2e}{A'}Lu^2\right)}$$

sein. Vermittelst dieser beiden Gleichungen wollen wir untersuchen, ob es vortheilhafter ist, zwischen einem Reservoir und einem Wasserrade einen Sammelkasten, oder ein Gerinne anzulegen. Wir wollen als Beispiel das Wasserrad einer der Sägemühlen betrachten, welche sich in dem Zeughause zu Metz befinden. Es ist daselbst $H=1^m,723$, $C_1=0{,}67$, $C=0{,}62$, $a=0^{mm},0682$, $L=7^m,6$, und der Kanal, durch welchen das Reservoir mit dem Sammelkasten verbunden wird, hat zum Querschnitt ein Quadrat, dessen Seite $0^m,5$ ist, wodurch $\gamma=2^m$, $A=0^{mm},25$ wird. Substituirt man diese Zahlen in den Werth von h_1, so erhält man $h_1=1^m,624$, und die directe Messung dieser Höhe hat dieses Resultat bestätigt. Hieraus folgt, daß die Geschwindigkeit im Mittelpunkte der Oeffnung a gleich

$5^m64 = \sqrt{2gh_1}$ ist, während die von der gesammten Höhe herrührende Geschwindigkeit $= \sqrt{2gH} = 5^m,81$ ist.

Wir wollen nun annehmen, daß der Kanal durch ein Gerinne ersetzt sei, dessen horizontale Länge auch $= 7^m,6$ und dessen gesammter Fall $h''' = 0^m,3$ ist; so folgt daraus in dem Werthe von v'

$$L = \sqrt{[(7^m,6)^2 + (0^m,3)^2]} = 7^m,606.$$

Wir wollen die Oeffnungen der Reservoirs nahe an dem Boden annehmen, indem wir dieselben Dimensionen als für den Kanal des Sammelkastens und denselben Correctionscoefficienten $C_1 = 0,67$ beibehalten. Die Geschwindigkeit im Anfange des Gerinnes ist:

$$v = \sqrt{\frac{2g(H-h''')}{1+\left(\frac{1}{C_1}-1\right)^2}} = \sqrt{\frac{2\times 9^m,81\times 1^m,423}{1+(1,49-1)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{27^{mm},92}{1,24}} = \sqrt{22^{mm},5161} = 4^m,74;$$

die Geschwindigkeit am Ende des Gerinnes ist, wenn man von der Reibung abstrahirt:

$$v'_1 = \sqrt{v^2 + 2gh'''} = \sqrt{(22^{mm},5161 + 2\times 9^m,81\times 0,^m3} = 5^m,32$$

Die mittlere Geschwindigkeit ist:

$$u = \frac{v+v'_1}{2} = \frac{4^m,74+5^m,32}{2} = 5^m,03.$$

Da das in 1″ aus der Oeffnung fließende Wasserquantum

$$C_1 a\sqrt{2g(H-h''')} = A'u$$

auch das in derselben Zeit durch jeden Querschnitt des Gerinnes laufende ist, so hat man:

$$0,67\times 0^{mm},0682\sqrt{27^{mm},92} = 5^m,03A' \text{ und } A' = 0^{mm},048.$$

Nehmen wir die Höhe der Oeffnung gleich $\frac{1}{4}$ ihrer Breite, so haben wir:

$$l\times\frac{l}{4} = 0^{mm},0682,\ l = 0^m,522,$$

$$e = \frac{A'}{l} = \frac{0^{mm},048}{0^m,522} = 0^m,092,\ l+2e = 0^m,706,$$

und

$$v' = \sqrt{\left[22^{mm},5161 + 5^{mm},886 - 0,007\,\frac{0^m,706}{0^{mm},048}\times 7^m,606(5^m,03)^2\right]}$$

$$= 2^m,93.$$

Hieraus sieht man, daß das Gerinne einen Geschwindigkeitsverlust von $5^m,81 - 2^m,92 = 2^m,88$ verursacht, während der Verlust des Sammelkastens nur $5^m,81 - 5^m,64 = 0^m,17$, d. h. nur **0,06** des erstern beträgt.

Der Sammelkasten würde auch dann noch vortheilhafter sein, wenn man die Länge des Gerinnes vermindert, um demselben mehr Gefälle für den Meter zu geben; denn in dem Beispiele des §. **146**, wo L blos gleich $6^m,5$ ist, beträgt die Geschwindigkeit v' nur **0,652** von der, welche der Höhe H angehört, und wenn diese Zahl **0,504** ist, welche das Verhältniß von $2^m,93$ zu $5^m,81$ übersteigt, so ist es geringer als das Verhältniß **0,97**, welches sich auf den Sammelkasten bezieht.

Geschwindigkeit des Wassers in Flußbetten.

§. **149.** Der Kanal, in welchem das bewegende Wasser eines Wasserwerkes läuft, um zum Reservoir zu gelangen, derjenige, durch welchen es nach Verrichtung seiner Wirkung abfließt, und die Flüsse, durch welche Räder bewegt werden, können als eine gleichförmige Beschaffenheit habend, betrachtet werden, d. h. daß die verschiedenen Querschnitte des Wasserprismas fast einander gleich sind, und daß während einer gewissen Zeit durch alle dasselbe Wasserquantum fließt. Jedoch wird bei den Flüssen wie bei den Gerinnen durch die Reibung an den Wänden die Geschwindigkeit am Boden geringer, als an der Oberfläche und an den Seiten geringer, als in der Mitte sein. Zur Bestimmung des Wasserquantums muß man also eine mittlere Geschwindigkeit anwenden (§. **138**).

Die Erfahrung hat gezeigt, daß die Reibung an den Wänden bis auf die Koefficienten eine Funktion der mittlern Geschwindigkeit u ist, welche der in §. **144** für die Gerinne angegebenen ähnlich und also von der Form:

$$F = \delta(l + 2e)L(k_1 u + k'_1 u^2)$$

ist; die von einer Masse m in einer Zeit t verbrauchte Quantität Wirkung ist:

$$Ftu = m.\frac{l+2e}{A'}L(k_1 u \times k'_1 u^2).$$

Es sei L die in der beliebigen Zeit t parallel zum Boden durchlaufene Länge. Bezeichnet H das zu L gehörige Gefälle, so erzeugt die Schwere während dieser Zeit einer Quantität Wirkung $= \frac{2gHm}{2}$, und da der Ausfluß mit einer constanten Geschwindigkeit erfolgt, so muß

$$\frac{2gHm}{2} = m\frac{l+2e}{A'}L(k_1 u + k'_1 u^2)$$

und folglich:

$$gH = \frac{l+2e}{A'} L(k_1 u + k'_1 u^2),\ u^2 + \frac{k_1}{k'_1} u =$$

$$\frac{g}{k'_1} \times \frac{A'}{l+2e} \times \frac{H}{L},$$

und

$$u = -\frac{k_1}{2k'_1} + \sqrt{\left(\frac{g}{k_1'} \times \frac{A'}{l+2e} \times \frac{H}{L} + \frac{k_1^2}{4k'^2_1}\right)}$$

sein.

Durch die Vergleichung dieser Formel mit den Versuchen von Dubuat hat Pony für k_1 den Werth $0^m,000436$ und für k'_1 den Werth $0,003034$ abgeleitet. Bezeichnet man durch A' eine Anzahl linearer Meter, so folgt hieraus:

$$u = 56^m,86 \sqrt{\frac{A'}{l+2e} \times \frac{H}{L}} - 0^m,07185,$$

denn das Glied $\left(\frac{k_1}{2k'_1}\right)^2$ ist so klein, daß es vernachlässigt werden kann.

Es giebt Kanäle, welche, wie die Gerinne, einen rechteckigen Querschnitt haben, und andere, deren Querschnitt ein Trapez ist. In diesem letzten Falle ist b die Breite der Sohle oder die kleine Seite des Trapezes, und eine der zusammenlaufenden Seiten giebt, vom Grunde bis zur Oberfläche des Wassers gemessen, die Größe e an.

Wenn der Querschnitt eines Wasserprismas keine unmittelbar berechenbare Figur ist, so muß man denselben aufnehmen, genau nach einem Maßstabe zeichnen, und nach der Zeichnung die Fläche und den reibenden Theil des Umfanges abmessen, um A' und $l+2e$ zu erhalten. Die Aufnahme geschieht durch Abscissen und Ordinaten; die ersten sind horizontal, und werden senkrecht auf den Strom von einem Ufer aus gemessen; die zweiten sind die Entfernungen des Wasserspiegels von dem Grunde, und werden vermittelst hölzerner Stäbe gemessen, welche senkrecht auf dieser Fläche stehen.

§. 150. Prony hat für die mittlere Geschwindigkeit des fließenden Wassers einen andern Werth angegeben, welcher bei seiner Anwendung auf die Flüsse die langen und beschwerlichen Operationen des Aufnehmens des Querschnittes des Wasserprismas unnöthig macht. Bezeichnet man durch u' die größte, an der Oberfläche stattfindende Geschwindigkeit, so hat man:

$$u = \frac{u'(u' + 2^m,37187)}{u' + 3^m,15312}.$$

Gewöhnlich variirt u' zwischen 1^m und 2^m, und die Größe u variirt alsdann zwischen $1^m \times 0{,}812$ und $2^m \times 0{,}848$. In den meisten praktischen Fällen kann man also die Relation

$$u = 0{,}8u'$$

anwenden.

§. **151**. Das einfachste und sicherste Mittel zur Messung der Geschwindigkeit u' des Wasserspiegels besteht darin, daß man in den am schnellsten fließenden Theil des Stromes ein Prisma von Eichenholz wirft. Da dasselbe fast ganz in das Wasser eintaucht, so bewegt sich dieser Schwimmer eben so, wie das Wasser, und man erhält folglich die gesuchte Geschwindigkeit, indem man den während mehrerer Minuten zurückgelegten Weg durch die in Secunden angegebene Zeit dividirt.

Wenn die Messung jedoch einige Genauigkeit haben soll, so muß man die Operation ein- oder zweimal wiederholen und das Mittel aus zwei oder drei Resultaten nehmen.

Wenn die mittlere Geschwindigkeit aus dem Querschnitte und dem Gefälle des Kanales bestimmt ist (§. **149**), so kann man die Geschwindigkeit an der Oberfläche vermittelst der in §. **150** zwischen u und u' aufgestellten Relationen bestimmen. Aus der ersten folgt für alle Fälle:

$$u' = \frac{u - 2^m{,}37187 + \sqrt{(u^2 + 7^m{,}8687u + 5^{mm}{,}62577)}}{2},$$

und die zweite giebt für die am häufigsten vorkommenden Fälle:

$$u' = 1{,}25u.$$

§. **152**. Soll der Grund des Kanals nicht beschädigt werden, so wird hierdurch für die Geschwindigkeit der letzten Wasserschicht eine Grenze bedingt, welche man nicht überschreiten darf, weil es sich herausgestellt hat, daß bei einer größern Geschwindigkeit das Material des Bettes losgerissen und mit fortgenommen wird. Diese Grenze ist:

für leicht abzulösende Erde	$0^m{,}076$
für leichte Thonerde	0,152
für Sand	0,305
für Kies	0,609
für Kieselsteine	0,614
für Steinstücke	1,22
für angehäufte Kieselsteine und weiche Schiefer	1,52
für Felsenlager	1,83
für harte Felsen	3,05.

Aus der vorstehenden Tabelle kann man leicht ersehen, ob die mittlere Geschwindigkeit, welche man einem Flusse geben will, dem Grunde angemessen ist. Bezeichnen wir durch u'' die Geschwin-

digkeit der untersten Wasserschicht, so ist $u=\frac{u'+u''}{2}$, folglich $u''=2u-u'$, und die Relation $u'=1{,}25u$ führt auf die Gleichung:

$$u''=2u-1{,}25u=0{,}75u.$$

§. 153. Häufiger kommt es darauf an, zu bestimmen, welche mittlere Geschwindigkeit die Natur des Bodens erlaubt, und man gelangt hierzu durch die Relation:

$$u=\frac{u''}{0{,}75}=1{,}333u'',$$

wenn man darin für u'' einen der in der vorhergehenden Tafel enthaltenen Werthe setzt.

Ist die mittlere Geschwindigkeit auf diese Weise festgesetzt, so muß man noch das Gefälle $\frac{H}{L}$ bestimmen, durch welches sie hervorgebracht wird. Hierzu findet man aus §. 149 die Gleichung:

$$\frac{H}{L}=\frac{l+2e}{A'}\times\frac{k_1u+k'_1u^2}{g},$$

oder:

$$\frac{H}{L}=\frac{l+2e}{A'}u\left(0{,}000044+0{,}000309\frac{u}{1^m}\right).$$

§. 154. Wir wollen z. B. annehmen, man habe in der Tiefe, welche man dem Kanale geben will, Sand gefunden, so folgt, daß u'' höchstens $=0^m{,}305$ sein darf und daß $u=1{,}333\times0^m{,}305=0^m{,}4066$ ist, und die Neigung ist in Metern ausgedrückt:

$$\frac{H}{L}=\frac{l+2e}{A'}\times0^m{,}4066(0{,}000044+0{,}000309\times0{,}4066)$$

$$=\frac{l+2e}{A'}\times0^m{,}000069.$$

Wenn der Querschnitt ein Trapez $ABCD$ (Fig. 3 Taf. III) ist, worin das Wasser 1^m hoch stehen kann, dessen beide Seitenlinien unter 45° geneigt sind, und worin $l=AB=2^m$ ist; so findet man:

$$EF=4^m,\ A'=\frac{2^m+4^m}{2}\times1^m=3^{mm},\ e=BE=\sqrt{2^{mm}}$$

$$=1^m{,}414,\ l+2e=2^m+2\times1^m{,}414=4^m{,}828,$$

$$\frac{l+2e}{A'}=\frac{4^m{,}828}{3^{mm}}=\frac{1{,}609}{1^m}\text{ und }\frac{H}{L}=1{,}609\times0{,}000069=0{,}000111.$$

Für die Mitte des Wasserspiegels des Flusses würde eine Geschwindigkeit:

$$u' = 1{,}25 \times 0^m{,}4066 = 0^m{,}50825$$

folgen.

Kraft des bewegenden Wassers.

§. **155.** Die Energie eines Bewegers wird durch die Quantität Arbeit gemessen, welche derselbe in der Zeiteinheit hervorbringen kann. Die Energie des bewegenden Wassers wird folglich durch das Product des Gewichtes des in jeder Secunde ausfließenden Wassers in die gesammte Fallhöhe, d. h. in die verticale Entfernung des Niveaus im Reservoir von dem höchsten Punkte der in dem Ausflußkanale enthaltenen Wasserfläche gemessen.

Denn es sei h die Fallhöhe des in 1″ ausgeflossenen Wasserprismas von dem Gewichte P. Da dieses Prisma mit allen gleichen darüberstehenden Prismen in Verbindung steht, so ist auch das folgende und alle andern in 1″ von der Höhe h heruntergefallen. Die in 1″ von dem Wasserstrome hervorgebrachte Quantität Arbeit ist also $= nPh$, wenn n die Anzahl der gleichen, zwischen dem Endpunkte des Falles und dem constanten Niveau des Reservoirs enthaltenen Wasserprismen bezeichnet. Soll nun aber ein Prisma den Platz eines andern gleichen und unter ihm liegenden Prismas einnehmen und sich um eine Höhe h niederbewegen, so muß h nothwendig auch die Höhe jedes Prismas sein. Der Factor n ist also auch das Verhältniß des gesammten Falles H zu h; es ist daher $nh = H$ und die Quantität Wirkung $nPh = PH$.

Da 1^{cm} reines Wasser 1000^{kg} wiegt, so kann man für P das Product von 1000^{gk} und der Anzahl X der Cubikmeter substituiren, welche in dem in 1″ ausgeströmten Prisma enthalten sind. Bezeichnet man daher durch T die mechanische Arbeit, deren das bewegende Wasser in 1″ fähig ist, so verwandelt sich die Formel für die Energie des Stromes und den Werth der Fallhöhe in:

$$T = 1000^{kg} X H.$$

Da nun die Arbeit eines Pferdes von mittlerer Stärke während desselben Zeitraumes $= 75^{kg}$ ist, so kann das Wasser eine Anzahl

$$N = \frac{1000^{kg} X H}{75^{kg}}$$

von Pferden ersetzen.

§. **156.** Wenn die gesammte Fallhöhe H nicht gemessen werden kann, so nimmt man für T die Hälfte der lebendigen Kraft, welche die in einer Secunde ausgeströmte Wassermasse am Ende des Falles besitzt. Ist in diesem Falle u die Geschwindigkeit des mittlern Fadens im tiefsten Punkte, so hat man:

$$T = \frac{1000^{kg}\,X}{g} \cdot \frac{u^2}{2},$$

und

$$N = \frac{1000^{kg}\,.\,Xu^2}{2g \times 75^k}.$$

§. **157.** Wir wollen die Formeln für die Arbeit des Wassers auf alle vorher betrachteten Arten von Ausflüssen anwenden, und zuerst einen Ueberfall (§. **127**) betrachten, dessen Breite $l = 4^m,5$ ist, und einen Strom von der Dicke $h' = 0^m,3$ überfließen läßt.

Wenn das Reservoir auch $4^m,5$ breit ist, so ist die zwischen seinem constanten Niveau und der Ueberfallsschwelle enthaltene verticale Höhe $h = 1,25\,h' = 1,25 \times 0^m,3 = 0^m,375$. Folglich ist der Correctionscoefficient $C = 0,39$, und das in $1''$ ausgeströmte Wasserquantum:

$$X = Clh\sqrt{2gh} = 0,39 \times 4^m,5 \times 0^m,375\sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,375} = 1^{mm},784.$$

In dem Fall, wo das Niveau des Reservoires $3^m,5$ über dem Wasserspiegel im Anfangspunkte des Ableitungskanales liegt, würde man für die Energie des Bewegers

$$T = 1000^{kg} \times 1,784 \times 3^m,5 = 6244^k,$$

und

$$N = \frac{6244}{75} = 83,25 \text{ Pferdekräfte}$$

finden.

Wenn der Ueberfall z. B. mit einem Gerinne nach der Anordnung ***B*** (§. **133**) versehen wäre, und seine Breite $4^m,5$ ungefähr **0,8** von der des Reservoires betrüge, so hätte man:

$$h = 1,178\,h' = 1,178 \times 0^m,3 = 0^m,3534;$$

folglich

$$C = 0,324,$$

$$X = 0,324 \times 4^m,5 \times 0^m,3534\sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,3534} = 1^{mc},356,$$

$$T = 1000^{kg} \times 1,356 \times 3^m,5 = 4746^k, \text{ und } N = \frac{4746}{75} = 63,28 \text{ Pferdekräfte.}$$

Hieraus sieht man also, daß durch die Anbringung eines Gerinnes und durch die größere Breite des Reservoires die Energie des Wassers um **20** Pferdekräfte oder fast um $\frac{1}{4}$ vermindert wird.

§. **158.** Wir wollen nun eine in die Luft mündende rechteckige Seitenöffnung (§. **128**) betrachten, für welche $l = 0^m,35$, $h - h' = 0^m,18$, $h = 1^m,4$ ist.

Alsdann haben wir $h' = h - 0^m,18 = 1^m,4 - 0^m,18 = 1^m,22$. Wenn die Contraction auf allen vier Seiten des Wasserstromes stattfindet, so ist, weil h' noch $1^m,20$ überschreitet, $h - h'$ wenig

von $0^m,2$ verschieden, der Correctionscoefficient ist nach der Tafel $C=0,603$. Bezeichnet man in den andern Fällen (§. 129) den Correctionscoefficienten mit C, so hat man, wenn die Cotraction an

3 Seiten stattfindet $C=1,035\times0,603=0,6241$;
2 « « $C=1,072\times0,603=0,6464$;
1 « « $C=1,125\times0,603=0,6784$.

Folglich ist:

$$X=Cl(h-h')\sqrt{2g\frac{h+h'}{2}}=C\times0^m,35\times0^m,18\sqrt{2\times9_m,81\,\frac{1^m,4+1^m,22}{2}}$$

$$=C\times0^{mc},3194,$$

und wenn die Contraction an

4 Seiten stattfindet . . . $X=0,603\times0^{mc},3194=0^{mc},1926$
3 « « . . . $X=0,6241\times0^{mc},3194=0^{mc},19934$
2 « « . . . $X=0,6464\times0^{mc},3194=0^{mc},20646$
1 « « . . . $X=0,6784\times0^{mc},3194=0^{mc},2167$.

Wenn endlich die Contraction blos durch einen unter 45° geneigten Schütz (§. 136) hervorgebracht wird, so ist $C'''=0,8$ und

$$X=0,8\times0^{mc},3194=0^{mc},2555.$$

Unter denselben Umständen findet man für die an der Sohle der Oeffnung stattfindende Energie des bewegenden Wassers:

$T'=1000^{kg}\times0,1926\times1^m,4=269^k,64$, $N=3,59$ Pferdekr.
$T'=1000^{kg}\times0,19934\times1^m,4=279^k,076$, $N=3,72$ «
$T'=1000^{kg}\times0,20646\times1^m,4=289^k,044$, $N=3,85$ «
$T'=1000^{kg}\times0,2167\times1_m,4=303^k,38$, $N=4,04$ «
$T'=1000^{kg}\times0,2555\times1^m,4=357^k,7$, $N=4,77$ «

Also variirt die Energie eines Stromes um mehr als eine Pferdekraft, je nach der Einrichtung der Ausflußöffnung und des Schützes.

Wir wollen jedoch wohl bemerken, daß man die Kraft nicht vergrößert, wenn man die Contractionen vermindert, sondern daß man einer größern Masse des in das Reservoir fließenden Wassers einen Durchgang verschafft. Wir wollen z. B. annehmen, daß Reservoir erhalte in der Secunde $0^{mc},3194$ Wasser oder sei einer Arbeit von:

$$1000^{kg}\times0,3194\times1^m,4=447^k,16=5,96 \text{ Pferdekr.}$$

fähig. Wenn durch die fehlerhafte Einrichtung der Oeffnung vier Contractionen herbeigeführt werden, so fließt nur $0^{mc},1926$ Wasser

in der Secunde aus, und der Beweger ist blos gleich **3,5** Pferdekräften. In jeder Secunde wird folglich eine Anzahl von Cubikmetern gleich $0^{mc},3194 - 0^{mc},1926$ oder gleich $0^{mc},1268$ in dem Reservoir angehäuft. Das Niveau steigt folglich, die Ausflußgeschwindigkeit wird bald größer, die Energie des Stromes nimmt immer zu und strebt beständig der von **6** Pferden gleich zu werden; aber die Geschwindigkeit des Bewegers ist keinen Falls gleichförmig, und es folgt hieraus ein bedeutender Nachtheil. Will man diesem abhelfen, so legt man einen Ueberfall an, durch dessen Ausflußöffnung das Niveau des Wassers constant gemacht wird; es fließt alsdann $0^{mc},1268$ Wasser, statt sich anzuhäufen, auf diesem Wege ab, und ist für den Effect, welchen man von dem Strome erhalten will, gänzlich verloren. Es wird also endlich die Nutzkraft eines Wasserstromes durch eine gute Anordnung der Oeffnung und des Schützes nur dadurch vermehrt, daß man den obigen Verlust so viel als möglich vermindert.

§. **159.** Wir wollen als Anwendungsbeispiel für die Ansatzröhren einen horizontalen Cylinder nehmen, dessen Durchmesser $=0^{m},18$, dessen Länge $=0^{m},36$ und dessen untere Kante $1^{m},4$ unter dem constanten Niveau im Reservoir liegt. Der Correctionscoefficient C'' ist nach (§. **131**) $=0,815$, der Halbmesser der Oeffnung $r=0^{m},09$, die Entfernung des Niveaus von der obern Kante $h'=1,4-0^{m},18=1^{m},22$, und man findet für das in jeder Secunde ausströmende Wasserquantum den Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned} X = C''\pi r^2 \sqrt{2g\frac{h+h'}{2}} &= 0,815\times 3,1416\,(0^{m},09)^2 \\ &\times\sqrt{\left(2\times 9^{m},81\,\frac{1^{m},4+1^{m},22}{2}\right)} \end{aligned}\right\} = 0^{mc},105.$$

Folglich ist die Energie des Wasserstromes im tiefsten Punkte der Oeffnung:

$$T = 1000^{kg}\times 0,105\times 1^{m},4 = 147^{k},$$

welcher Ausdruck einer Anzahl

$$N = \frac{147^{k}}{75^{k}} = 1,96$$

von Pferdekräften entspricht.

§. **160.** Um ein Anwendungsbeispiel der prismatischen Ansatzröhren zu geben, welche auf ein Wasserrad münden (§. **132**), wollen wir die Vorderwand des Bassins als unter 40° gegen den Horizont geneigt und mit drei Oeffnungen von 2^{m} Länge durchbrochen annehmen. Die am höchsten liegende Oeffnnng hat eine horizontale Breite von $0^{m},08$, die folgende von $0^{m},07$ und die dritte von $0^{m},06$, weil die horizontalen Projectionen der Eintrittsöffnungen der Zellen in der Breite abnehmen, je tiefer man auf dem Rade herunter geht.

Endlich liegt der obere Rand der ersten Oeffnung $0^m,1$ unter dem constanten Niveau des Reservoirs. Also kennt man in der Formel $X = 0,75 l d \sqrt{2gh_1}$ für jede Ansatzröhre die Größen l, d, und man braucht blos h_1, d. i. die Entfernung des Niveaus von dem untern Rande der Oeffnung, zu bestimmen. Für die erste Ansatzröhre ist diese Entfernung offenbar $= 0^m,1 + BD$, d. h. gleich der verticalen Entfernung zwischen beiden Rändern (Fig. 23 Taf. II). Nun ist aber

$$BD = 0^m,08 \operatorname{tang} 40^o = 0^m,067128;$$

folglich $h_1 = 0^m,17$. Für die zweite Ansatzröhre hat man:

$$AE = \frac{BD}{DF} \times EF = \frac{0^m,07}{0^m,08} \times 0^m,15 = 0^m,13 \text{ und } h_1 = 0^m,23,$$

und für die dritte Ansatzröhre:

$$h_1 = 0^m,1 + \frac{0^m,07}{0^m,08} (0^m,08 + 0^m,07 + 0^m,06) = 0^m,28.$$

Die durch alle drei Ansatzröhren in jeder Secunde ausgeflossene Gesammtquantität Wasser ist folglich:

$$X = \left\{ \begin{array}{l} 0,75 \times 2^m (0^m,08 \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,17} + 0^m,07 \times \\ \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,23} + 0^m,06 \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,28} \end{array} \right\} = 0^{mc},653.$$

Die Arbeit, deren dieses Wasservolumen in der Höhe des untern Randes der dritten Oeffnung fähig ist, ist:

$$T' = 1000^{kg} \times 0,653 \times 0^m,28 = 182^k,84,$$

welche einer Anzahl

$$N = \frac{182^k,24}{75^k} = 2,44$$

von Pferdekräften entspricht.

§. 161. Wir wollen zu einem mit dem Reservoir verbundenen Gerinne übergehen (§. 136), indem wir in dem Gerinne einen unter 45° geneigten Schütz annehmen, welcher eine Oeffnung bildet, deren Länge $l = 0^m,35$, Höhe $h - h' = 0^m,18$ ist und deren Entfernung der Sohle von dem constanten Niveau des Reservoirs $h = 1^m,4$ beträgt.

Der Correctionscoefficient C''' ist $= 0,8$, und das in jeder Secunde ausgeströmte Wasserquantum wird ausgedrückt durch:

$$X = C''' l (h - h') \sqrt{2g \frac{h + h'}{2}} =$$

$$0,8 \times 0^m,35 \times 0^m,18 \sqrt{2 \times 9^m,81 \frac{1^m,4 + 1^m,22}{2}} = 0^{mc},2555.$$

Wenn das Gerinne von dem Schütze aus ein Gefälle von $\frac{1}{10}$ und eine horizontale Länge von $0^m,7$ hat, so ist sein totales Gefälle $=0^m,07$. Das Gefälle des Wassers ist $=1^m,4+0^m,07=1^m,47$, und dasselbe ist am Ende des Gerinnes einer Quantität Arbeit von:

$$T=1000^{kg}\times 0,2555\times 1^m,47=375^k,585$$

fähig, welche einer Anzahl von

$$N=\frac{375^k,585}{75^k}=5 \text{ Pferdekräften}$$

gleichkommt.

§. 162. Wir haben nun noch eine Anwendung von dem freifließenden Wasser zu geben, für welches man das Gefälle nicht bestimmen kann, und deshalb zu der mittlern Geschwindigkeit seine Zuflucht zu nehmen genöthigt ist (§. 149).

Wir wollen zum Querschnitte des Wasserprismas ein Trapez annehmen, dessen größte Basis EF (Fig. 4 Taf. III) $=7^m$, dessen Höhe $=1^m,3$ ist, und von dessen convergirenden Seitenlinien BE, CF die eine eine Neigung von $\frac{1}{3}$ und die andere von $\frac{1}{2}$ hat. Das Gefälle des Grundes ist außerdem

$$0,001=\frac{H}{L}.$$

Nach diesen Daten hat man:

$$AB=\frac{1^m,3}{3}=0^m,433, CD=\frac{1^m,3}{2}=0^m,65,$$

$$BE=\sqrt{(\overline{AE}^2+\overline{AB}^2)}=1^m,37, CF=\sqrt{(\overline{DF}^2+\overline{CD}^2)}=1^m,45$$

$$BC=EF-(AB+CD)=5^m,92,$$

und der Querschnitt des Wasserprismas ist:

$$BCFE=A'=\frac{(7^m+5^m,92)1^m,3}{2}=8^m,398;$$

der reibende Umfang desselben ist:

$$EB+BC+CF=1^m,37+5^m,92+1^m,45=8^m,74,$$

und die mittlere Geschwindigkeit:

$$u=56^m,86\sqrt{\frac{A'}{l+2e}\times\frac{H}{L}}-0^m,072=$$

$$56^m,86\sqrt{\frac{8^m,398}{8^m,74}\times 0,001}-0^m,072=1^m,69.$$

Das in jeder Secunde ausfließende Wasserquantum ist folglich:

$$X = A'u = 8^{mm},398 \times 1^{m},69 = 14^{mc},193;$$

welches eine Arbeit von:

$$T = \frac{1000^{kg} X}{g} \times \frac{u^2}{2} = \frac{14193^{kg}}{9^{m},81} \times \frac{(1^{m},69)^2}{2} = 2066^{k}$$

hervorbringen kann, und

$$N = \frac{2066^{k}}{75^{k}} = 27,55 \text{ Pferdekräften}$$

gleich kommt.

Wasserräder.

§. **163.** Man kann alle verschiedenen Wasserräder in zwei Arten, **1.** die verticalen und **2.** die horizontalen Räder eintheilen. Zu der ersten gehören wieder drei Abtheilungen, welche wegen der Höhe von einander unterschieden sind, in welcher das Wasser auf die Räder fällt, und werden unterschlächtige, mittelschlächtige und oberschlächtige Wasserräder genannt. Die unterschlächtigen Wasserräder haben entweder gerade Schaufeln, oder krumme, und die ersten nehmen entweder die ganze Breite des Wassers, oder nur einen Theil desselben ein.

Was die zweite Gattung anbelangt, so gehören dazu zwei Arten, die Turbinen, worin das Wasser horizontal wirkt, und die Danaiden, bei welchen der Wasserstrom geneigt ist. Wir haben also successive sieben Arten von Wasserrädern zu betrachten.

Unterschlächtige-Wasserräder mit ebenen Schaufeln.

§. **164.** Die Hauptbestandtheile der unterschlächtigen Wasserräder mit ebenen Schaufeln sind zwei gleiche, überall gleichweit von einander stehende Kränze, wovon jeder durch **4** oder **6**, in einer horizontalen Welle befestigte Arme unterstützt wird. Die Arme gehen etwas über die Kränze hinaus, damit in denselben ebenso viele Schaufeln befestigt werden können. Die übrigen Schaufeln werden vermittelst starker durch die Kränze gehender Pflöcke an den letztern befestigt.

Eine große Anzahl unterschlächtiger Wasserräder haben nur zwölf Schaufeln; jedoch hat eine langjährige Erfahrung gezeigt, daß dieselben mit **18** Schaufeln einen größern Effect geben. Nach den Angaben der Theorie soll für das Maximum der Arbeit in jedem Augenblicke eine Schaufel der ganzen Wirkung des Wassers ausgesetzt sein, woraus hervorgeht, daß die Anzahl der Schaufeln unendlich groß sein müßte. Weit entfernt, diese Anzahl sehr groß zu machen, darf die Entfernung zwischen zwei aufeinander folgenden nicht merklich größer oder kleiner sein, als ihre Höhe, welche je nach der Größe des Halbmessers des Rades zwischen $0^{m},32$ und $0^{m},4$ differirt. Eine

kleinere Entfernung derselben würde die Nutzwirkung des Wassers auf den Receptor beträchtlich vermindern.

Die Länge der Schaufeln kann nicht bestimmt werden; sie hängt von der Intensität des Widerstandes und von der in jeder Secunde erforderlichen Wasserquantität ab. Dividirt man dieses Volumen durch die Geschwindigkeit des Wassers, so erhält man die Oberfläche des Querschnittes des Stromes, und dieser durch den dritten oder vierten Theil der Höhe der Schaufeln dividirte Quotient giebt ihre Länge; denn wie groß der Halbmesser auch sein mag, so darf jede Schaufel doch nur $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ ihrer Höhe in das Wasser eintauchen, damit dasselbe nicht über die Schaufeln hinwegschlägt, und so verloren geht. Man sieht wohl ein, daß durch den Stoß des Wassers gegen das Rad eine gewisse Vermehrung in der Dicke des zufließenden Wasserprismas hervorgebracht wird.

Die Ebene *AB* (Fig. 5 Taf. III) jeder Schaufel geht nicht durch die Axe *C* des Rades, sondern etwas hinter derselben d. h. auf der Seite durch, wo das Wasser herkommt, so daß dieselbe mit der Mittelebene *CD*, welche den äußern Rand *B* des Kranzes enthält, woran die Schaufel sitzt, einen kleinen Winkel *ABD* bildet. Die durch diese Einrichtung hervorgebrachte Neigung ist vorzüglich nothwendig, wenn das Rad eine große Geschwindigkeit haben muß, weil durch die Vergrößerung der Schaufelhöhe das Austreten des Wassers verzögert und so die Geschwindigkeit verringert wird, welche das Wasser nach Verrichtung seiner Effecte noch hat.

Diese Geschwindigkeit kann auch noch dadurch verringert werden, daß man die Kränze inwendig mit Brettern verschaalt, und so eine Trommel bildet; aber diese Einrichtung, welche jedes Ueberfließen verhindert, erfordert, daß vor jeder Schaufel eine Oeffnung *BE* sei, um der Luft einen Ausweg zu geben und ihre Reaction zu verhindern.

Die Größe des Halbmessers eines unterschlächtigen Wasserrades ist ganz willkührlich; jedoch muß man bei der Bestimmung desselben wohl beachten, daß die in einer bestimmten Zeit erfolgende Anzahl von Umdrehungen der Welle und die Solidität des Ganzen mit dem Zunehmen des Radhalbmessers vermindert wird, und daß im Gegentheil damit eine Zunahme an dem Gewichte, welches die Zapfen drückt, und folglich auch des von der Reibung herrührenden Kraftverlustes verbunden ist.

Der Schütz muß so nahe als möglich an das Rad gebracht werden, damit das Wasser weniger Geschwindigkeit durch die Reibung in dem Gerinne verliert, und die Linie des Bodens dieses Gerinnes, welche in verticaler Richtung der Axe der Welle entspricht, liegt sehr wenig unter der Sohle der Oeffnung, damit jede Schaufel in der tiefsten Stellung normal von dem Wasser getroffen wird; wenn dieses nicht stattfände, so würde die Fallhöhe offenbar verändert werden. Das Gefälle des Ausflusses ist hinreichend, wenn es $\frac{1}{15}$ beträgt.

Endlich muß das Gerinne die Schaufeln so umgeben, daß zwischen ihnen und seinen Wänden nur ein Spielraum von 2 Centi-

metern vorhanden ist, damit nur ein kleiner Theil des verbrauchten Wasservolumens wegfließt, welcher keinen Effect hervorgebracht hat.

§. 165. Wenn der Receptor alle vorhergehenden Bedingungen erfüllt, so kann man bei den Berechnungen die Wasserverluste unberücksichtigt lassen, und voraussetzen, daß die ganze aus der Oeffnung strömende Wasserquantität auf das Rad wirke. Unter dieser Voraussetzung wollen wir nun die folgenden beiden Aufgaben lösen: 1. Welche Geschwindigkeit muß ein unterschlächtiges Wasserrad haben, um seinen größten Effect hervorzubringen, und 2. welches ist die Quantität Wirkung, welche dasselbe bei dieser Geschwindigkeit verrichten kann.

Die Quantitat Wirkung, welche das Wasserrad von dem Beweger empfängt und auf die Maschine übertragen kann, ist wirklich eines sich auf eine gewisse Geschwindigkeit beziehenden Maximums fähig; denn nehmen wir die Geschwindigkeit Null an, so steht das Rad in Ruhe, und verrichtet keine Arbeit; vermehren wir nun die Geschwindigkeit desselben, bis sie der des Wassers gleich wird; so erhalten die Schaufeln keinen Druck mehr, sie können keinen Widerstand überwinden und der Receptor dreht sich unnütz herum. Folglich machen die beiden Grenzen der Geschwindigkeit die Quantität Wirkung des Rades Null, und es muß sich zwischen diesen Grenzen ein Werth befinden, welcher das Maximum der Arbeit giebt.

Es sei folglich v die constante Geschwindigkeit des Stromes im Augenblicke vor dem Stoße, v' die des Mittelpunktes der Schaufel, wenn die Geschwindigkeit gleichförmig geworden ist, und m die stoßende Masse. Alsdann stößt das Wasser die Schaufel vermöge seiner relativen Geschwindigkeit $v-v'$; der beständig von dem Wasser ausgeübte Druck, oder der, welcher sich dem Durchflusse desselben entgegenstellt, oder endlich die Kraft Q, welche die Schaufel dem Widerstande der Maschine entgegensetzt, ist der Quantität Bewegung $m(v-v')$ gleich. Die Formel, wodurch die Kraft Q bestimmt wird, ist folglich:

$$Q=m(v-v'),$$

und zur Bestimmung der in 1″ von dem Rade gelieferten Quantität Wirkung hat man die Gleichung:

$$Qv'=m(v-v')v'.$$

Diese Formeln können ebenso einfach durch eine andere von Petit angegebene Methode gefunden werden, wovon derselbe auch eine leichte Anwendung auf die übrigen Wasserräder gegeben hat. Sie gründet sich auf das einleuchtende Prinzip, daß die von dem Wasser einen Augenblick vor dem Stoße besessene Quantität Wirkung gleich der Summe derjenigen Quantitäten Wirkung ist, welche durch den Stoß aufgehoben wird, welche das Rad aufnimmt, und welche das Wasser noch besitzt, wenn es die Schaufel verläßt.

Nun ist aber nach den oben angewandten Bezeichnungen $\frac{mv^2}{2}$

die Quantität Wirkung, welche das Wasser im Augenblicke des Stoßes hervorbringen kann. Durch diesen Stoß verliert das Wasser, welches wir als unelastisch annehmen, eine Geschwindigkeit $v-v'$ und eine Quantität Wirkung $\frac{m(v-v')^2}{2}$; die auf das Rad übertragene Quantität Wirkung ist $=Qv'$. Endlich verläßt das Wasser die Schaufel, nachdem es dieselbe mit der Geschwindigkeit v' begleitet hat, mit dieser Geschwindigkeit, durch welche dasselbe eine Quantität Wirkung $\frac{mv'^2}{2}$ hervorbringen kann. Hieraus ergiebt sich also die Relation:

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{m(v-v')^2}{2}+Qv'+\frac{mv'^2}{2},$$

woraus successive folgt:

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{mv^2-2mvv'+mv'^2}{2}+Qv'+\frac{mv'^2}{2},$$

$$Qv'=\frac{2mvv'-2mv'^2}{2}=m(v-v')v',\ Q=m(v-v').$$

Dieses ist die Methode von Petit, deren wir uns später bedienen werden, weil sie oft viel einfacher ist, als die Anwendung der Quantitäten Bewegung, und weil man vermittelst derselben eine unmittelbare Vergleichung der verschiedenen Wasserräder in Beziehung auf die verlorenen, erhaltenen und übertragenen Quantitäten Arbeit anstellen kann.

Differentiiren wir die Gleichung

$$Qv'=m(v-v')v'$$

in Beziehung auf die einzige Veränderliche v', so erhalten wir:

$$d(Qv')=mvdv'-2mv'dv' \text{ und } \frac{d(Qv')}{dv'}=mv-2mv'.$$

Das Maximum von Qv' findet also unter der Bedingung:

$$m(v-2v')=o \text{ oder } v=2v' \text{ oder } v'=\frac{v}{2}$$

statt, d. h. wenn das Rad seinen größten Effect hervorbringen soll, so muß seine Geschwindigkeit nach der Theorie gleich der Hälfte von der des bewegenden Wassers sein.

Dieses ist jedoch nur eine Grenze, über welche man nicht hinausgehen darf. Die Versuche von Bossut und Smeaton zeigen, daß wegen der Wasserverluste die größte Geschwindigkeit auf

$$v' = 0{,}4v$$

reducirt werden muß.

§. 166. Nimmt man $v' = \frac{v}{2}$, so erhält man:

$$Qv' = m\left(v - \frac{v}{2}\right)\frac{v}{2} = \tfrac{1}{2}\frac{mv^2}{2},$$

worin $\frac{mv^2}{2}$ die Quantität Wirkung ist, deren der Beweger fähig ist. Folglich ist das Maximum der Arbeit des Rades gleich der Hälfte der Arbeit des Wassers. Da die Erfahrungen von Smeaton jedoch zeigen, daß man sie nicht höher als $\frac{3}{10}$ nehmen darf, so ist die in der Praxis anzuwendende Formel:

$$Qv' = 0{,}3\,\frac{mv^2}{2} = 0{,}6\,\frac{mv^2}{4} = 0{,}6m\left(v - \frac{v}{2}\right)\frac{v}{2},$$

und im Allgemeinen

$$Qv' = 0{,}6m(v - v')v';$$

denn sie bleibt wahr, welchen Werth die Geschwindigkeit v' auch haben mag, wenn derselbe nur nicht viel von $0{,}4v$ verschieden ist. Dividirt man durch v', so erhält man für die Kraft, welche die Mitte der Schaufel ausübt:

$$Q = 0{,}6m(v - v').$$

Was die Masse m betrifft, so findet man dieselbe leicht vermittelst der Gleichung:

$$m = \frac{1000^{kg}\,X}{g},$$

worin X das in 1″ ausfließende Wasserquantum in Cubikmetern bezeichnet.

§. 167. Wenn man die beim Maximum der Wirkung durch den Stoß verbrauchte Quantität Arbeit theoretisch angeben will, so braucht man nur in Erwägung zu ziehen, daß das Wasser die Schaufeln mit der Geschwindigkeit $\frac{v}{2}$ des Rades verläßt, und eine lebendige Kraft $\frac{mv^2}{4}$ oder eine Quantität Wirkung $\frac{mv^2}{8}$ behält, woraus sich der vom Stoße herrührende Verlust gleich:

$$\frac{mv^2}{2} - \left(\frac{mv^2}{4} + \frac{mv^2}{8}\right) = \frac{mv^2}{2} - \frac{3}{8}mv^2 = \frac{mv^2}{8} = \frac{1}{4}\frac{mv^2}{2}$$

ergiebt, d. h. daß er dem vierten Theile der Quantität Wirkung gleich ist, deren der Beweger fähig ist.

Da der Erfahrung zufolge das Wasser mit einer der Geschwindigkeit des Rades gleichen Geschwindigkeit das letztere verläßt, also **0,4** seiner ursprünglichen Geschwindigkeit beibehält, und noch **0,16** von der Quantität Wirkung $\frac{mv^2}{2}$ leisten kann; so ist der wirklich von dem Stoße herrührende Verlust:

$$\frac{mv^2}{2} - \left(0{,}3\frac{mv^2}{2} + 0{,}16\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{mv^2}{2} - 0{,}46\frac{mv^2}{2} = 0{,}54\frac{mv^2}{2},$$

d. h. etwas geringer als die Hälfte der Quantiät Wirkung des Stromes.

§. **168.** Die vorhin für Q und Qv' gefundenen Werthe entsprechen nicht dem gewöhnlichen Falle, worin der Spielraum zwischen dem Rade und den Wänden des Gerinnes mehr als $0^m,02$ beträgt. Für diesen Fall kann man offenbar nicht die in $1''$ aus dem Reservoir ausfließende Wassermasse m als ganz auf die Schaufeln wirkend annehmen. Der Stoß rührt nur von der Masse m' des Wasserprismas her, welches die benetzte Fläche A' einer Schaufel zur Basis und die Geschwindigkeit v des Stromes zur Länge hat. Wenn aber $A'v = X'$ Cubikmeter ist, so hat man:

$$m' = \frac{1000^{kg}X'}{g}, \frac{m'}{m} = \frac{X'}{X} = \frac{A'v}{Av} = \frac{A'}{A},$$

worin A der gerade und benetzte Umfang des Gerinnes in Quadratmetern ist und woraus $m' = \frac{A'}{A}m$ folgt. Den zweiten Theil dieser letzten Gleichung muß man für m in unsere theoretischen Formeln substituiren, wodurch sie sich in

$$Qv' = \frac{A'}{A}m(v-v')v' \text{ und } Q = \frac{A'}{A}m(v-v')$$

verwandeln.

Christian hat durch das Experiment bewiesen, daß die Geschwindigkeit des Rades, welche sich auf das Maximum des Effectes bezieht, auch in diesem Falle durch die Gleichung:

$$v' = 0{,}4\,v$$

ausgedrückt wird, und das für diese Geschwindigkeit die theoretischen Werthe von Qv' und von Q mit **0,75** multiplicirt werden müssen. Wenn man folglich die Bedingung des Maximums des Effectes erfüllt hat, so sind die anzuwendenden Formeln:

$$Qv' = 0{,}75\,\frac{A'}{A}\,m(v-v')v' \text{ und } Q = 0{,}75\,\frac{A'}{A}\,m(v-v').$$

Wenn man jedoch $v' \gtrless 0{,}4v$ hat, so ist der erforderliche Coefficient wie vorhin **0,6**, und die Formeln verwandeln sich in:

$$Qv' = 0{,}6\,\frac{A'}{A}\,m(v-v')v', \quad Q = 0{,}6\,\frac{A'}{A}\,m(v-v').$$

§. **169.** Wir wollen annehmen, daß man die Quantität Arbeit und die Kraft bestimmen wollte, deren ein unterschlächtiges Wasserrad mit ebenen Schaufeln fähig ist, welches von einem Wasserstrome bewegt wird, dessen Geschwindigkeit $= 5^m,07$ ist und welcher $0^{mc},2166$ Wasser in der Secunde liefert. Dieses Rad macht **17** Umdrehungen in $1'$; der von der Axe der Welle bis zur Mitte einer Schaufel genommene Halbmesser desselben ist $= 1^m,8$, und der Zwischenraum in dem Gerinne ist $= 0^m,02$.

Zuerst muß man die Geschwindigkeit in dem Punkte suchen, in welchem der Stoß concentrirt angenommen wird. Dieser Punkt durchläuft bei jeder Umdrehung einen Weg von $2 \times 3{,}1416 \times 1^m,8 = 11^m,30976$; der in $1'$ zurückgelegte Weg ist $= 11^m,30976 \times 17 = 192^m,26592$, und für $1''$ hat man:

$$v' = \frac{192^m,26592}{60} = 3^m,204432.$$

Die in derselben Zeit ausgeflossene Wassermasse ist gleich:

$$m = \frac{1000^{kg}\,X}{g} = \frac{1000^{kg} \times 0{,}2166}{9^m,81} = \frac{216^{kg},6}{9^m,81} = 22{,}08;$$

folglich:

$$Q = 0{,}6m(v-v') = 0{,}6 \times 22{,}08\,(5^m,07 - 3^m,204) = 24^{kg},73,$$

und:

$$Qv' = 0{,}6m(v-v')v' = 24^{kg},73 \times 3^m,204 = 79^k,235.$$

Wir wollen einen sehr nahe an dem tiefsten Punkte des Rades liegenden geneigten Schütz annehmen. Die Reibung an den Seitenwänden des Gerinnes kann vernachlässigt und die Geschwindigkeit $5^m,07$ als von der ganzen Druckhöhe herrührend angenommen werden. Alsdann ist das Wasser in jeder Secunde einer Quantität Arbeit:

$$T = \frac{1000^{kg}\,Xv^2}{2g} = \frac{1000^{kg} \times 0{,}2166 \times (5^m,07)^2}{19^m,62} = 288^k,873$$

fähig, und die Arbeit des Rades beträgt näherungsweise **0,274** von der, welche der Beweger leisten kann.

Wenn der normal auf dem Wasser gemessene Spielraum unter

der Schaufel $\frac{1}{8}$ der ganzen Höhe h des Querschnittes Wasserprismas, und der Seitenspielraum $\frac{1}{10}$ von der Breite l des Gerinnes betrüge, so hätte man für die Höhe des benetzten Theiles der Schaufel $h' = h - \frac{1}{8}h = \frac{7}{8}h$, für die Länge $l' = l - \frac{1}{10}l = \frac{9}{10}l$, für die gestoßene Fläche $A' = l'h' = \frac{9}{10}l \times \frac{7}{8}h = \frac{63}{80}lh$, und da lh die durch A bezeichnete Oberfläche ist, so hätte man auch $\frac{A'}{A} = \frac{63}{80}$; folglich müßte man in dem vorliegenden Falle, wo auf jeder Seite der Schaufel der Spielraum mehr als $0^m,02$ beträgt, die vorhin für Q und Qv' erhaltenen Werthe mit $\frac{63}{80}$ multipliciren, so daß man:

$$Q = 24^{kg},73 \times \frac{63}{80} = 19^{kg},475$$

und:

$$Qv' = 79^{kg},235 \times \frac{63}{80} = 62^{k},4$$

erhielte.

Unterschlächtige Wasserräder mit krummen Schaufeln.

§. **170.** Die Wasserräder mit krummen oder cylindrischen Schaufeln sind von Poncelet angegeben. Derselbe hat bei der Construction der Räder und der Theile, welche dazu gehören, alle Resultate vereinigt, welche bis jetzt durch die Theorie und die Erfahrung geboten sind, um die Kraft des Wassers zu öconomisiren. Zuerst wollen wir sehen, wie das Profil einer Schaufel bestimmt wird; die Hauptzwecke seiner Construction sind, die Wirkung des Wassers auf das Rad zu verlängern, die Ausströmung des Wassers, welches seinen Effect hervorgebracht hat, leicht und schnell zu machen, und den Stoß zu verhindern.

Es seien AB der Grund des Gerinnes (Fig. 6 Taf. III), CD der mittlere Strahl des Wassers, EF, GH die äußere und innere Kante eines Kranzes. Im Durchschnittspunkte D der Fläche CD und des äußern Kreises EF errichtet man eine Normale auf dem Wasserstrome, und aus dem Punkte I, wo dieselbe den innern Kreis GH durchschneidet, beschreibt man mit dem Halbmesser ID einen Kreisbogen DK. Dieser Bogen ist die erzeugende Curve der cylindrischen Fläche der Schaufel.

Wenn die Kränze aber eine bedeutende Breite hätten, so müßte man den Mittelpunkt I unterhalb der runden Kante GH nehmen, jedoch immer auf dem Perpendikel DI; wenn die Kränze im Gegentheil nahe zusammen ständen, so müßte der Mittelpunkt I oberhalb des Kreises GH genommen werden. In jedem Falle muß man denselben so wählen, daß der Bogen DK die Linie CD berührt und senkrecht auf dem Kreise GH steht, damit das Wasser, welches über die Schaufel fließen kann, von dem tiefsten Punkte aus vertical in die Höhe steigt, und sogleich wieder auf der krummen Fläche herabfällt. Nun wollen wir den kleinsten Halbmesser OH von D nach L auf den mittlern Strahl tragen und DK parallel zu LO ziehen. Der Halbmesser OK schneidet die Verlänge-

rung von LD in einem Punkte M von solcher Beschaffenheit, daß wegen $LD=OK$ auch $MD=MK$ ist. Wenn man also von M ein Perpendikel auf DK fällt, so schneidet dasselbe die Linie DI in einem, gleich weit von D und K abstehenden Punkte I'; der aus I' mit $I'D$ beschriebene Kreis geht durch K und berührt OM weil der Winkel $I'KM$, so wie $I'DM$, ein rechter ist.

Die Anzahl der Schaufeln, so wie ihre Entfernung, hängt von der Größe des Halbmessers des Rades und der Wassermenge ab, welche dasselbe aufnehmen muß. Wenn der Durchmesser **3** bis **4** Meter beträgt, so sind **36** Schaufeln erforderlich, und noch mehr, wenn der Wasserstrom schwach ist. Wenn der Durchmesser **6** oder **7** Metern beträgt, so muß man wenigstens **48** Schaufeln nehmen.

Damit das heranströmende Wasser nicht über den obern Rand der Schaufeln fließt, oder damit nur wenig Wasser verloren geht, muß die zu dem Bogen DK des Profiles gehörige Sehne zu der Druckhöhe über der Sohle der Ausflußöffnung im Verhältniß stehen, und da diese Sehne von der Breite der Kränze abhängt, so ist eine Differenz der Halbmesser der Kreise EF, GH von $0^m,35$ bis $0^m,4$ erforderlich, wenn die Druckhöhe blos $0^m,8$ beträgt, nähert sich dieselbe aber 2^m, so muß die Differenz dieser Halbmesser wenigstens $0^m,6$ betragen.

§. **171.** Die Construction der Schaufeln und Kränze bietet übrigens keine Schwierigkeit dar. Die erstern können aus kleinen eichenen Brettern gemacht, wie die ebenen Faßdauben verbunden, und in kreisförmigen Nuthen befestigt werden, welche auf der innern Seite der Radkränze sitzen, oder man nagelt dieselben auf kreisförmigen Leisten fest, welche die Stelle der Nuthen vertreten. Ohne Zweifel ist es jedoch besser, statt der hölzernen Schaufeln diese aus Blech zu machen, weil das Rad alsdann weniger Reparaturen erfordert; wenn jedoch die Schaufeln geringerer Kosten wegen aus Holz verfertigt werden, so ist es wenigstens erforderlich, sie an der äußern Kante mit einem **6** bis **8** Centimeter breiten Streifen aus Blech zu beschlagen, weil diese Kante eine sehr dünne Schneide bilden muß, um den Stoß des Wassers so viel wie möglich gleich Null zu machen.

In Beziehung auf die Dauerhaftigkeit würde es vortheilhaft sein, die Kränze aus Gußeisen zu machen; jedoch sind sie auch sehr leicht aus Holz zu verfertigen. Jeder dieser Theile besteht alsdann aus zwei Kranzringen, welche mit den Armen auf halbes Holz mittelst des Schwalbenschwanzes ohne Nägel so verbunden sind, daß die innern Flächen der aufeinandergesetzten Theile eine einzige verticale Ebene bilden. Die Kränze müssen eine Stärke von $0^m,054$ und eine Breite von $0^m,162$ bis $0^m,189$ haben. Der Zwischenraum der beiden Ringe eines Kranzes wird mit $0^m,27$ bis $0^m,034$ starken Bohlen ausgefüllt, welche mit den Ringen und den Armen auf der innern Fläche von Zeit zu Zeit mit Pflöcken verbunden sind, und so lang sind, daß sie durch die ganze Verbindung dieser Theile gehen. Endlich ist es gut, das Auseinandergehen beider Kränze durch lange

Bolzen zu verhindern, welche beide mit einander verbinden, obgleich in dem Ponceletschen Rade das Wasser fast blos gegen die Schaufeln und sehr wenig gegen die innern verticalen Seitenflächen drückt.

§. **172.** Das Intervall zwischen diesen Flächen, oder die Länge der Schaufeln ist ungefähr $0^m,06$ größer, als die Breite des Gerinnes, damit das Wasser beim Ausströmen nicht gegen die Kränze stößt. Hieraus ergiebt sich natürlich, daß die Seitenwände des Gerinnes an jeder Seite um die Räume ABC, $A'B'C'$ (Fig. 7 Taf. III) zurücktreten müssen, damit das Rad darin bleiben und sich frei bewegen kann. Die Tiefe AB derselben, in horizontaler Richtung gemessen, kann nicht geringer als $0^m,18$ sein, damit die Schaufeln an beiden Enden um $0^m,03$ verdeckt sind, jeder $0^m,19$ dicke Kranz vor dem Stoße gesichert ist, und auf jeder Seite noch ein Spielraum von $0^m,06$ übrig bleibt. Was den zwischen diesen Erweiterungen und der äußern Peripherie der Radkränze nothwendigen Spielraum anbetrifft, so kann man denselben auf $0^m,3$ reduciren, woraus folgt, daß der zur Zeichnung des Profiles der beiden Erweiterungen nothwendige Halbmesser blos $0^m,03$ größer ist, als der größte Halbmesser des Rades.

Der Boden AB des Gerinnes vor dem Rade (Fig. 8) ist parallel zu einer Ebene CD, welche das Rad berührt, und $\frac{1}{15}$ oder höchstens $\frac{1}{10}$ geneigt ist. Das Intervall zwischen beiden Ebenen, oder der Spielraum beträgt für schmiede- oder gußeiserne Räder $0^m,01$, und für hölzerne Räder $0^m,02$, weil die letztern immer nicht so sorgfältig ausgeführt werden können, als die erstern, und weil sie der Natur ihres Materiales zu folge eher Biegungen und Formveränderungen unterworfen sind.

Unterhalb des Berührungspunktes D der parallelen Ebene wird der Boden des Gerinnes cylindrisch, und geht concentrisch um einen Bogen DE des Rades herum, welcher **5** bis **6** Millimeter länger ist, als der Raum, welcher zwei aufeinanderfolgende Schaufeln von einander trennt. Der Spielraum dieses gekrümmten Theiles ist dem des ebenen gleich. Aus dieser Einrichtung geht offenbar hervor, daß das Wasser, ungeachtet der Schwere und der Centrifugalkraft, während der ganzen Zeit auf der Schaufel bleibt, welche das Rad gebraucht, um einen Bogen zu durchlaufen, welcher zwischen zwei auf einanderfolgenden Schaufeln liegt.

Am Ende des cylindrischen Theiles hat der Grund des Gerinnes plötzlich einen Absatz, damit das aus den Schaufeln geflossene Wasser die Bewegung des Rades nicht hindert. Die Höhe desselben muß mit der Breite, welche das Gerinne daselbst hat, so combinirt werden, daß das Niveau des Wassers im gewöhnlichen Zustande etwas niedriger liegt, als die Kante des cylindrischen Theiles. Da hierdurch jedoch die gesammte Fallhöhe verringert wird, so muß man diesen Absatz so niedrig als möglich machen. Aus demselben Grunde darf der Abflußcanal nur das gerade nothwendige Gefälle haben.

§. **173.** Nach dem, was wir über die Zeichnung der Schaufeln und des Gerinnes gesagt haben, kann die Theorie des Ponceletschen Wasserrades auf die Voraussetzung basirt werden, daß das Wasser seine Wirkung ohne einen Stoß verrichtet, oder daß gar kein Verlust an Geschwindigkeit vorhanden ist. Wenn v die Geschwindigkeit des Wassers in dem Punkte ist, wo dasselbe den vordern Rand einer Schaufel berührt, und v' die Geschwindigkeit dieses Randes selbst; so steigt das Wasser auf der cylindrischen Fläche mit einer Geschwindigkeit $v-v'$. Jedoch steigt dasselbe nicht zu der dieser Geschwindigkeit zugehörigen Höhe, weil die Centrifugalkraft in Verbindung mit der Schwere dagegen wirkt. Nachdem diese beiden Kräfte die Geschwindigkeit $v-v'$ vernichtet haben, geben sie dem Wasser dieselbe Geschwindigkeit wieder, indem sie dasselbe nöthigen, von der Schaufel herunter zu fließen; so daß die Austrittsgeschwindigkeit der Eintrittsgeschwindigkeit gleich sein würde, wenn das Rad in entgegengesetztem Sinne nicht eine Geschwindigkeit v' besäße. Wegen dieses Umstandes erfolgt der Ausfluß unter der Geschwindigkeit $(v-v')-v'=v-2v'$, und das Wasser behält eine Quantität Arbeit $=\frac{m(v-2v')^2}{2}$. Da die, deren es bei seinem Eintritte in die Schaufel fähig war, gleich $\frac{mv^2}{2}$ ist, so hat man für die auf dem Rade verbrauchte Quantität Arbeit, oder für die Arbeit, welche das Rad in einer Secunde liefern kann, den Ausdruck:

$$Qv'=\frac{mv^2}{2}-\frac{m(v-2v')^2}{2}=2m(v-v')v'.$$

§. **174.** Der der größten Leistung entsprechende Werth von v' wird offenbar durch die Bedingung bestimmt, daß das Wasser, ehe es von dem Rade fällt, seine ganze Geschwindigkeit verloren hat, woraus $v-2v'=0$ und $v'=\frac{v}{2}$ folgt. Die Differentiation des Werthes von Qv' würde außerdem zu demselben Resultate führen. Also ist bei den unterschlächtigen Wasserrädern mit krummen, wie bei denen mit geraden Schaufeln die Geschwindigkeit, welche der Theorie zufolge dem größten Effecte entspricht, der halben Geschwindigkeit des Wassers gleich; jedoch würden die erstern Räder bei einer solchen Geschwindigkeit alle Quantität Wirkung des Bewegers wieder hervorbringen, während die zweiten nur die Hälfte davon geben (§. **166**). Wenn man $v'=\frac{v}{2}$ annimmt, so erhält man in diesem Falle:

$$Qv'=\frac{mv^2}{2}.$$

Jedoch ist zu bemerken, daß die Erfahrung nicht ganz mit diesen

theoretischen Resultaten übereinstimmt. Diese zeigt, daß die Geschwindigkeit des Rades für das wirkliche Maximum $\frac{v}{2}$ überschreitet, ohne jedoch größer als $0{,}55v$ zu werden. Wenn die Wassermenge bedeutend ist, so kann man v' bis $0{,}6v$ vermehren, ohne daß die Quantität Arbeit dadurch merklich verändert wird, und hierin liegt ein großer Vortheil, wenn das Rad Maschinen in Bewegung setzt, welche sehr schnell gehen müssen.

§. **175.** Die Bestimmung der Leistung eines Rades mit krummen Schaufeln variirt in der Praxis mit der der Geschwindigkeit v zugehörigen Druckhöhe und der Größe der Oeffnung. Wenn die der Geschwindigkeit v zugehörige Höhe die Größe 2^m überschreitet und die Oeffnung eine geringe Oberfläche von $0^{mm},012$ bis $0^{mm},08$ darbietet, so beträgt die von dem Rade hervorgebrachte Quantität Arbeit **0,65** von dem theoretischen Werthe von Qv', so daß man:

$$Qv' = 0{,}65 \times 2m(v - v')v' = 1{,}3m(v - v')v',$$

oder wenn man mit X die Anzahl der verbrauchten Cubikmeter Wasser bezeichnet:

$$Qv' = 1{,}3\frac{1000^{kg}\,X}{g}(v - v')v' = 132{,}52X(v - v')v'$$

hat.

Wenn die zu v gehörige Höhe die Größe $1^m,5$ nicht überschreitet, und wenn der Schütz die Oeffnung **20** bis **30** Centimeter frei macht, so beträgt die Quantität Wirkung des Rades **0,75** von dem theoretischen Werthe von Qv', und es ist:

$$Qv' = 0{,}75 \times 2m(v - v')v' = 1{,}5m(v - v')v',$$

oder:

$$Qv' = 1{,}5\frac{1000^{kg}\,X}{g}(v - v')v' = 152{,}9X(v - v')v'.$$

In den ersten beiden Fälle beträgt also der größte Effect des Rades **0,65** von dem, dessen das bewegende Wasser fähig ist, und im zweiten **0,75**, so daß man als mittlern Werth **0,7** betrachten, und als factisch annehmen kann, daß derselbe wenigstens das Doppelte von dem beträgt, welchen die unterschlächtigen Wasserräder mit ebenen Schaufeln liefern, die sich in denselben Umständen befinden.

§. **176.** Wir wollen die vorhin angewendeten Data für die unterschlächtigen Wasserräder, nämlich:

$$v = 5^m,07,\quad X = 0^{mc},2166,\quad v' = 3^m,204$$

annehmen. Diese letzte Geschwindigkeit ist die des äußern Randes der Schaufel, und um sie aus der Anzahl der Umdrehungen abzuleiten, muß man die Länge des Halbmessers von diesem Rande bis zur Axe des Rades messen.

Da wir in §. 161 für ein Gerinne bei einer Druckhöhe $h=1^m,4$ und einer Höhe der Oeffnung $h-h'=0^m,18$ eine Wassermenge $X=0^{mc},255$ gefunden haben, so können wir annehmen, daß diese Höhen hier fast dieselben Werthe haben, und es ergiebt sich, daß man die Formel:

$$Qv'=152,9X(v-v')v'$$

anwenden muß, woraus folgt:

$$Qv'=152,9\times0,2166(5^m,07-3^m,204)3^m,204=198^k.$$

Für den auf den größten Halbmesser bezogenen Werth des Effectes des Rades findet man:

$$Q=152,9X(v-v')=152,9\times0,2166(5^m,07-3^m,204)=61^{kg},798.$$

Für $v'=5^m,07\times0,55=2^m,79$ erreicht dieser Effect seinen größten Werth:

$$Qv'=152,9\times0,2166(5^m,07-2^m,79)2^m,79=210^k,67,$$

eine Zahl, welche nicht sehr von 198^k verschieden ist. Mithin kann die Geschwindigkeit des Rades um $3^m,204-2^m,79=0^m,414$ vergrößert werden, ohne daß eine beträchtliche Verminderung in der Quantität Arbeit erfolgt.

Die Quantität Arbeit, deren das Wasser in dem Augenblicke fähig ist, wo es auf die Schaufeln tritt (§. 155), ist:

$$T=1000^{kg}XH=1000^{kg}\times0,2166\times1,^m4=303^k,24,$$

weil bei einem sehr nahe an der Erweiterung des Gerinnes liegenden geneigten Schütze der gesammte Fall wenig von der Entfernung $1^m,4$ des Niveaus in dem Reservoir von den Boden der Oeffnung verschieden ist. Folglich liefert ein Wasserrad mit krummen Schaufeln

$$\frac{198^k}{303^k,24}=0,653$$

von der Arbeit, während diese Zahl bei den Rädern mit ebenen Schaufeln nur gleich 0,274 ist, woraus hervorgeht, daß der Effect im ersten Falle mehr als das Doppelte von dem des zweiten beträgt.

Freihängende Räder.

§. 177. Die eben betrachteten Arten von Rädern nehmen fast die ganze Breite und Tiefe des Wassers ein, welches ihnen das

Gerinne zuführt; allein es giebt eine Art unterschlächtiger Wasserräder, deren ebene Schaufeln eine viel geringere Länge und Höhe haben als diese beiden Dimensionen des Bewegers. Die Welle des Rades ruht auf zwei in den Grund des Flusses gerammten Pilotten, oder auf zwei verkuppelten und verankerten Schiffen, oder auch nur auf einem Schiffe, durch welches dieselbe hindurch geht. In diesem letzten Falle hängt das Rad gewissermaßen an dem einen Ende der Welle, und hiervon werden alle hydraulischen Receptoren, welche keine Gerinne haben, hängende Räder genannt.

Die Schaufeln sind **3** bis **4** Meter lang und **4** bis **8** Decimeter hoch, oder im Allgemeinen variirt ihre Höhe zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ des größten Halbmessers des Rades. Da dieser Halbmesser in seiner untern verticalen Lage ohne Nachtheil auf $\frac{1}{8}$ seiner Länge ins Wasser tauchen kann, so giebt es Fälle, wo die Schaufeln ganz und gar ins Wasser eingetaucht sind. Jedoch ist es besser, sie nur zum Theil eintauchen zu lassen, weil man sonst nicht die Schicht erreichen kann, worin das Wasser seine größte Geschwindigkeit beitzt. Außerdem müssen sie gegen die correspondirende diametrale Ebene etwas nach vorn geneigt sein, welches jedoch nicht über **27°** bis **30°** sein darf, und an beiden Enden einen **5** bis **10** Centimeter vor der gestoßenen Fläche hervortretenden Rand haben, damit das Wasser nicht so leicht seitwärts ausgleiten und dem Stoße ausweichen kann, welchen dasselbe ausüben soll.

Die größte Anzahl von den wirklich construirten hängenden Rädern haben blos **12** Schaufeln; nach der Erfahrung und den Berechnungen von Bossut ist es jedoch vortheilhafter, denselben **18** Schaufeln zu geben, und man kann sogar bis zu **24** gehen, wenn man sie nur so weit von einander entfernt, daß der auf dem größten Kreise abgeschnittene Bogen ihrer Höhe gleich ist. Diese Angabe ist dem sehr allgemein verbreiteten Vorurtheile zuwider, daß ein Effectsverlust vorhanden wäre, wenn das Wasser auf mehrere Schaufeln zugleich wirkt, oder wenn eine Schaufel eine andere verdeckt. Jedoch hat Deparcieux gezeigt, daß diese auch noch einen gewissen Druck erfährt, und daß der günstigste Umstand für die Wirkung nicht der ist, wenn die gestoßene Schaufel senkrecht auf dem Wasserstrome ist, wie viele glauben, sondern der, wenn zwei auf einander folgende Schaufeln zugleich eintauchen.

§. **178.** Wenn die Geschwindigkeit v, welche das Wasser an der Oberfläche hat, auch die Geschwindigkeit aller Fäden wäre, welche die Fläche A einer auf ihren Richtungen senkrechten Schaufel treffen, so würde Av das in Cubikmetern angegebene Volumen Wasser sein, welches diese Schaufel in jeder Secunde erhielte. Dieses Volumen würde $1000^{kg} Av$ wiegen, und eine Masse $\frac{1000^{kg} Av}{g}$ enthalten, und man würde nach §. **165** für den im Mittelpunkte von A gegen das Rad ausgeübten Druck haben:

$$Q = \frac{1000^{kg} Av}{g}(v - v'),$$

wenn man durch v' die Geschwindigkeit des mittlern Theiles der benetzten Fläche der Schaufel bezeichnete.

Die in Lyon von Poncelet an den Mühlen auf der Rhone gemachten Versuche haben gezeigt, daß **0,8** des hypothetischen Werthes von Q mit hinreichender Genauigkeit den wirklichen Effect eines hängenden Rades angiebt, so daß man folglich für diese Kraft die Formel:

$$Q = 0{,}8\,\frac{1000^{kg}\,Av}{g}\,(v - v') = 81{,}55\,Av\,(v - v'),$$

und für die Quantität Wirkung, deren das Rad in der Secunde fähig ist, die Formel:

$$Qv' = 81{,}55\,Av\,(v - v')\,v'$$

annehmen kann.

§. **179.** Die Erfahrung hat auch gezeigt, daß der vortheilhafteste Werth von v' zwischen $\frac{v}{3}$ und $\frac{v}{2}$ liegt. Die Bedingung für das Maximum der Arbeit ist folglich näherungsweise $v' = 0{,}4\,v$, wie für die Räder mit ebenen Schaufeln, welche sich in einem Gerinne bewegen (§. **165**).

§. **180.** Wir wollen annehmen, daß bei einem hängenden Rade die Entfernung der Axe von der Mitte des benetzten Theiles einer untern verticalen Schaufel $1^m,5$ betrage, und daß dasselbe in der Minute **4,77** Umdrehungen macht. Ferner sei die eingetauchte Fläche A der auf dem Strome senkrechten Schaufel $= 1^{mm},85$ und die Geschwindigkeit an der Oberfläche $v = 1^m,87$.

Alsdann haben wir:

$$v' = \frac{2 \times 3{,}1416 \times 1^m,5 \times 4{,}77}{60''} = 0^m,749 \text{ und } \frac{v'}{v} = \frac{0{,}749}{1{,}87} = 0{,}4,$$

woraus hervorgeht, daß die Bewegung für die größt möglichste Arbeit regulirt ist. Alsdann ergiebt sich für die Kraft des Rades am Ende des Halbmessers $1^m,5$:

$$Q = 81^{kg},55 \times 1,85 \times 1,87\,(1,87 - 0,749) = 316^{kg},25,$$

und für die Quantität Arbeit, welche das Rad in der Secunde liefern kann.

$$Qv' = 316^{kg},25 \times 0^m,749 = 236^{kg},87.$$

Nun ist aber nach §. **150** die mittlere Geschwindigkeit des Stromes

$$u = 0{,}8\,v = 0{,}8 \times 1^m,87 = 1^m,496,$$

und die Arbeit, welche derselbe in jeder Secunde leisten kann, ist nach §. **156**:

$$T = \frac{1000^{kg}\,X}{g} \times \frac{u^2}{2} = \frac{1000^{kg} \times 1{,}85 \times 1{,}496}{9^m{,}81} \times \frac{(1^m{,}496)^2}{2} = 315^k\ 69,$$

woraus folgt, daß ein hängendes Rad höchstens 0,75 von der Kraft des Bewegers aufnimmt.

Mittelschlächtige oder rückenschlächtige Wasserräder.

§. 181. Zu den mittelschlächtigen Wasserrädern rechnet man alle jene Räder, welche das Wasser viel höher aufnehmen, als die unterschlächtigen, ohne daß dieses jedoch an ihrem obern Theile ist. Gewöhnlich liegt ihre Axe *A* (Fig. 9 Taf. III.) um den dritten Theil des Halbmessers über der Ausflußschwelle der Oeffnung. Die Schaufeln sind flach und bilden diametrale Ebenen. Zuweilen sind die Kränze auf der Seite der Axe verschaalt; jedoch muß man alsdann unter jeder Schaufel eine $0^m{,}05$ breite Oeffnung anbringen, um den Austritt der Luft zu erleichtern. Das Gerinne umgiebt das Rad von dem Eintritte des Wassers bis zu dem tiefsten Punkte. Der Grund desselben bildet eine cylindrische Fläche, die mit der äußern Peripherie concentrisch ist und einen Spielraum von $0^m{,}01$ darbietet. Der Boden des Reservoires ist mit dem des Gerinnes durch eine krumme Fläche *BD* verbunden, und letzteres endigt in der verticalen Ebene der Axe des Rades plötzlich in einen Absatz *C*, welcher das Abfließen des Wassers bezweckt, nachdem es seine Wirkung verrichtet hat, ohne der Bewegung des Rades hinderlich zu sein.

Als eine Eigenthümlichkeit der mittelschlächtigen Räder ist der Umstand zu betrachten, daß das Wasserquantum, welches die von zwei auf einander folgenden durch den Wasserstrom gehenden Schaufeln gebildete Zelle aufnehmen kann, bei einer Seitenöffnung höchstens $\frac{2}{3}$ der Capacität desselben, bei einem Ueberfalle aber die Hälfte betragen darf, weil über diese Grenze hinaus ein Theil des Wassers aus der Zelle herausfließt.

Es sei *R* die Entfernung der Mitte einer Schaufel von der Axe, welche Entfernung man den mittlern Halbmesser des Rades nennt, l' die Länge der Schaufeln, r der Halbmesser der innern Verschaalung, e die auf dem Kreise $2\pi R$ gemessene Entfernung zweier auf einander folgender Schaufeln. Die Fläche einer Schaufel ist $= 2(R-r)\,l'$, und die Capacität einer Zelle gleich:

$$2\,(R-r)\,l'\,.\,e.$$

Da nun das in 1″ verbrauchte Wasserquantum **X** fast ganz während derselben Zeit von dem Rade aufgenommen wird, wenn der Spielraum sehr gering ist, so wird, wenn man durch v' die am Ende des Halbmessers *R* stattfindende Geschwindigkeit bezeichnet, v' der Bogen des Kreises $2\pi R$ sein, durch welchen das Wasservolumen eintritt. Das von jedem Meter dieses Bogens

aufgenommene Volumen ist folglich $\frac{X}{v'}$, und das welches durch den Bogen e oder jede Zelle v' aufgenommen wird, $= \frac{X}{v'} e$.

Für den Fall einer Seitenöffnung darf also höchstens

$$\frac{X}{v'} e = \tfrac{2}{3} \times 2(R-r)\, l' . e, \text{ oder } X = \tfrac{2}{3} \times 2(R-r)\, l' v',$$

und für einen Ueberfall:

$$X = \tfrac{1}{2} \times 2(R-r)\, l' v'.$$

d. h. $\frac{2}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ von der Capacität betragen, welche das gesammte Volumen X aufnimmt.

Da v' durch andere Betrachtungen bestimmt und $l' = l + 0^m,1$ ist, wenn man durch l die Breite der Oeffnung, oder des Ueberfalles bezeichnet, so giebt der Werth von X die untere Grenze der Breite $2(R-r)$ der Schaufeln, indem e willkührlich bleibt. Was die obere Grenze von $2(R-r)$ betrifft, so ist sie gewöhnlich $0^m,5$.

Es ist außerdem einleuchtend, daß man, wenn es sich um die Einrichtung einer Maschine handelt, von der noch kein Theil construirt ist, der Bedingung der Capacität dadurch genügen kann, daß man l' und v' variiren läßt.

Der größte Halbmesser des Rades darf niemals kleiner sein, als der ganze Fall. Wenn man denselben folglich nach dieser Bedingung, nach der Localität und der Anzahl der Umdrehungen bestimmt hat, welche das Rad in der Minute machen soll, so zieht man $2(R-r)$ davon ab, um den Halbmesser der innern Verschaalung zu erhalten, und das Mittel zwischen beiden giebt den Halbmesser R.

Da e unbestimmt bleibt, so ist dasselbe auch mit der Entfernung der Schaufeln auf dem größten Umfange des Rades der Fall. Zur Erleichterung der Construction nimmt man dieselbe $= 2(R-r)$, woraus alsdann die Anzahl der Schaufeln folgt.

§. 182. Wir wollen nun zur Theorie der mittelschlächtigen Wasserräder übergehen, und vorerst annehmen, daß die Masse m des in $1''$ aus dem Reservoir geflossenen Wassers die erste Schaufel senkrecht trifft, so folgt hieraus, daß das Wasser demselben wie bei den unterschlächtigen Wasserrädern (§. 165), eine Quantität Wirkung $= m(v-v')\, v'$ ertheilt, und da die Schaufeln ununterbrochen auf einander folgen, so kann das mittelschlächtige Wasserrad in der Secunde beständig eine Quantität Arbeit $= m(v-v')v'$ liefern.

Ist das Wasser jedoch erst einmal zwischen die Schaufeln eingeflossen, so preßt es die untere Fläche der Zelle bis zu dem Absatze, und bezeichnen wir durch H die Höhe, von welcher es von seinem Eintritte bis zu seinem Austritte herabsteigt, so verrichtet die in der Zelle herabsteigende Wassermasse m eine Arbeit mgH. Folglich hat diese Masse in dem Momente, wo sie das Rad verläßt, die Quantität Wirkung um mgH vergrößert. Da

sich nun diese Vermehrung in jeder Secunde wiederholt, weil m in dieser Zeit zu- und abfließt, so ist das Rad also beständig einer Quantität Arbeit

$$m(v-v')v' + mgH$$

in jeder Secunde fähig, und man erhält die Gleichung:

$$Qv' = m(v-v')v' + mgH.$$

Differentiirt man in Beziehung auf v', so erhält man:

$$\frac{dQv'}{dv'} = mv - 2mv',$$

woraus hervorgeht, daß das theoretische Maximum der Arbeit Qv' in der Secunde der Bedingung:

$$mv - 2mv' = 0 \text{ oder } v' = \frac{v}{2}$$

entspricht, wie bei den unterschlächtigen Wasserrädern (§. 165).

Für den Fall des Maximums hat die eingeströmte Wassermasse m also nur eine Geschwindigkeit $\frac{v}{2}$; mit dieser Geschwindigkeit verläßt sie das Rad, und da das Glied mgH unveränderlich ist, so wird der Theil ihrer Quantität Arbeit, welchen sie dem Receptor ertheilt, um so größer sein, je geringer die Eintrittsgeschwindigkeit, oder je kleiner die Druckhöhe über dem Mittelpunkte der Oeffnung ist.

Soll daher ein mittelschlächtiges Wasserrad den ganzen Effect des Bewegers hervorbringen, so müßte seine Geschwindigkeit sehr gering sein. Die Erfahrung lehrt jedoch, daß man sie bei hölzernen Rädern nicht geringer als 1 Meter, und bei eisernen nicht geringer als $0^m,6$ machen darf, wegen des in dem Spielraume zwischen dem Rade und Gerinne stattfindenden Wasserverlustes, dessen Verhältniß zu dem nützlich angewandten Wasser um so größer ist, je langsamer die Bewegung des Rades erfolgt.

Hieraus folgt, daß die Eintrittsgeschwindigkeit v ungefähr 2^m oder $1^m,2$ betragen müßte. Man erreicht dieses dadurch, daß man statt einer Oeffnung einen Ueberfall anwendet, welcher nur eine $0^m,3$ oder $0^m,2$ dicke Wasserschicht überströmen läßt. Wenn das Rad sehr kräftig sein muß, und eine bedeutende Wassermenge erfordert, so kann hieraus jedoch eine zu große Länge für die Schaufeln folgen, und in diesem Falle ist man genöthigt, einen Theil des Effectes des Bewegers dadurch aufzuopfern, daß man die Eintrittsgeschwindigkeit vergrößert. Jedoch kann die Länge der innern Verschaalung ohne Nachtheil 6^m bis 7^m betragen.

Wenn man die Geschwindigkeit v schicklich fixirt hat, so bestimmt man v' in der Praxis durch eine der beiden Relationen:

$$v' = 05v, v' = 0{,}7v,$$

so daß die Räume näherungsweise auf $\frac{2}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ gefüllt werden; denn v' kann zwischen $0{,}3v$ und v variiren, ohne daß die Arbeit des Rades um eine merkliche Größe variirt, und dieses rührt von dem großen Einflusse her, welchen das Glied mgH auf diese Arbeit hat, namentlich wenn das Wasser aus einem Ueberfalle fließt, weil alsdann die Höhe H größer ist, als bei einer Oeffnung.

§. **183.** Aus den Versuchen von Morin ergiebt sich, daß für ein mittelschlächtiges Wasserrad mit oder ohne innerer Verschaalung, bei dem sich bei einem Ausflusse aus einer Oeffnung die Zellen höchstens auf $\frac{2}{3}$ füllen, und dessen Geschwindigkeit diejenige, welche das Wasser bei seinem Eintritte hat, nicht oder nur sehr wenig überschreitet, die wirklich in jeder Secunde hervorgebrachte Arbeit durch die Formel

$$Qv' = 0{,}75\,[m(v-v')v' + mgH]$$

ausgedrückt wird, worin v' die Geschwindigkeit an dem größten Umfange des Rades, v die des mittlern Strahles in dem Punkte, wo derselbe diesen Umfang trifft, und H die Höhe des Durchschnittspunktes über dem untern Endpunkte des verticalen Halbmessers bezeichnet.

Wenn das Wasser über einen Ueberfall fließt, dessen Schwelle sehr nahe am Rade liegt, wenn sich die Räume höchstens bis zur Hälfte anfüllen, und wenn v' der oben ausgesprochenen Bedingung genügt, so hat man:

$$Qv' = 0{,}799\,[m(v-v')v' + mgH].$$

Da das Glied $m(v-v')v'$ immer dasselbe bleibt, wie die Höhe H auch beschaffen sein mag, so ist es offenbar vortheilhaft, ein unterschlächtiges Wasserrad so anzulegen, daß das Gerinne fast auf der ganzen Fallhöhe das Rad umgiebt.

Die beiden praktischen Formeln werden einfacher und leichter anwendbar, wenn man für m darin seinen Werth $\frac{1000^{kg}X}{g}$ substituirt. Sie verwandeln sich alsdann für den Ausfluß aus einer Oeffnung in:

$$Qv' = 750^{kg}X\left(\frac{v-v'}{g}v' + H\right)$$

und für einen Ueberfall in:

$$Qv' = 799^{kg}X\left(\frac{v-v'}{g}v' + H\right).$$

Wenn die Bedingung der Capacität nicht erfüllt ist, oder wenn die Geschwindigkeit des Rades viel größer, als die des Wassers ist, welches eine Centrifugalkraft hervorbringt, wodurch die Wirkung der Schwere verringert wird, so müssen die Coefficienten 750^{kg}, 799^{kg} durch 650^{kg} und 699^{kg} ersetzt werden, und wenn der Spielraum zwischen dem Rade und Gerinne mehr als $0^m,01$ beträgt, so muß man X durch das Verhältniß der Fläche einer Schaufel zu dem Querschnitte des Gerinnes multipliciren.

§. 184. Wenn das Wasser in schiefer Richtung auf die Schaufel stößt, so genügt es, um die Werthe von Qv' anwenden zu können, für die Geschwindigkeit v, welche, wie v', als tangential am Rade angenommen ist, $v\cos\alpha$ zu substituiren, wo α den Winkel bezeichnet, welcher von der Tangente an dem größten Kreise und der Tangente an der Trajectorie des mittlern Strahles (§. 145) in dem Punkte gebildet wird, wo sich diese beiden Curven schneiden. Es ist alsdann einleuchtend, daß die Geschwindigkeit v dieses Strahles in zwei andere zerlegt wird, wovon die eine $v\cos\alpha$ senkrecht auf der gestoßenen Schaufel, die andere $v\sin\alpha$ aber nach der Axe des Rades gerichtet ist. Für den Ausfluß aus einer Oeffnung hat man folglich:

$$Qv' = 750^{kg} X\left(\frac{v\cos\alpha - v'}{g}v' + H\right),$$

und für einen Ueberfall:

$$Qv' = 799^{kg} X\left(\frac{v\cos\alpha - v'}{g}v' + H\right).$$

Jedoch ist der Verlust an lebendiger Kraft, statt wie beim einfachen Stoße gleich $m(v-v')^2$ zu sein, gleich:

$$m(v\cos\alpha - v')^2 + mv^2\sin^2\alpha = m(v^2 - 2vv'\cos\alpha + v'^2).$$

§. 185. Wir wollen die Formel für den Ausfluß aus einer Seitenöffnung auf ein mittelschlächtiges Wasserrad anwenden, welches eine Sagemühle in dem Arsenal zu Metz treibt. Nach einer Aufnahme dieser Maschine hat sich $h = 1^m,35$, $h' = 1^m,138$, $h - h' = 0^m,212$, $l = 0^m,65$ ergeben, und da die Contraction auf 4 Seiten stattfindet, so hat man nach (§. 128) $C = 0,604$ zu nehmen. Es ist daher:

$$X = Cl(h-h')\sqrt{2g\frac{h+h'}{2}} =$$

$$0,604 \times 0^m,65 \times 0^m,212\sqrt{9^m,81(1^m,35 + 1^m,138)} = 0^{mc},411.$$

Der gerade Theil des Gerinnes ist so kurz, daß man nach (§. 143) die Geschwindigkeit im Anfangspunkte auch für die nehmen

kann, welche das Wasser bei seinem Eintritte in das Rad besitzt, und es ist:

$$v=\frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]}}=\frac{\sqrt{9^m,81\,(1^m,35+1^m,138)}}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{1}{0,604}-1\right)^2\right]}}=4^m,15.$$

Die Richtung des Stromes bildet mit der Normale auf der gestoßenen Schaufel einen Winkel von 10°, und man hat folglich:

$$Log\, v\cos\alpha = Log\, 4^m,15 + Log\cos 10^o = 0,6180481 + \bar{1},9933515$$
$$= 0,6113996 \text{ und } v\cos\alpha = 4^m,087.$$

Außerdem hat die Beobachtung ergeben:

$$v'=3^m,456, H=0^m,55,$$

und der Spielraum beträgt $\frac{1}{8}$ des Querschnittes des Gerinnes, oder vielmehr, das Verhältniß der Fläche einer Schaufel zu diesem Querschnittes ist $=\frac{7}{8}$.

Ehe wir die zur Berechnung der Quantität Arbeit anzuwendende Formel wählen, müssen wir untersuchen, ob das in $1''$ auf das Rad geleitete Wasserquantum größer oder kleiner als $\frac{2}{3}$ der Capicität ist, in welche es hineinströmt (§. 181). Es ist aber:

$$l'=0^m,6,\ R=1^m,82,\ r=1^m,685,$$

und:

$$\tfrac{2}{3}\times 2(R-r)l'v'=\tfrac{2}{3}\times 2(1^m,82-1^m,685)0^m,6\times 3^m,456=0^{mc},37.$$

Da diese Zahl größer als das wirklich in die Zellen eingeflossene Wasservolumen $0^{mc},411\times\frac{7}{8}=0^{mc},36$ ist, so hat man:

$$Q_{v'}=\tfrac{7}{8}\,750^{kg}\times 0,411\left(\frac{4^m,087-3^m,456}{9^m,81}3^m,456+0^m,55\right)=208^k,23,$$

und die Kraft, welche das Rad im Mittelpunkte der Schaufeln ausüben kann, ist:

$$Q=\frac{208^k,23}{3^m,456}=60^k,25.$$

Wegen der geringen Länge und der unbedeutenden Neigung, welche der von der Oeffnung nach dem Rade führende Theil des Gerinnes hat, ist die gesammte Fallhöhe sehr nahe gleich:

$$h+H=1^m,35+0^m,55=1^m,9.$$

Die Energie des Bewegers wird folglich nach (§. 155) ausgedrückt durch:

$$T = 1000^{kg} \times 0{,}411 \times 1^{m},9 = 780^{k},9$$

wovon das Rad nur **0,27** aufnimmt.

§. **186.** Als Anwendungsbeispiel für die sich auf einen Ueberfall beziehende Formel wollen wir die Arbeit und die Kraft eines Rades suchen, welcher ein gut construirtes mittelschlächtiges Rad von einem 2^m langen Halbmesser fähig ist, welches **9** Umdrehungen in der Minute macht und das Wasser $1^m,2$ über seinem tiefsten Punkte empfängt. Wir wollen für den Wasserstrom eine Breite von $4^m,5$ gleich der des Ueberfalles, und eine Dicke von $0^m,3$ annehmen, und die Schwelle $0^m,2$ über den Punkt legen, wo der mittlere Faden die äußere Peripherie des Rades trifft.

Aus (§. **127**) ergiebt sich zuvörderst für die Entfernung des Schwellers von dem Niveau in dem Reservoir

$$h = 1{,}25\, h' = 1{,}25 \times 0^m,3 = 0^m,375,$$

woraus $C = 0{,}39$ und

$$X = Clh\sqrt{2gh} = 0{,}39 \times 4^m,5 \times 0^m,375 \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,375} = 1^{mc},783$$

folgt. Die Geschwindigkeit des Rades ist:

$$v' = \frac{2 \times 3{,}1416 \times 2^m, \times 9}{60} = 1^m,885.$$

Die Höhe des Niveaus über dem Eintrittspunkte des mittlern Strahles ist:

$$H' = 0^m,375 + 0^m,2 = 0^m,575.$$

Wenn folglich die Wand dünn ist (§. **140**), so wird die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers

$$v = \sqrt{2gH'} = \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,575} = 3^m,36$$

und folglich:

$$Q\,v' = 799^{kg}\, X\left(\frac{v - v'}{g}\, v' + H\right) =$$

$$799^{kg} \times 1{,}783 \left(\frac{3^m,36 - 1^m,885}{9^m,81} 1^m,885 + 1^m,2\right) = 2108^k,43$$

oder

$$Q\,v' = \frac{2108^k,43}{75^k} = 28{,}11 \text{ Pferdekräften}$$

und $$Q = \frac{2108^{k},43}{1^{m},885} = 1118^{kg},5$$

sein. Nun ist aber der gesammte Fall:

$$H' + H = 0^{m},575 + 1^{m},2 = 1^{m},775.$$

Die Quantität Wirkung, welche der Strom in der Secunde liefern kann, ist folglich:

$$1000^{kg} \times 1,783 \times 1^{m},775 = 3164^{k},825,$$

wovon das Rad **0,666** überträgt, ein Verhältniß, welches etwas größer ist, als das, welches in (§. **176**) für ein unterschlächtiges Wasserrad mit krummen Schaufeln gefunden ist.

Oberschlächtiche Wasserräder.

§. **187.** Die oberschlächtigen Wasserräder bestehen aus zwei ähnlichen Kränzen wie die Räder mit cylindrischen Schaufeln; aber die innern kreisförmigen Kanten dieser Kränze sind ganz verschaalt und bilden eine Trommel, welche keine Oeffnung hat und jeden Durchgang des Wassers hindert. Sie bildet die hintern Flächen *AD* einer gewissen Anzahl von Zellen, welche zur Aufnahme des Wassers dienen (Fig. **10** Taf. **III**). Die Seitenflächen dieser Zellen bilden die beiden Kränze. Der Grund *AB*, welcher in einer diametralen Ebene des Rades liegt, hat eine Breite, die der Hälfte von der des Kranzes gleich ist. Eine fünfte Fläche *BC*, welche die vordere genannt wird, bildet mit der Tangente *CE* an dem größten Kreise einen Winkel von **30°** oder **40°**, damit sie bei ihrer Bewegung durch den Wasserstrom keine der Bewegung des Rades schädlichen Stöße erfährt. Die äußern Ränder *C*, *F* zweier auf einander folgender Schaufeln liegen **3** bis **4** Decimeter aus einander, und im Allgemeinen muß ihre Entfernung so beschaffen sein, daß die Capacität der Zelle wenigstens das Doppelte des Wasservolumens beträgt, welches dieselbe aufnehmen kann, wenn sie sich durch den Strom bewegt, und sogar das Dreifache, wenn das Rad schnell gehen muß, damit die Centrifugalkraft nicht zu große Verluste verursacht. Endlich befinden sich diese Ränder gewöhnlich jeder auf der Verlängerung des Grundes der vorhergehenden Zelle, und der Keil *K* ist abgerundet, wenn die beiden ihn bildenden Wände aus Blech bestehen.

§. **188.** Wir wollen durch *e* die Entfernung *CF* (Fig. **10**. Taf. **III**), durch *l* die Länge der Zellen, durch *r*,*r'* den größten und kleinsten Halbmesser des Rades bezeichnen. Da das Dreieck *BCF* = *CGI* ist, so ist der Inhalt einer Zelle:

$$l'(COF - DOA) = l\left(\frac{er}{2} - \frac{AD.r'}{2}\right) = l\left(\frac{er}{2} - \frac{er'^{2}}{2r}\right) = el.\frac{r^{2} - r'^{2}}{2r}.$$

Bezeichnet aber e' die Dicke der im Mittelpunkte des Bogens CH gemessenen Wasserschicht, welchen diese auf dem äußern Umfange des Rades abschneidet, und α den Winkel, welchen die Tangente an diesem Punkte mit dem mittlern Faden bildet, so begeht man keinen großen Fehler, wenn man $\frac{e'}{\cos\alpha}$ für den Bogen CH nimmt. Wenn folglich v' die Geschwindigkeit des Rades an dem äußern Umfange ist, so gebraucht der Rand C zum Durchlaufen des Wasserstrahles eine Anzahl $\frac{e'}{v'\cos\alpha}$ von Secunden; während dieser Zeit liefert die Oeffnung eine Wassermenge $= \frac{e'X}{v'\cos\alpha}$, wo X das in einer Secunde gelieferte Wasserquantum bezeichnet, und man muß die Relationen:

$$el\frac{r^2-r'^2}{2r} = 3\frac{e'X}{v'\cos\alpha} \text{ oder wenigstens } el\frac{r^2-r'^2}{2r} = 2\frac{e'X}{v'\cos\alpha}$$

haben, woraus man die Entfernung e oder die Länge l bestimmen kann; denn es ist offenbar $e' = \frac{X}{vl'}$, wenn v die Geschwindigkeit des mittlern Strahles bei seinem Eintritte in das Rad und l' die Breite der Wasserschicht bezeichnet.

Jedoch kann man die Berechnung der Dicke e' dieser Schicht und die Aufnahme des Winkels α unterlassen; denn bezeichnen wir mit n die Anzahl der Umdrehungen des Rades in einer Minute und mit n' die ganze Anzahl der Zellen, so wird die Anzahl derer, welche in 1″ auf den dritten Theil oder auf die Hälfte gefüllt werden können, gleich $\frac{n}{60}n'$ sein. Es ist aber $\frac{n}{60} = \frac{v'}{2\pi r}$; folglich $\frac{n}{60}n' = \frac{n'v'}{2\pi r}$ und

$$\frac{n'v'}{2\pi r} \times \frac{el(r^2-r'^2)}{2r} = 3X, \text{ oder } \frac{n'v'}{2\pi r} \times \frac{el(r^2-r'^2)}{2r} = 2X,$$

wodurch man:

$$el\frac{r^2-r'^2}{2r} = \frac{6\pi rX}{n'v'}, \text{ oder } el\frac{r^2-r'^2}{2r} = \frac{4\pi rX}{n'v'}$$

erhält. Wenn wir endlich für n' seinen Werth $\frac{2\pi r}{e}$ substituiren, so erhalten wir die neuen Gleichungen:

$$l\frac{r^2-r'^2}{2r} = \frac{3X}{v'}, \text{ oder } l\frac{r^2-r'^2}{2r} = \frac{2X}{v'},$$

welche unabhängig von e sind, und zeigen, daß die Bedingung der Capacität die Entfernung der äußern Ränder unbestimmt läßt. Man kann diese Größe daher willkührlich bestimmen, wenn nur l einen schicklichen Werth erhält.

§. **189.** Die Zellenräder, welche einen bedeutenden Widerstand überwinden müssen, haben einen so großen Halbmesser daß sie das Wasser oft nicht an ihrem obersten Punkte aufnehmen können. Der Eintrittspunkt des Wassers liegt alsdann gewöhnlich in einer verticalen Entfernung gleich dem vierten Theile des Durchmessers von dem Culminationspunkte, und unter diesem Eintrittspunkte beginnt ein kreisförmiges Gerinne, welches das Rad bis zu seinem tiefsten Punkte concentrisch umgiebt und das Wasser nöthigt, länger in den Zellen zu bleiben.

§. **190.** Die Theorie der oberschlächtigen Wasserräder ist genau dieselbe, als die der mittelschlächtigen; denn wenn das Wasser in die erstern Räder eingetreten ist, so stößt es gegen die vordere Fläche und den Boden der Zelle, und wirkt dann durch sein Gewicht auf diese Wände so lange, bis es durch die Schwere und die Centrifugalkraft gezwungen wird, dieselben zu verlassen.

Diese Räder werden folglich um so eher eine Quantität Wirkung hervorbringen, welche der gleich ist, deren der Beweger fähig ist, je kleiner ihre Geschwindigkeit und die des Wassers ist. In allen Fällen muß die erste jedoch theoretisch genommen der Hälfte der zweiten gleich sein, wenn man den größten Effect erreichen will.

Die Erfahrung lehrt, daß das oberschlächtige Wasserrad zu einer gleichförmigen Bewegung, wie das mittelschlächtige Wasserrad, gewöhnlich eine Geschwindigkeit von 1^m haben muß. Jedoch können große Räder, von 10^m Durchmesser z. B., ohne Nachtheil blos eine Geschwindigkeit von $0^m,6$ haben. Die lebendige Kraft, welche ihre enorme Masse hierdurch erhält, genügt zur Erhaltung der regelmäßigen Rotation.

Was den allgemeinen Werth der in $1''$ hervorgebrachten Quantität Arbeit anbetrifft, so ist er nach der Theorie, wie bei dem mittelschlächtigen Wasserrade (§. **182** und §. **184**), gleich

$$Qv' = m\,[(v\cos\alpha - v')\,v' + g\,H],$$

worin H wieder die Höhe bezeichnet, von welcher die Wassermasse m von ihrem Eintritte bis zu ihrem Austritte herabsteigt.

§. **191.** Wir wollen nun praktische Formeln angeben, welche Morin aus zahlreichen Versuchen abgeleitet hat, und für welche dieselbe Bemerkung wie in §. **183.** gilt. Wenn das Wasser die Zellen höchstens bis zur Hälfte füllt (§. **187.**) und wenn das 2^m Durchmesser haltende Rad an seinem äußern Umkreise keine größere Geschwindigkeit als 2^m besitzt, so wird die Quantität Wirkung, welche das Rad in der Secunde liefern kann, ausgedrückt durch:

$$Qv' = m\,(v\cos\alpha - v')\,v' + 780^{kg}\,XH. \qquad (I).$$

Diese Formel ist auch für noch größere Räder anwendbar, wenn die Geschwindigkeit des äußern Umfanges nicht größer, als $2^m,5$ ist.

Wenn unter den vorhergehenden Umständen die Zellen höchstens auf $\frac{2}{3}$ angefüllt sind, so hat man:

$$Qv' = m(v\cos\alpha - v')v' + 650^{kg}\,XH. \qquad \text{(II.)}$$

In dem Falle, wo ein Zellenrad von einem kreisförmigen Gerinne umgeben wird (§. 189)., muß man zu den in §. 184 für die mittelschlächtigen Wasserräder angegebenen Formeln seine Zuflucht nehmen.

§. 192. Es bleibt nun noch die praktische Formel zu bestimmen, welche für die Umstände paßt, die von den vorhergehenden verschieden sind. Wenn die Geschwindigkeit des äußern Umfanges die angegebenen Grenzen überschreitet, oder wenn die Zellen auf mehr als $\frac{2}{3}$ ihrer Capacität gefüllt sind, so muß man die durch die Centrifugalkraft veranlaßten Verluste berücksichtigen, was Poncelet zuerst gethan hat. Wir wollen mit ihm die Höhe H in zwei Theile theilen; der eine h bezeichne die verticale Entfernung des tiefsten Punktes des Rades von dem Punkte, worin das Wasser anfängt, aus den Zellen heraus zu fließen, und die andere h' die verticale Entfernung dieses letzten Punktes von dem, worin der mittlere Strahl die äußere Peripherie trifft, und q' sei das in Cubikmetern ausgedrückte Volumen Wasser, welches jede Zelle empfangen hat. Da die Anzahl der Zellen, welche in jeder Secunde Wasser empfangen, nach (§. 188) gleich $\frac{nn'}{60}$ ist, so wird das während dieser Zeit auf das Rad geflossene gesammte Volumen $= \frac{nn'q'}{60}$ sein; das Gewicht desselben in Kilogrammen ist $= \frac{1000nn'q'}{60}$, und ehe dasselbe den Anfangspunkt des Ausgießens erreicht, theilt es dem Rade in jeder Secunde eine Quantität Arbeit $= \frac{1000nn'q'h'}{60}$ mit.

Nun sei q das in Cubikmetern ausgedrückte veränderliche Volumen Wasser, welches in einer Zelle während des sehr kleinen verticalen Niedersteigens dh bleibt. Das Gewicht $1000^{kg}q$ giebt eine Arbeit $1000q\,dh$, und am Ende des Niedersteigens h wird die hervorgebrachte Arbeit $= 1000\int q\,dh$ sein. Es passiren aber in $1''$ eine Anzahl $\frac{nn'}{60}$ von Zellen den Endpunkt von h; mithin ist die gesammte, sich auf diese Höhe beziehende Arbeit in $1'' = \frac{1000^{kg}nn'}{60}\int q\,dh$.

Außerdem theilt der Stoß des Wassers gegen die Flächen der Zellen dem Rade nach (§. 190.) in jeder Secunde eine Quantität

Arbeit $= m(v\cos\alpha - v')v'$ mit, und die Quantität Arbeit, welche ein mit großer Geschwindigkeit gehendes Rad in jeder Secunde liefern kann, wird folglich ausgedrückt durch:

$$Qv' = \frac{1000^{kg} nn'}{60}\left(q'h' + \int q\,dh\right) = m(v\cos\alpha - v')v'.$$

Am einfachsten berechnet man den Werth des Integrales $\int q\,dh$ nach der Regel von Thomas Simpson. Wir wollen daher die Höhe h in eine gerade Anzahl k gleicher Theile theilen, und mit q_1, q_2, q_3, etc..., q_{k-1}, q_k q_{k+1} die Volumen Wasser bezeichnen, welche eine Zelle in dem Momente enthält, wo ihr oberer Rand die Horizontale jedes Theilpunktes passirt; q_1 entspricht dem Anfangspunkte des Ausgusses, und q_{k+1} dem untern Endpunkte von h oder dem tiefsten Punkte des Rades. Alsdann haben wir:

$$\int q\,dh = \frac{h}{3k}\left[q_1 + 4(q_2 + q_4 + .. + q_k) + 2(q_3 + q_5 + .. + q_{k-1}) + q_{k+1}\right].$$

Nun ist aber $q_1 = q'$, weil am obern Endpunkte von h die Zelle blos anfängt, sich zu leeren, und q_{k-1} ist immer gleich null, weil kein Wasser mehr in der Zelle bleibt, deren äußerer Rand vertical unter der Axe des Rades liegt. Die vorhergehende Gleichung reducirt sich also auf:

$$\int q\,dh = \frac{h}{3k}\left[q' + 4(q_2 + q_4 + ... + q_k) + 2(q_3 + q_5 + ... + q_{k-1})\right].$$

In den meisten Fällen genügt es, $k = \pi$ zu nehmen, und alsdann hat man:

$$\int q\,dh = \frac{h}{12}\left[q' + 4(q_2 + q_4) + 2q_3\right].$$

Wenn es aber vorkommt, daß durch diese Theilung von h der Werth von $q_4 = o$ wird, so ist der Werth von $\int q\,dh$ nicht mehr genau genug, und man muß $k = 6$ nehmen, damit q_4 nicht dem Falle entspricht, wo die Zelle ganz ausgeleert ist. Da alsdann q_6 und selbst q_5 fast gleich null sind, so giebt die allgemeine Formel:

$$\int q\,dh = \frac{h}{18}\left[q' + 4(q_2 + q_4) + 2q_3\right]$$

und

$$Qv' = \frac{1000^{kg} nn'}{60}\left\{q'h' + \frac{h}{18}\left[q' + 4(q_2 + q_4) + 2q_3\right]\right\} + m(v\cos\alpha - v')v'. \quad \text{(III.)}$$

§. **193.** Die Anwendung des dritten Werthes von Qv' erfordert keinen Correctionscoefficienten, aber man muß vorher die Werthe von q', h, q_2, q_3, q_4 bestimmen. Die Bestimmung von q' ist leicht, wenn das Rad so angeordnet ist, wie es sein muß, d. h. wenn alles aus der Ausflußöffnung strömende Wasser von den Zellen aufgenommen wird. Alsdann ist in der That das vor dem Ausgusse in einer einzigen Zelle enthaltene Wasservolumen gleich der Ausflußmenge X, dividirt durch die sich in 1″ anfüllenden Zellen, und man hat:

$$q' = X : \frac{nn'}{60} = \frac{60X}{nn'}.$$

Zur Bestimmung von h muß man das Rad nach dem Maßstabe aufzeichnen und auf dem größten Umfange den Punkt angeben, worin sich beim Anfange des Ausgusses der äußere Rand der sich leerenden Zelle befindet; oder mit andern Worten, man muß die Lage kennen, welche eine Zelle in dem Augenblicke hat, wo die Fläche des darin enthaltenen Wassers den äußern Rand derselben berührt. Nun ist aber diese Fläche bei einem sich schnell umdrehenden Rade sehr von der Horizontalen verschieden; sie hat eine cylindrische Form, deren Axe mehr oder weniger über der des Rades liegt; sie ist jedoch immer zu der letztern parallel und liegt mit ihr in derselben verticalen Ebene.

Denn es ist die von der Schwere auf ein Wassertheilchen dm' ausgeübte Wirkung $= g\,dm'$; die von der Centrifugalkraft F auf dasselbe Element ausgeübte Wirkung ist $= F dm'$, und bekanntlich ist $F = \frac{u^2}{\varrho}$, wenn man mit ϱ die Entfernung des Theilchens von der Axe des Rades und mit u die Geschwindigkeit desselben bezeichnet.

Bezeichnet man aber durch α die Winkelgeschwindigkeit, so hat man:

$$u = \varrho\omega, \; F = \varrho\omega^2 \text{ und } F dm' = \varrho\omega^2 dm'.$$

Folglich wird das Massenelement dm' von einer verticalen Kraft $g\,dm'$ und von einer Kraft $\varrho\omega^2 dm'$ getrieben, welche nach einem Halbmesser des Rades von dem Mittelpunkte nach dem Umfange gerichtet ist (Fig. 11. Taf. III.) Dieses Element wird folglich von der Resultante AB dieser beiden Kräfte gepreßt. Es sei D der Punkt, wo diese Resultante eine durch einen Punkt C der Rotationsaxe in der Ebene ABE gezogene Verticale schneidet. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ACD, ABE ergiebt sich der constante Werth:

$$CD : BE = CA : AE \text{ oder } CD = \frac{\varrho g\,dm'}{\varrho\omega^2 dm'} = \frac{g}{\omega^2},$$

welcher zeigt, daß die Kräfte, von welchen die in der verticalen Ebene CAD liegenden Wassertheilchen gepreßt werden, alle in D

zusammenlaufen. Außerdem hat man für jede dieser Kräfte AB: $AD = BE : CD$, woraus

$$AD = \frac{AB \times \frac{g}{\omega^2}}{g\,dm'} = \frac{AB}{\omega^2\,dm'}$$

folgt. Die Entfernung AD kann also nur mit der Resultaltante AB variiren, und da die Theilchen einer Flüssigkeit nur dann im Gleichgewichte bleiben, wenn die Theilchen ihrer Oberfläche durch gleiche Kräfte gepreßt werden, so folgt, daß für diese letztern AB und auch die Entfernung AD constant ist, und daß die Oberfläche des Wassers in einer Zelle eine cylindrische Form annimmt.

Wir wollen jetzt sehen, wie man den Punkt findet, worin der Ausguß anfängt. Zuerst berechne man die Winkelgeschwindigkeit vermittelst der Relation $\omega = \frac{v'}{R}$, wo sich v' und R auf den äußern Umkreis beziehen; alsdann berechne man die Erhebung CD der Axe der Oberfläche des Wassers über der Axe des Rades; aus dem Punkte D beschreibe man Kreisbögen ab, welche durch die äußern Räder der Zellen gehen (Fig. 12); man messe die Oberfläche $abcd$, multiplicire jede durch die Länge l der Zellen, und wenn man z. B. findet, daß $abcd \times l = q' = \frac{60X}{nn'}$ d. h. gleich dem empfangenen Wasservolumen ist; so schließt man hieraus, daß der Punkt a der Anfangspunkt des Ausgusses ist. Wenn das Product $abcd \times l$ größer als q' ist, und wenn das folgende Product auch noch größer ist, so wird der Ausguß zwischen den beiden auf einander folgenden Zellen stattgefunden haben. Wenn man folglich in dem Intervalle mehrere Profile von Zellen zeichnet, für diese die Bögen ab zieht und für jedes Profil die eben angegebenen Berechnungen durchführt, so wird man leicht die Lage finden, für welche $abcd \times l = q'$ ist.

Zur Bestimmung von q_2, q_3 müssen wir noch durch den Anfangspunkt a des Ausgusses und durch den tiefsten Punkt des Rades zwei Horizontalen ziehen, die Entfernung ef in sechs gleiche Theile theilen, durch die Theilungspunkte andere Horizontalen bis zum äußern Umfange des Rades ziehen, die Profile derjenigen Zellen zeichnen, deren äußere Ränder den Durchschnittspunkten entsprechen, aus D Kreisbögen beschreiben, welche durch diese Punkte gehen, die zwischen jedem Bogen und den Seiten des Profiles der correspondirenden Zelle enthaltene Oberfläche messen und dieselbe durch die Länge l der Zellen multipliciren. Wenn man findet, daß beim 5ten Punkte von ef z. B. der Bogen unter dem Profile hinweggeht, so schließt man hieraus, daß $q_5 = 0$ ist, und daß beim Punkte k jede Zelle schon ganz geleert ist.

§. **194.** Es giebt Räder, auf welche eine solche Masse Wasser strömt, daß die Zellen nur einen Theil desselben aufzunehmen im

Stande sind. Anstatt sich zur Hälfte, oder auf $\frac{2}{3}$ zu füllen, werden sie alsdann ganz voll, und fangen sogleich an überzulaufen. In diesem Falle ist folglich $h'=o$ und h näherungsweise dem Durchmesser gleich; das von dem Rade in 1″ aufgenommene Wasser ist nicht $=X$, sondern blos $=q'\times\frac{nn'}{60}$, dessen Masse $=\frac{1000^{kg}nn'q'}{60g}$ ist, wenn man durch q' die gesammte Capacität der Zelle in der Lage bezeichnet, worin sie das Wasser erhält. Folglich verwandelt sich die Formel für die Arbeit in:

$$Qv'=\frac{1000^{kg}g'nn}{60}\left\{\frac{h}{18}\left[q'+4(q_2+q_4)+2q_3\right]+\frac{q'}{g}\left(v\cos\alpha-v'\right)v'\right\}\ldots\ (IV).$$

§. **195.** Wir wollen als Anwendungsbeispiel ein Rad eines Aufwerfhammers betrachten, welches **1832** in der Hütte von Hayange aufgenommen ist. Dieses Wasserrad empfängt das Wasser durch eine Seitenöffnung, macht $24\frac{1}{4}$ Umdrehungen in der Minute und enthält **20** Zellen, deren Kanten auf einem Umkreise liegen, dessen Halbmesser $1^m,37$ lang ist. Die Länge der Zellen beträgt $1^m,3$.

Es ist also $n=24,25, n'=20, R=1^m,37$ und die Geschwindigkeit im äußern Umfange:

$$v'=2\pi R\frac{n}{60}=2\times3,1416\times1^m,37\times\frac{24,25}{60}=3^m,48.$$

Da diese Geschwindigkeit die in §. **191** angegebenen Grenzen überschreitet, so können wir keine von den beiden ersten zur Berechnung der Quantität Wirkung Qv' angegebenen Formeln anwenden; wir müssen daher von den beiden letzten eine wählen, weil kein Kreisgerinne vorhanden ist (§. **189**).

Die Ausflußöffnung ist so beschaffen, daß:

$$h=0^m,956, h'=0^m,856, l=1^m,27$$

ist, woraus $C=0,615$ folgt, weil auf vier Seiten des Wasserprismas Contraction stattfindet, und es ist:

$$X=0,615\times1^m,27\times0^m,1\sqrt{2\times9^m,81\times0^m,906}=0^{mc},329.$$

Die von jeder durch den Strom gehenden Zelle in 1″ aufgenommene Quantität Wasser ist folglich;

$$0^m,329:\frac{nn'}{60}=\frac{0^{mc},329\times60}{24,25\times20}=0^{mc},041=q'.$$

Zur Bestimmung des Eintrittspunktes des mittlern Strahles wollen wir die Kränze und das Gerinne nach dem Maßstabe aufzeichnen. Wenn u die Geschwindigkeit im Mittelpunkte A des Endquerschnittes des Gerinnes (Fig. **12**. Taf. **III**.), β den zwischen der Horizontale AB und der Tangente AC an der Trajectorie ein-

geschlossenen Winkel, x die von A nach B genommenen Abcissen und y die Ordinaten bezeichnet; so ist nach (§. 145) die Gleichung der Curve des Wasserstromes:

$$y = x \operatorname{tang} \beta + \frac{g x^2}{2u^2 \cos^2 \beta}.$$

Der erste Theil enthält die Gleichung der Geraden AE, welche leicht zu zeichnen ist, weil sie offenbar parallel zum Boden des Gerinnes ist. Man kann sich daher darauf beschränken, blos den zweiten Theil zu berechnen, welcher die zwischen AE und der Trajectorie enthaltenen Theile EF der Ordination angiebt. Die Messung eines Sinus ergiebt zunächst, daß $\beta = 20^0$ ist.

Was die Geschwindigkeit u betrifft, so wollen wir sie nach (§. 141) als der im Mittelpunkte der Oeffnung stattfindenden gleich annehmen, weil das Gerinne so kurz ist, daß die Reibung an den Seitenwänden die Beschleunigung der Bewegung durch die Schwere fast verhindert. Man hat also:

$$u = \sqrt{2q \frac{h+h'}{2}} = \sqrt{2 \times 9^m,81 \times 0^m,906} = 4^m,216,$$

und wenn man x successive die Werthe:

$$0^m,2;\ 0^m,4;\ 0^m,5;\ 0^m,7;\ 1^m;\ 1^m,5$$

beilegt, so erhält man:

$$EF = 0^m,0125;\ 0^m,05;\ 0^m,078;\ 0^m,153;\ 0^m,3125;\ 0^m703.$$

Es ist nämlich z. B.:

$$Log\ 2 = 0,3010300$$
$$Log\ u^2 = 2\ Log\ 4^m,216 = 1,2498012$$
$$Log \cos^2 \beta = 2\ Log \cos 20^0 = \bar{1},9459716$$
$$Log\ 2u^2 \cos^2 \beta = 1,4968028$$
$$\text{Compl. } Log\ 2u^2 \cos^2 \beta = 8,5031972$$
$$Log\ g = Log\ 9^m,81 = 0,9916690$$
$$Log\ x^2 = 2\ Log\ 1^m,5 = 0,3521826$$
$$Log\ EF = \bar{1},8470488,$$

oder näherungsweise $= Log\ 0^m,703$.

Nachdem wir die Trajectorie EF verzeichnet haben, wollen wir ihren Durchschnittspunkt I mit dem äußern Umfange bemerken, wollen auf jeder Seite dieses Punktes die Hälfte des von einer Zelle auf demselben Umfange abgeschnittenen Bogens abtragen, wodurch die Ränder L, M der sich füllenden Zelle bestimmt werden, welche wir vorzugsweise die erste nennen wollen. Um jedoch das

Profil derselben bilden zu können, müssen wir den Mittelpunkt D des Kreisbogens kennen, welcher die Fläche des Wassers begrenzt.

Die Winkelgeschwindigkeit wird ausgedrückt durch:

$$\omega = \frac{v'}{R} = \frac{3^m,48}{1^m,37} = 2,54 \text{ und } CD = \frac{0^m,81}{(2,54)^2} = 1^m,52.$$

Beschreibt man den Bogen MN, quadrirt die Fläche $MNOPHGM$, multiplicirt sie durch die Länge $1^m,3$, so erhält man $0^{mc},141$ für das Wasservolumen, welches in der ersten Zelle und in jeder von den nach ihr durch den Strom gehenden enthalten sein kann. Da dieses Volumen die Größe $0^{mc},041$ überschreitet, so müssen wir nach (§. 192) die Formel (III.) anwenden; für den entgegengesetzten Fall wäre die Formel in (§. 194) erforderlich.

Wir wollen nun zur Bestimmung des Punktes a übergehen, worin der Ausguß anfängt; aus dem Punkte D wollen wir die Bogen beschreiben, welche die Fläche des Wassers in der 2ten Zelle, in der 3ten, in der 4ten, ... begrenzen, und alle durch die Ränder gehen, wie die erste durch M; dann wollen wir die Oberfläche der Profile in Quadratmetern berechnen und sie durch $1^m,3$ multipliciren, so finden wir, daß das Volumen Wasser, welches in der Zelle enthalten sein kann, für die

2te;	3te;	4te;	5te;
$0^{mc},116$;	$0^{mc},091$;	$0^{mc},071$;	$0^{mc},0395$

beträgt. Da eine jede $0^{mc},041$ empfangen hat, so beginnt der Ausguß zwischen der 4ten und 5ten Lage. Wenn wir daher in dem Intervalle mehrere Zellenprofile mit ihren aus D beschriebenen Bogen verzeichnen; so finden wir, daß der Rand a derjenigen, welche nicht mehr, als $0^{mc},041$ enthalten kann, $0^m,03$ über dem Rande der 5ten liegt, daß

$$h' = aq = 1^m,3 \text{ und } h = ef = 1^m,44$$

ist.

Die von dem Eintritte I bis zum Anfangspunkte a des Ausgusses, oder während des Niedersteigens durch qa von dem Gewichte des Wassers erzeugte Quantität Arbeit, d. h. der erste Theil von Qv' wird ausgedrückt durch:

$$\frac{1000^{kg}\, nn'}{60} q' h' = \frac{1000^{kg} \times 24,25 \times 20}{60} \times 0,041 \times 1^m,3$$

$$= 8083^{kg},33 \times 0,041 \times 1^m,3 = 430^{kg},84.$$

Um den zweiten Theil zu berechnen, wollen wir ef in sechs gleiche Längen theilen, durch die Theilpunkte Horizontalen ziehen, welche die äußere Peripherie schneiden, wollen die Profile der Zellen zeichnen, deren Ränder den Durchschnittspunkten entsprechen, aus

D die Grenzbogen des Wassers beschreiben, und wie vorher den cubischen Inhalt suchen. Die Wasservolumina, welche jede Zelle behält, indem sie sich successive durch die Punkte 1, 2, 3, 4, 5 bewegt, sind:

$$0^{mc},041 = q' = q_1; 0^{mc},027 = q_2; 0^{mc},017 = q_3$$

$$0^{mc},01 = q_4, 0^{mc} = q_5.$$

Die von dem Gewichte des Wassers vom Anfangspunkte *a* des Ausgusses bis zum tiefsten Punkte *R* des Rades oder während des Niedersteigens durch die Höhe *ef* hervorgebrachte Arbeit ist folglich:

$$8083^{kg},33\,\frac{1^m,44}{18}\left[0,041+4(0,027+0,01)+2\times 0,017\right]=144^k,153,$$

so daß das bewegende Wasser durch sein Gewicht eine gesammte Quantität Wirkung von

$$430^k,84+144^k,153=574^k,993$$

hervorbringt.

Wir müssen nun noch die Wirkung des Stoßes berechnen. Es ist:

$$m=\frac{1000^{kg}\,X}{g}=\frac{1000^{kg}\times 0,329}{9^m,81}.$$

Die Geschwindigkeit *v* des mittlern Strahles im Punkte *I* ist nach (§. 145) $=\sqrt{u^2+2gh_2}$, und da h_2 als die verticale Entfernung des Punktes *I* vom Mittelpunkte *A* des äußersten Querschnittes des Gerinnes $=0^m,2$ ist, so hat man:

$$v=\sqrt{(4^m,216)^2+2\times 9^m,81\times 0^m,2}=4^m,658.$$

Der Winkel *SIT* oder α, welchen die Tangente *IS* des äußern Kreises mit der Tangente *IT* der Trajectorie bildet, ist $=13^0$, und $\cos 13^0, = 0,9744$.

Folglich ist:

$$m(v\cos\alpha - v')v' = \frac{1000^{kg}\times 0,329}{9^m,81}(4^m,658\times 0,9744 - 3^m,48)3^m,48$$

$$=123^k,75,$$

und das Rad kann in 1″ eine Quantität Wirkung

$$Qv' = 574^k,993+123^k,75 = 698^k,743$$

liefern, welche $9\frac{1}{3}$ Pferdekräften gleich kommt.

Der gesammte Fall, d. h. die Höhe des Nieveaus in dem

Reservoir über der Schwelle der Ausflußöffnung beträgt $0^m,956$; die Entfernung dieser Schwelle über dem höchsten Punkte L des Rades ist $= 0^m,22$; der Durchmesser LR ist $= 2^m,74$ und der zwischen dem Abflußkanale unterhalb R stattfindende Spielraum $= 0^m,03$. Man hat folglich $H = 3^m,946$ und für die Energie des Bewegers:

$$1000^{kg}\ HX = 1000^{kg} \times 0,329 \times 3^m,946 = 1298^k,234$$

d. h. $17\frac{1}{3}$ Pferdekräfte.

Die nützliche Arbeit Qv' beträgt also blos **0,538** von der, welche die bewegende Kraft verrichten kann. Ein Theil des stattfindenden Verlustes rührt von der großen Geschwindigkeit des Rades her.

Denn die Zellen füllen sich in der That noch nicht zur Hälfte weil jede derselben $0^{mc},141$ enthalten kann, und nur $0^{mc},041$ aufnimmt. Wenn folglich die Geschwindigkeit v' z. B. 2^m statt $3^m,48$ betrüge, so würde die Arbeit des Rades nach der Formel (I) bestimmt werden, worin $H = LR = 2^m,74$ wäre, und man fände:

$$\frac{1000^{kg} \times 0,329}{9^m,81}(4^m,658 \times 0,9744 - 2^m)2^m + 780^{kg} \times 0,329 \times 2^m,74 = 873^{kg},51,$$

welches **0,67** von der des Bewegers betrüge.

Turbinen.

§. **196.** Unter dem Namen **Turbinen** versteht man alle horizontalen Wasserräder, deren gerade oder krumme Schaufeln von einem Wasserstrome gestoßen werden, dessen Eintritt im äußern, und Austritt im innern Umkreise erfolgt, oder auch, welcher durch den innern Umkreis ein- und durch den äußern austritt.

Der Strom ist horizontal, oder er hat eine so geringe Neigung, daß sie vernachlässigt werden kann. Die Schaufeln müssen folglich vertical stehen, wenn sie eben sind; jedoch muß das Wasser dieselben schief stoßen, um dann nach unten gleiten und gegen die Axe des Rades durch die beiden die Schaufeln haltenden Kränze fließen zu können. Nach dem Eintritte in den leeren Cylinder, welchen diese Kränze bilden, fällt das Wasser herab, und ergießt sich in den Raum, wo sich das Lager der verticalen Welle befindet. Dieser Raum muß folglich die Neigung des Abflußkanales haben und so tief unter dem Rade liegen, daß das Wasser der Bewegung des Rades nicht nachtheilig wird, wenn es seinen Effect hervorgebracht hat.

§. **197.** Die Schaufel AB (Fig. **13.** Taf. **III.**) wird als eine solche Fläche habend angenommen, daß das Wasser, ehe es dieselbe verläßt, seine ganze normale Geschwindigkeit verloren hat. Um alle

Fälle zu umfassen, wollen wir der Schaufel eine solche Lage geben, daß sie mit der mittleren Ebene AC des Rades einen Winkel $= BAC$ bildet. Durch α wollen wir den Winkel ADE bezeichnen, unter welchem der mittlere Strahl ED in D gegen die Mitte der Schaufel stößt, durch β den Winkel BDF, welcher von dieser Schaufel und der Tangente an dem durch D beschriebenen Kreise eingeschlossen wird, durch R den Halbmesser CD dieses Umfanges, durch r den Halbmesser CB der Kränze, durch ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades, durch v' seine Tangentialgeschwindigkeit im Punkte D und durch v die Geschwindigkeit des Stromes in demselben Punkte bezeichnen.

Die Quantität Wirkung, welche das Rad vermittelst der in D tragential wirkenden Kraft besitzt, ist Qv'; die der in jeder Secunde zufließenden Wassermasse ist $= \frac{mv^2}{2}$; diese Masse besitzt eine nach der Normale GD auf der Schaufel gerichtete Geschwindigkeit $v \sin \alpha$; das Rad hat nach derselben Richtung eine Geschwindigkeit $v' \sin \beta$; der Stoß verursacht daher für das Wasser einen Geschwindigkeitsverlust $= v \sin \alpha - v' \sin \beta$ und einen Verlust an Quantität Arbeit $= \frac{m(v \sin \alpha - v' \sin \beta)^2}{2}$. Wenn endlich U die Geschwindigkeit bezeichnet, mit welcher die in B angekommene Masse m aus den Schaufeln austritt, so ist $\frac{mU^2}{2}$ die von dem Wasser noch erhaltene Quantität Wirkung, und es ist:

$$Qv' = \frac{mv^2}{2} - \frac{m(v \sin \alpha - v' \sin \beta)^2}{2} - \frac{mU^2}{2}.$$

Die Austrittsgeschwindigkeit U hängt von der Geschwindigkeit u, welche die Masse m in der Richtung AB nach ihrer Ankunft im Punkte B besitzt, und von der eigenen Geschwindigkeit $r\omega$ dieses Punktes ab. Es sei γ der zwischen der Verlängerung von AB und der auf dem Halbmesser CB senkrechten Richtung von $r\omega$ liegende Winkel. Die von B nach A gerichtete Geschwindigkeit $r\omega \cos \gamma$ reducirt die Geschwindigkeit u auf $u - r\omega \cos \gamma$, und aus dieser letzten und der auf der Schaufel normalen Geschwindigkeit $r\omega \sin \gamma$ entsteht als Resultante U. Folglich ist:

$$U^2 = (u - r\omega \cos \gamma)^2 + r^2 \omega^2 \sin^2 \gamma = u^2 - 2ur\omega \cos \gamma \mid r^2 \omega^2,$$

und:

$$Qv' = \frac{mv^2}{2} - \frac{m(v \sin \alpha - v' \sin \beta)^2}{2} - \frac{m(u^2 - 2ur\omega \cos \gamma + r^2 \omega^2)}{2}$$

$$= \frac{m}{2}\left[v^2 - (v \sin \alpha - v' \sin \beta)^2 - (u^2 - 2ur\omega \cos \gamma + r^2 \omega^2)\right].$$

Zur Bestimmung von u wollen wir bemerken, daß diese Geschwindigkeit der in B ankommenden Masse m eine Quantität Wirkung $= \frac{mu^2}{2}$ ertheilt. Dieselbe Masse besaß aber in D eine von D nach B gerichtete eigene Geschwindigkeit $v \cos \alpha$; die Schaufel AB besitzt selbst eine von B nach D gerichtete Geschwindigkeit $v' \cos \beta$; die Masse m strebt daher DB mit einer relativen Geschwindigkeit $v \cos \alpha + v' \cos \beta$ zu durchlaufen, und besatz im Ausgangspunkte ihrer Bewegung eine Quantität Wirkung gleich:

$$\frac{m (v \cos \alpha + v' \cos \beta)^2}{2},$$

wovon sie von D nach B einen Theil

$$\frac{m (v \cos \alpha + v' \cos \beta)^2}{2} - \frac{mu^2}{2}$$

in Folge der Wirkung der Centrifugalkraft verloren hat. In einer Entfernung ϱ von C ist die Centrifugalkraft $= \frac{\varrho^2 \omega^2}{\varrho}$ oder $= \varrho \omega^2$, und theilt der Masse m eine vom Mittelpunkte C nach dem Umkreise des Rades gerichtete Quantität Bewegung $= m \varrho \omega^2$ mit. Hieraus folgt eine elementare Quantität Wirkung $= m \varrho \omega^2 d\varrho$, so daß, wenn die Masse m frei wäre, derselben durch die Rotation von B nach D, oder von D nach B, aber immer in centrifugalem Sinne, eine Quantität Wirkung:

$$\int_r^R m \varrho \omega^2 d\varrho = m\omega^2 \int_r^R \varrho d\varrho = m\omega^2 \frac{R^2 - r^2}{2}$$

ertheilt würde. Es ist folglich:

$$\frac{m (v \cos \alpha + v' \cos \beta)^2}{2} - \frac{mu^2}{2} = \frac{m\omega^2}{2} (R^2 - r^2),$$

und:

$$u = \sqrt{[(v \cos \alpha + v' \cos \beta)^2 - \omega^2 (R^2 - r^2)]}.$$

Hieraus ergiebt sich folgender Satz: Jeder Körper, welcher bei seiner Bewegung auf einer sich im Kreise drehenden ebenen, oder gekrümmten Fläche der letztern einen Drucke ertheilt, verliert oder gewinnt dabei eine Quantität Arbeit, welche der Differenz derjenigen Quantitäten gleich ist, die die Kreisgeschwindigkeiten der beiden Endpunkte seines Weges hervorbringen würden.

§. 198. Bei der Anschauung des allgemeinen Werthes von Qv' sieht man, daß die Arbeit des Rades der des bewegenden Wassers gleich ist, wenn die beiden letzten Glieder zugleich verschwinden; die Bedingungen des Maximums sind daher:

$$v \sin\alpha = v' \sin\beta, \cos\gamma = 1, u = r\omega,$$

oder

$$v' = v\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}, \gamma = o, u = r\omega.$$

Nun ist es aber unmöglich, der zweiten Bedingung zu genügen; denn statt daß das Wasser in den cylindrischen Raum der Kränze eintritt und ausfließt, nachdem dasselbe gegen eine Schaufel gestoßen hat, würde es auch gegen die nächstfolgende stoßen, wenn diese Schaufeln an den cylindrischen Flächen tangentirten, worin sie sich endigen. Auch die dritte Bedingung kann nicht erfüllt werden, weil sie durch ihre gemeinschaftliche Einführung mit den ersten in den Werth von u auf die Werthe $\beta = o$ und $v' = \infty$ führt. Alles, was man thun kann, besteht darin, daß man γ so klein nimmt, als es die Nothwendigkeit gestattet, dem austretenden Wasser keine solche Richtung zu geben, durch welche es zwischen die folgenden Schaufeln geleitet wird, den Winkel β vermittelst einer Zeichnung daraus zu bestimmen, α vermittelst des von der arbeitenden Maschine bedingten Werthes von v' zu suchen, und dann die Axe des Rades schicklich aufzustellen, indem man eine andere leicht zu findende graphische Operation anwendet.

Der Winkel α muß immer kleiner sein als 90^0; aber der Winkel β kann ein rechter sein. Es würde nur alsdann auch γ dieselbe Größe haben, und die Arbeit des Rades würde sich weit von der des Bewegers entfernen. Die Differenz würde offenbar noch größer sein, wenn β ein stumpfer Winkel würde.

Ueber die Turbinen mit ebenen Schaufeln ist noch kein Versuch angestellt, so daß der Coefficient für die Praxis, welchen man dem theoretischen Maximum

$$Qv' = \frac{m}{2}(v^2 - u^2 + 2ur\omega\cos\gamma - r^2\omega^2)$$

geben muß, noch unbekannt ist. Uebrigens wird dieses Maximum durch die Zerlegung der auf die gestoßene Schaufel wirkenden Kraft mv so gering gemacht, daß die Anwendung des Rades sehr selten ist.

§. 199. Denn um zu beweisen, daß der größte Werth von Qv' theoretisch genommen ein sehr kleiner Bruch von der Arbeit $\frac{mv^2}{2}$ ist, welche von dem Beweger hervorgebracht werden könnte, wollen wir die in der Secunde verbrauchte Wassermenge

$$X=0^{mc},25,\ v=6^m,\ \alpha=45^0,\ \beta=50^0,$$
$$R=4^m,\ r=3^m,\ \gamma=20^0$$

annehmen; so ergiebt sich hieraus:

$$Log\,v'=Log\,6^m+Log\sin 45^0-Log\sin 50^0=0,7433823,$$
$$v'=5^m,54\ \omega=\frac{v'}{R}=\frac{5^m,54}{4^m}=1,385,\ r\omega=4^m,155,$$
$$r^2\omega^2=17^{mm},246,\ R^2\omega^2=v'^2=30^{mm},69,$$
$$\cos\alpha=0,71,\ \cos\beta=0,64,\ \cos\gamma=0,94,$$
$$(v\cos\alpha+v'\cos\beta)^2=(6\times 0,71+5^m,54\times 0,64)^2=(7^m,81)^2=60^{mm},996$$
$$u=\sqrt{(60^{mm},996-30^{mm},69+17^{mm},264)}=\sqrt{47^{mm},57}=6^m,89,$$
$$m=\frac{1000^{kg}\times 0,25}{9^m,81}=25,48.$$

Folglich ist der größte Effect der Turbine in der Secunde:

$$Qv'=$$
$$\frac{25,48}{2}\left|(36^{mm}-47^{mm},57+2\times 6^m,89\times 4^m,155\times 0,94-17^{mm},264)\right|$$
$$=318^k,32;$$

die Arbeit, welche der Beweger in derselben Zeit zu verrichten im Stande ist, beträgt

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{25,48\times 36^{mm}}{2}=458^{kg}64,$$

und die erste Größe beträgt nur **0,694** von der zweiten, woraus deutlich genug hervorgeht, daß in der Wirklichkeit das Wasser nicht die Hälfte seiner Energie auf das Rad übertragen würde.

§. **200.** Es verdienen blos die Turbinen mit krummen Schaufeln in Anwendung gebracht zu werden. Die beste Art von denen, bei welchen das Wasser durch den äußern Umkreis eingeleitet wird, ist von Poncelet angegeben. Ihre Form hat eine große Aehnlichkeit mit der des von demselben Geometer angegebenen verticalen Wasserrades mit krummen Schaufeln (§. **170**). Das mit der Geschwindigkeit v zufließende Wasser gelangt tangential an den äußern Umkreis und fast tangential an die cylindrische Fläche der Schaufel *AB* (Fig. **14.** Taf. **III**), so daß bei seinem Eintritte weder ein Stoß, noch ein bedeutender Verlust an Quantität Arbeit vorhanden ist. Alsdann preßt das Wasser bei seiner Bewegung von *A* nach *B* die hohle Seite der Schaufel, und fällt mit einer Ge-

schwindigkeit, welche fast gleich Null ist, im Punkte *B* aus dem Rade heraus.

Die Curve *AB* des Profiles der Schaufeln ist ein Kreisbogen; er bildet höchstens einen Winkel von 30° mit dem äußern Umkreise des Rades in dem gemeinschaftlichen Punkte *A*, und mit der innern Peripherie in *B* ungefähr einen Winkel von 40°. Endlich bildet die äußere Wand *HI* des Gerinnes eine cylindrische Fläche, welche das Rad vom Eintrittspunkte *A* des Wassers aus auf einen bestimmten Theil concentrisch umgiebt, und so das in die Schaufeln einfließende Wasser verhindert, daß es nicht anders ausströmen kann, als wenn es durch die Schaufeln gegangen ist.

§. 201. Da der Stoß vernachläßigt werden kann, so wird die Relation der Quantitäten Arbeit nach der in (§. 197) für die Turbinen mit ebenen Schaufeln mitgetheilten Bemerkung durch:

$$Qv' = \frac{mv^2}{2} - \frac{mU^2}{2}$$

ausgedrückt. Nun besitzt aber, wenn man mit R den größten Halbmesser des Rades bezeichnet, der Punkt A eine eigene Geschwindigkeit $R\omega$, und das auf die Schaufel gelangte Wasser strebt seine Bewegung mit einer relativen Geschwindigkeit $v - R\omega$ fortzusetzen, vermittelst deren dasselbe eine Quantität Wirkung $= \frac{m(v - R\omega)^2}{2}$ hervorzubringen im Stande ist, so daß das Wasser bei seiner Bewegung von A nach B einen von der Centrifugalkraft herrührenden Verlust $= \frac{m(v-R\omega)^2}{2} - \frac{mu^2}{2}$ erfährt. Folglich ist nach (§. 197):

$$\frac{m(v-R\omega)^2}{2} - \frac{mu^2}{2} = \frac{m\omega^2}{2}(R^2 - r^2),$$

und die Geschwindigkeit, welche in B tangential an der Schaufel noch übrig bleibt, ist:

$$u = \sqrt{v^2 - 2vR\omega + r^2\omega^2}.$$

Durch die Winkelgeschwindigkeit von B wird dieselbe auf $u - r\omega \times \cos\gamma$ reducirt, und setzt man sie dann mit der normalen Resultante $r\omega\sin\gamma$ derselben Geschwindigkeit zusammen, so verwandelt sie sich in:

$$U^2 = (u - r\omega\cos\gamma)^2 + r^2\omega^2\sin^2\gamma = u^2 - 2ur\omega\cos\gamma + r^2\omega^2$$

und es wird:

$$Qv' = \frac{m}{2}(v^2 - u^2 + 2ur\omega\cos\gamma - r^2\omega^2).$$

Der allgemeine Werth der Quantität Wirkung einer Turbine mit krummen Schaufeln ist also dieselbe Function, als der größte Werth der Quantität Wirkung einer Turbine mit ebenen Schaufeln.

Dieser Umstand stellt schon einen Vortheil der ersten vor den letzten heraus, welcher offenbar von dem Nichtvorhandensein des Stoßes des Wassers bei seinem Eintritte herrührt. Außerdem sind die Bedingungen des Maximums hier den beiden letzten des andern Falles ähnlich, nämlich $\gamma = o$ und $u = r\omega$. Jedoch können sie auch nicht in aller Strenge erfüllt werden; denn wenn die Schaufel in B an der innern cylindrischen Fläche des Rades tangirt, und wenn zu gleicher Zeit der Rest der Geschwindigkeit des Wassers durch die des Punktes B aufgehoben wird, so würde eine Stauung vorhanden sein. Das stillstehende Wasser würde nicht in den leeren Raum fließen und würde der Bewegung der folgenden Schaufel hinderlich sein. Indessen kann die Bedingung $u = r\omega$ erhalten werden, wenn man γ groß genug macht, damit U für die Masse m einen hinreichend schnellen Austritt giebt. Alsdann führt der allgemeine Werth von u zu der Gleichung:

$$r^2\omega^2 = v^2 - 2vR\omega + r^2\omega^2,$$

woraus $R\omega = \frac{v}{2}$ folgt. Das Maximum der Arbeit erfordert also auch hier, wie bei den verticalen Rädern mit krummen Schaufeln, daß die Geschwindigkeit am äußern Umfange die Hälfte von der des Wasserstromes beträgt. Der Werth dieses Maximums ist:

$$Qv' = \frac{m}{2}\left[v^2 - 2r^2\omega^2(1 - \cos\gamma)\right].$$

Aus derselben ergiebt sich, daß man bei demselben Winkel γ einen um so größern Theil der Quantität Wirkung $\frac{mv^2}{2}$ des Bewegers benutzen kann, je kleiner die innere Peripherie ist. Jedoch hat die Kleinheit des Halbmessers r eine Grenze; das Product von U in die Austrittsöffnung, welche von zwei auf einander folgenden Schaufeln am innern Kranze gebildet wird, muß ein Volumen geben, welches wenigstens der Masse m gleich ist, weil sonst das Rad nicht alles Wasser ausströmen lassen könnte.

§. **202.** Wir wollen die in §. **199** angegebenen Daten wieder betrachten, um die Turbine von Poncelet zu prüfen und sie mit den Turbinen mit ebenen Schaufeln zu vergleichen. Es sei also:

$$m = 25{,}48\ v = 6^m,\ r = 3^m,\ R = 4^m,$$

aber $\gamma = 40^o$, so ergiebt sich hieraus:

$$\omega = \frac{v}{2R} = \frac{6^m}{2\times 4^m} = 0{,}75,\ \cos\gamma = 0{,}766,$$

und für das Maximum der Arbeit der Ausdruck:

$$Qv' = \frac{25{,}48}{2}\left[36^{mm} - 2\times 9^{mm}\times 0{,}5625(1 - 0{,}766)\right] = 428^k{,}37,$$

welches **0,934** von **458^k,64**, d. h. von der Energie $\frac{mv^2}{2}$ des Bewegers beträgt. Wegen der Wasserverluste, der unvollkommenen Tangentirung der Schaufeln, wodurch ein wirklicher Stoß bei dem Eintritte erfolgt, und das Wasser bei seinem Austritte noch eine Geschwindigkeit behält, giebt der Constructeur jedoch an, daß seine Turbinen blos **0,65** des Effectes des Bewegers geben, wenn m und v etwas groß sind, und **0,75**, wenn die verbrauchte Wassermenge gering ist und das Wasser langsamer fließt. Nichts destoweniger haben sie immer noch vor der Turbine mit ebenen Schaufeln in §. **199** und selbst vor den Turbinen mit krummen Schaufeln in einigen Anlagen einen bedeutenden Vorzug, worin bei dem Eintritte des Wassers ein solcher Stoß, und bei dem Austritte eine solche Stockung vorhanden ist, daß ihr Effect nicht **0,066** von dem des Bewegers überschreitet.

§. **203.** Die Höhe der von Burdin construirten Turbine beträgt die Hälfte des gesammten Falles; dieselbe steht unter dem Reservoir, damit das Wasser von innen eintreten kann. Kleine schicklich gerichtete Canäle leiten das Wasser horizontal in dem Sinne der Bewegung des Rades auf letzteres, während es durch andere horizontal, aber in entgegengesetztem Sinne, ausfließen kann, nachdem es sich durch die zwischen zwei cylindrischen Ringen befindlichen krummen Schaufeln bewegt hat. Diese Turbine giebt theoretisch eine Arbeit, welche der gleich ist, die der Beweger zu geben im Stande ist, wenn er durch die Widerstände nicht gehindert wird, sich mit der Eintrittsgeschwindigkeit zu bewegen; denn es ist alsdann offenbar kein Stoß vorhanden, und die Austrittsgeschwindigkeit ist Null, weil das Wasser sein Herabsteigen ohne eine Anfangsgeschwindigkeit begonnen hat und folglich in horizontaler Richtung nur eine Geschwindigkeit gleich der des Rades hat erlangen können. Nach den eigenen Angaben von Burdin giebt seine für den größten Effect regulirte Turbine in der Wirklichkeit nur **0,75** von dem Effecte des Bewegers. Sie übertrifft also die von Poncelet angegebene nur dann in allen Beziehungen, wenn das Gefälle sehr groß ist; bei kleinen Gefällen reducirt sich ihr Vortheil darauf, daß sie sich schneller drehen kann.

Denn es sei H das gesammte Gefälle und nahezu dasjenige, welches die Geschwindigkeit v des Stromes im tiefsten Punkte des Rades hervorbringen kann, so fordert die Poncelet'sche Turbine die Bedingung:

$$R\omega = \frac{v}{2} = \frac{\sqrt{2gH}}{2},$$

woraus:

$$\omega = \frac{\sqrt{2gH}}{2R}$$

folgt, und bei der Burdinschen Turbine hat man:

$$R\omega = \sqrt{2g\frac{H}{2}} \text{ oder } \omega = \frac{\sqrt{2gH}}{R\sqrt{2}}.$$

§. **204.** Die vortheilhafteste Turbine von denen, bei welchen das Wasser von innen eintritt, ist ohne Zweifel die von Fourneyron erfundene. Indem sie das Wasser auch ohne Stoß erhält, und dasselbe fast ohne Geschwindigkeit austreten läßt, nähert sie sich wenigstens eben so sehr, wie irgend ein anderes Wasserrad, der Arbeit, welche der Beweger zu geben im Stande ist. Uebrigens ist sie für große, wie für geringe Gefälle gleich anwendbar; man kann derselben Geschwindigkeiten ertheilen, welche sehr von der dem größten Effecte entsprechenden abweichen, ohne dieses Maximum merklich zu verändern; dieses Maximum erfährt auch noch keine merkliche Veränderungen, wenn die Turbine untergetaucht ist und selbst 2^m unter dem Niveau des Wassers in dem Abflußkanale steht; man kann immer das ganze Gefälle benutzen, welches der Differenz der beiden Niveau's gleich ist, weil man sie unter das des tiefsten Wassers des untern Kanales setzen kann; die Veränderung der verbrauchten Wassermenge bewirkt fast nichts in dem Verhältnisse der Arbeit dieser Turbine zu der des Bewegers; endlich nimmt sie sehr wenig Platz ein, ist überall leicht aufzustellen, und macht die Räderwerke unnöthig, welche die andern Wasserräder erfordern, um dem Operator eine große Geschwindigkeit zu geben.

Das Unterscheidende dieser neuen Turbine besteht darin, daß das Wasser durch auf einem festen Boden *A* (Fig. **15.** Taf. **III**) angebrachte Leitcurven eingeleitet wird, und zugleich und auf dieselbe Art auf alle krummen Schaufeln des beweglichen Kranzes *B* wirkt. Das Wasser strömt durch eine Schützöffnung *C* aus dem Reservoir in den Raum *D* ein, welcher von dem Boden *E*, dem kelchförmigen Cylinder *F*, der Kreisschütze *G* und dem festen Boden *A* gebildet wird. Die Abrundung des obern Randes des Cylinders *F* verhindert die Contraction des Wassers fast ganz, und gestattet demselben den Zwischenraum der Leitcurven immer anzufüllen. Ein beweglicher Lederring verschließt den zwischen den Cylindern *F*, *G* stattfindenden engen Zwischenraum. Der Cylinder *G* kann vermittelst zweier Stangen *H* auf und nieder bewegt werden, in seiner niedrigsten Stellung ruht er auf dem festen Grunde und verhindert den Eintritt des Wassers in die Schaufeln, wobei das Rad alsdann unbeweglich ist.

Die unbewegliche Platte *A* sitzt an einem hohlen Cylinder *I*, welcher auf der Deckplatte *K* befestigt ist, und die Welle *L* des Rades umgiebt, um sie vor dem Wasser zu schützen.

Die Leitcurven sind höher, als die Schaufeln und haben eine entgegengesetzte Krümmung. Ihre Krümmung steht senkrecht auf dem Cylinder *I*, und endigt sich in einen schicklich gerichteten geraden Theil, damit das Wasser keinen Stoß gegen die Schaufeln ausübt, wenn es dieselben trifft. Was die Curve dieser Schaufeln anlangt,

so wird sie fast auf dieselbe Weise verzeichnet, wie die Schaufeln des verticalen Wasserrades von Poncelet.

Der Kranz *B* wird durch an der Welle *L* festsitzende Arme *M* unterstützt; diese Welle dreht sich unten auf einem Zapfen, welcher durch eine sehr sinnreiche Vorrichtung beständig mit Oel versehen wird, und ist an ihrem obern Ende mit einem Zapfen versehen, welcher in einem Lager geht, das an zwei auf dem Deckel *K* sitzenden Stützen befestigt ist.

Bei einem großen Gefälle würde der innere Wasserraum eine zu große Höhe haben, wenn der Boden im Niveau des Grundes des Reservoires läge. In diesem Falle steigt das Wasser in einer Röhre *N* (Fig. **16**) herunter und tritt durch die Schützöffnung *C* in einen cylindrischen Raum *D* ein, welcher unten die Form des vorhergehenden hat. Der Deckel *K* muß sehr solide befestigt werden, um dem von unten nach oben stattfindenden Drucke des Wassers widerstehen zu können.

§. **205.** Die Geschwindigkeit des Wassers bei seinem Eintritte in eine Fourneyron'sche Turbine kann immer als von der gesammten Druckhöhe herrührend betrachtet werden; wenn das Rad unter dem Wasser geht, so ist diese Höhe der Entfernung des Niveaus in dem Abflußkanale von dem Niveau in dem Reservoir gleich; im entgegengesetzten Falle überschreitet sie die Höhe, welche die Geschwindigkeit wirklich erzeugt, nur etwas, weil die Mitte der Schaufeln nur sehr wenig über dem ausströmenden Wasser liegt.

Die Geschwindigkeit des Rades, welche die Arbeit zu einem Maximum macht, beträgt für den größten Umkreis nahe zu **0,61** von der, welche das Wasser bei seinem Eintritte in den Kranz besitzt.

Bei einer solchen Geschwindigkeit liefert eine Turbine, sie mag über oder in dem Wasser gehen, bei Druckhöhen von 24^m bis $0^m,21$ eine mechanische Arbeit, welche wenigstens **0,6** bis **0,75** von der beträgt, welche der Beweger liefern kann. Es existirt in der That eine Turbine von Fourneyron, welche bei einer Druckhöhe von 23^m einen Bruch $= 0,6$ von der Quantität Wirkung des Bewegers liefert, und eine andere, welche bei einer sehr geringen Druckhöhe sogar **0,8** derselben Quantität Wirkung giebt. Die anzuwendende Formel ist daher (§. **155**):

für große Druckhöhen .... $Qv' = 600^{kg}\,XH$,
„ mittlere „ $Qv' = 700^{kg}\,XH$,
und für kleine „ $Qv' = 800^{kg}\,XH$.

Danaiden.

§. **206.** Die horizontan Räder, welche man Danaiden nennt, empfangen das Wasser nach einer mehr oder weniger geneigten Richtung, und haben ebene oder krumme Schaufeln, welche zwischen zwei unten offenen Ringen sitzen. Der Halbmesser der

selben darf nicht groß sein, damit die dem größten Effecte zugehörige Geschwindigkeit nahe zu allen Punkten der Schaufel entspricht, wenn sie für einen der mittlern Punkte bestimmt ist. Die ebenen Schaufeln müssen normal auf den beiden Ringen und senkrecht auf der Richtung des Wasserstrahles stehen. Das Profil der krummen Schaufeln, welches ganz willkührlich ist, kann von einem Kreisbogen gebildet werden, dessen Sehne geneigt ist; jedoch muß der untere Theil dieses Bogens fast mit der Horizontalen zusammenfallen, damit das Wasser bei seinem Austritte nur noch eine sehr kleine Geschwindigkeit besitzt, wenn sie nicht Null ist. Endlich muß der durch eine Röhre eingeleitete Strom die Schaufel so treffen, daß er das erste Element des Profiles tangirt, weil sonst ein Stoß vorhanden sein würde, und die erhaltene Arbeit bedeutend von der verschieden sein würde, welche durch die gesammte Fallhöhe hervorgebracht werden kann.

Wenn man gezwungen ist, eine große Wassermasse anzuwenden, so theilt man dieselbe in mehrere einzelne Ströme, welche man durch eben so viele Röhren auf die verschiedenen Schaufeln leitet, oder man leitet das Wasser in einen über dem Rade liegenden Cylinder, dessen Boden mehrere Löcher enthält, welche mit schicklich geneigten conischen Ansatzröhren versehen sind. Die Anwendung mehrerer Zuleitungen hat den Vortheil, daß ihre verschiedenen Lagen unter sich und mit dem an der verticalen Welle wirkenden Widerstande so combinirt werden können, daß diese Welle keinen Seitendruck zu erleiden hat.

§. 207. Wir wollen die Theorie der Danaiden auf die allgemeinste Weise aufstellen, indem wir die mit ebenen Schaufeln zuerst betrachten. Die für die Turbinen angewandte Bezeichnung gilt auch für sie; es bezeichnet also v die Geschwindigkeit des Stromes in der Mitte D der Schaufel AB, wo der mittlere Faden die letztere trifft (Fig. 17. Taf. III); α den von der Richtung dieses Strahles und der Schaufel in der an der cylindrischen Fläche, worin D liegt, tangirenden verticalen Ebene gebildeten Winkel; v' die horizontale Geschwindigkeit des Rades in derselben Fläche; β den von der horizontalen Ebene DE und der untern Fläche der Schaufel eingeschlossenen Winkel.

Die auf der Ebene AB normalen Componenten der Geschwindigkeiten v, v' sind $v\sin\alpha$, $v'\sin\beta$. Da diese Componenten nach demselben Sinne gerichtet sind, so erleidet die in der Secunde verbrauchte Wassermasse durch den Stoß einen Verlust an Geschwindigkeit $= \frac{m(v\sin\alpha - v'\sin\beta)^2}{2}$, so daß man, wenn man wieder mit U die wirksame Austrittsgeschwindigkeit bezeichnet,

$$Qv' = \frac{mv^2}{2} - \frac{m(v\sin\alpha - v'\sin\beta)^2}{2} - \frac{mU^2}{2}$$

hat. Nun sind aber die zu AB parallelen Componenten von v, v'

gleich $v\cos\alpha$ und $v'\cos\beta$ und wirken nach entgegengesetzten Richtungen. Die Masse m besitzt folglich in D eine relative Geschwindigkeit $v\cos\alpha+v'\cos\beta$, vermittelst welcher sich das Wasser von D nach A bewegt, und da das Rad immer nur eine geringe Höhe hat, so kann man von der während des Niedersteigens stattfindenden Wirkung der Schwere abstrahiren und annehmen, daß die Geschwindigkeit u von m im Punkte A noch dieselbe ist, als im Anfangspunkte der Bewegung, und $u=v\cos\alpha+v'\cos\beta$ setzen. Aber die Winkelgeschwindigkeit des Punktes A reducirt u auf $v\cos\alpha$. Folglich hat man:

$$U^2=v^2\cos^2\alpha+v'^2\sin^2\beta,$$

$$Qv'=\frac{mv^2}{2}-\frac{m(v\sin\alpha-v'\sin\beta)^2}{2}-\frac{m(v^2\cos^2\alpha+v'^2\sin^2\beta)}{2},$$

und nach Verrichtung aller Reductionen:

$$Qv'=m(v\sin\alpha-v'\sin\beta)v'\sin\beta.$$

Hier würde die Anwendung der Quantität Bewegung viel einfacher als die der Quantitäten Wirkung gewesen sein, weil man sehr schnell zu dem Endwerthe von Qv' gelangt sein würde, wenn man bemerkt, daß die normale Wirkung des Wassers gegen die Schaufel gleich $m(v\sin\alpha-v'\sin\beta)$ und daß die horizontale Kraft von Q gleich $m(v\sin\alpha-v'\sin\beta)\sin\beta$ ist.

§. 208. Differentiirt man den Ausdruck von Qv' in Beziehung auf jede der drei Veränderlichen α, β, v', so erhält man:

$$\frac{dQv'}{d\alpha}=mvv'\sin\beta\cos\alpha,\ \frac{dQv'}{d\beta}=mv'(v\sin\alpha\cos\beta-2v'\sin\beta\cos\beta),$$

$$\frac{dQv'}{dv'}=m\sin\beta(v\sin\alpha-2v'\sin\beta).$$

Setzt man diese Differentialcoefficienten gleich Null, so erhält man für die Bedingungen der größten Arbeit aus dem ersten $\cos\alpha=o$, oder $\alpha=90^o$ und aus den beiden andern $v'=\frac{v}{2}\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$. Um also den größtmöglichsten Effect von dem Rade zu erhalten, muß man den Wasserstrahl senkrecht auf die gestoßene Schaufel leiten, und die arbeitende Maschine so einrichten, daß $v'=\frac{v}{2\sin\beta}$ ist. Alsdann hat man:

$$Qv'=m\left(v-\frac{v}{2}\right)\frac{v}{2}=\frac{mv^2}{4}=0{,}5\,\frac{mv^2}{2},$$

woraus hervorgeht, daß nach der Theorie eine Danaide blos die

Hälfte von der Arbeit giebt, welche der Beweger liefert. Diese Hälfte giebt sie aber auch bei allen Geschwindigkeiten; denn wir wollen v' einen großen Werth beilegen, der selbst viel größer ist, als die des Wassers, so braucht man daraus blos vermittelst der Gleichung $\sin\beta = \frac{v}{2v'}$ den Werth von β zu bestimmen, und die Schaufeln nach diesem Winkel zu neigen, damit Qv' gleich $0{,}5 \times \frac{mv^2}{2}$ bleibt, wenn außerdem die Richtung des Gerinnes so verändert ist, daß der Strom in der Normale bleibt.

In der Wirklichkeit beträgt der Nutzeffect einer Danaide mit ebenen Schaufeln nur 0,7 von dem sich aus der Theorie ergebenden, so daß man als praktische Formel der Quantität Wirkung, wenn die Bedingungen des Maximums nicht erfüllt sind, die Gleichung:

$$Qv' = 0{,}7\, m\,(v\sin\alpha - v'\sin\beta)\,v'\sin\beta$$

anwenden muß, während die durch die Mitte jeder Schaufel gehende an dem Umkreise tangirende horizontale Kraft durch die Gleichung:

$$Q = 0{,}7\, m\,(v\sin\alpha - v'\sin\beta)\sin\beta$$

gegeben wird.

Wenn das Rad jedoch für das Maximum der Arbeit eingerichtet ist, so sind die praktischen Formeln:

$$Qv' = 0{,}7 \times 0{,}5\,\frac{mv^2}{2} = 0{,}35 \times 1000^{kg}\,XH,$$

$$Q = \frac{0{,}35 \times 1000^{kg}\,XH}{v'},$$

worin H die gesammte Fallhöhe bezeichnet.

§. 209. In einer Danaide mit ebenen Schaufeln sei

$$X = 0^{mc},25,\ v = 6^m,\ v' = 4^m,\ \alpha = 70^0,\ \beta = 50^0,$$

so hat man successive:

$$Qv' = 0{,}7\,\frac{1000^{kg} \times 0{,}25}{9^m,81}\,(6^m \sin 70^0 - 4^m \sin 50^0)\,4^m \sin 50^0,$$

$$Log\,6^m = 0{,}7781513 \qquad Log\,4^m = 0{,}6020600$$

$$Log \sin 70^0 = \overline{1},9729858 \qquad Log \sin 50^0 = \overline{1},8842540$$

$$Log\,6^m \sin 70^0 = 0{,}7511371 \qquad Log\,4^m \sin 50^0 = 0{,}4863140$$

$$6^m \sin 70^0 = 5^m,64. \qquad 4^m \sin 50^0 = 3^m,06.$$

$$Qv' = 0{,}7\,\frac{250_{kg}}{9^m,81}\,(5^m,64 - 3^m,06)\,3^m,06 = 140^k,835 = 1{,}88\ \text{Pferdekr.}$$

Da der Beweger nahe zu einer Arbeit von

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{250^{kg}}{9^m,81} \times \frac{36^{mm}}{2} = 458^k,7$$

fähig ist, so giebt das Rad blos **0,307**, statt daß dasselbe bei der dem Maximum entschrechenden Geschwindigkeit **0,35** geben würde.

§. **210.** Die Danaiden mit krummen Schaufeln sind höher als die vorhergehenden, damit das Wasser darin durch sein Gewicht wirken kann, und man kann folglich darin die Wirkung der Schwere nicht vernachlässigen. Die Winkel α, β sind für diese Art Räder diejenigen, welche die Tangente AB im höchsten Punkte A des mittlern Profiles der Schaufel (Fig. **18.** Taf. **III.**) mit der Richtung des Stromes und der Tangente an dem Umfange bilden, dessen Mittelpunkt in der verticalen Axe liegt. Dann ist noch ein dritter Winkel zu betrachten, nämlich der, welchen die Tangente im tiefsten Punkte D des mittlern Profiles mit der Tangente an dem Umfange bildet, auf dem sich dieser Punkt befindet, und welchen wir mit γ bezeichnen wollen. Endlich wollen wir durch H' die Höhe des Niveaus in dem Reservoir über dem obern Kreise des Rades und durch H'' die Höhe der Schaufeln bezeichnen, und annehmen, daß der Schütz hinreichend nahe an dem Eintrittspunkte A liege, damit die Geschwindigkeit v des Wassers in diesem Punkte blos der Druckhöhe H' zugeschrieben werden kann.

Die auf der Schaufel senkrechte Seitenkraft von v ist hier

$$v\cos(90^0 - \alpha) = v\sin\alpha,$$

und der Stoß verursacht einen Verlust an Quantität Wirkung gleich

$$\frac{m(v\sin\alpha - v'\sin\beta)^2}{2}.$$

Aber die Masse m bewirkt eine Zunahme mgH'' beim Herabsteigen auf der cylindrischen Fläche AD. Wenn also kein Stoß vorhanden wäre, so würde diese in D angekommene Masse eine Quantität Wirkung:

$$\frac{mv^2}{2} + mgH'' = mg(H' + H'')$$

hervorbringen, und es würde:

$$Qv' = mg(H' + H'') - \frac{m(v\sin\alpha - v'\sin\beta)^2}{2} - \frac{mU^2}{2}$$

sein.

Die Geschwindigkeit v' des Austrittspunktes D hat eine Seitenkraft $v'\cos\gamma$, welche in entgegengesetztem Sinne von u nach der Tangente an dem Profile der Schaufel gerichtet ist. Die Endgeschwindigkeit der in D angekommenen Masse m ist also $u-v'\cos\gamma$, das Quadrat der Austrittsgeschwindigkeit:

$$U^2=(u-v'\cos\gamma)^2+v'^2\sin^2\gamma=u^2-2uv'\cos\gamma+v'^2,$$

und

$$Qv'=mg(H'+H'')-\frac{m(v\sin\alpha-v'\sin\beta)^2}{2}-\frac{m(u^2-2uv'\cos\gamma+v'^2)}{2}.$$

Im Eintrittspunkte A erhält die Masse m von der Schnelligkeit des Stromes eine nach der Tangente AB des Profiles gerichtete Geschwindigkeit $v\cos\alpha$, und dieser Punkt erhält in demselben Sinne durch die Rotation eine Geschwindigkeit $v'\cos\beta$, weshalb sich das Wasser auf der Schaufel mit einer relativen Geschwindigkeit $v\cos\alpha-v'\cos\beta$ herabzubewegen anfängt. Nun ertheilt ihm aber die Schwere von A bis D eine Geschwindigkeit gleich $\sqrt{2gH''}$; folglich ist:

$$\frac{mu^2}{2}=\frac{m(v\cos\alpha-v'\cos\beta)^2}{2}+\frac{m}{2}\times 2gH''$$

und

$$u=\sqrt{[(v\cos\alpha-v'\cos\beta)^2+2gH'']}.$$

§. 211. Aus dem allgemeinen Werthe von Qv' ergiebt sich, daß das Rad nicht eine Arbeit liefern kann, welche der Arbeit $mg(H'+H'')$ des Bewegers gleich ist, wenigstens nicht, wenn nicht:

$$v\sin\alpha-v'\sin\beta=0,\ u^2-2uv'\cos\gamma+v'^2=0$$

ist. Die Bedingungen für das Maximum des Effectes sind also:

$$v'=v\frac{\sin\alpha}{\sin\beta},\ u=v',\ \text{und}\ \cos\gamma=1\ \text{oder}\ \gamma=0.$$

Die letzte kann nicht vollkommen erfüllt werden, weil man das letzte Element der Schaufeln nicht ganz horizontal machen kann; jedoch hat ein Werth von 30^0 keinen bedeutenden Einfluß auf die Größe von Qv'.

Führt man die zweite Bedingung in den allgemeinen Ausdruck von u ein, so erhält man die Gleichung:

$$v'^2=(v\cos\alpha-v'\cos\beta)^2+2gH'',$$

dann successive:

$$v'^2 = v^2\cos^2\alpha - 2vv'\cos\alpha\cos\beta + v'^2\cos^2\beta + 2gH'',$$

$$2vv'\cos\alpha\cos\beta = v^2\cos^2\alpha - v'^2 + v'^2\cos^2\beta + 2gH'' = v^2 - v^2\sin^2\alpha -$$

$$v'^2\sin^2\beta + 2gH'' = 2g(H' + H'') - (v^2\sin^2\alpha + v'^2\sin^2\beta),$$

$$2vv'(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) = 2g(H' + H'') - (v^2\sin^2\alpha - 2vv'\sin\alpha\sin\beta +$$

$$v'^2\sin^2\beta) = 2g(H' + H'') - (v\sin\alpha - v'\sin\beta)^2 = 2g(H' + H'')$$

und endlich:

$$v' = \frac{g(H' + H'')}{v\cos(\beta - \alpha)}.$$

Dieses ist folglich theoretisch die Geschwindigkeit, welche man der Danaide geben muß, wenn ihre Arbeit das Maximum erreichen soll; wenn man $\beta - \alpha$ schicklich bestimmt hat, so kann sie sehr groß sein, ohne daß die Arbeit vermindert wird.

Jedoch ist es noch nicht positiv bekannt, welches in der Wirklichkeit die vortheilhafteste Geschwindigkeit einer Danaide mit krummen Schaufeln ist, und welche Quantität Wirkung dieser Receptor in der Praxis zu geben vermag. Borda hat die Nutzarbeit auf **0,75** von der sich aus der Theorie ergebenden geschätzt, und nach Navier könnte sie bis auf **0,8** steigen, wenn man die Höhe H'' der Schaufeln vergrößerte, um durch die Verminderung der Eintrittsgeschwindigkeit v einen sehr geringen Stoß zu bewirken. Nimmt man an, daß die obigen Daten durch das Erperiment geliefert wären, so wollen wir für den Fall, wo die Bedingungen des Maximums nicht erfüllt sind, als praktische Formel die Gleichung:

$$Qv' = 0{,}75\,\frac{1000^{kg}X}{2g}\,[2gH - (v\sin\alpha - v'\sin\beta)^2 - u^2 + 2uv'\cos\gamma - v'^2]$$

und für den größten Effect die Gleichung:

$$Qv' = 750^{kg}XH$$

angeben, worin H die gesammte Fallhöhe $H' + H''$ bezeichnet.

§. 212. Wir wollen als Beispiel eine Danaide mit krummen Schaufeln wählen, welche der in §. 209 angegebenen Danaide mit ebenen Schaufeln sehr ähnlich ist. Es sei also

$$X = 0^{mc},25,\ v' = 4^m,\ \beta = 50^o,\ H = 1^m,835,$$

und damit das als frei angenommene Wasser nahe zu am untern Theile des Rades eine Geschwindigkeit von 6^m besitzt, sei

$$H' = 0^m,835,\ H'' = 1^m,\ \gamma = 40^o.$$

Was den Winkel α anbelangt, so wollen wir ihn blos $=40^{o}$ annehmen; denn wenn er noch $=70^{o}$ wäre, so würde das Wasser vermöge des Werthes von β von unten nach oben wirken. Nach diesen Daten haben wir:

$$v=\sqrt{2gH'}=\sqrt{2\times 9^{m},81\times 0^{m},835}=4^{m},048,$$

$$\sin\alpha=\cos\beta=0{,}643,\quad \cos\alpha=\sin\beta=\cos\gamma=0{,}766,$$

$$u=\sqrt{[(4^{m},048\times 0{,}766-4^{m}\times 0{,}643)^{2}+2\times 9^{m},81\times 1^{m}]}=\sqrt{19^{mm},9}=4^{m},46,$$

$$Qv'=\frac{750^{kg}\times 0{,}25}{2\times 9^{m},81}\left\{\begin{array}{l}2\times 9^{m},81\times 1^{m},835-(4^{m},048\times\\ 0{,}643-4^{m}\times 0{,}766)^{2}-19^{mm},9\\ +2\times 4^{m},46\times 4^{m}\times 0{,}766-16^{mm}\end{array}\right\}$$

$$=266^{k},56=3{,}55\ \text{Pferdekr.}$$

Nun würde aber der Beweger

$$1000^{kg}\times 0{,}25\times 1^{m},835=458^{k},7$$

hervorbringen; folglich bringt die Danaide mit krummen Schaufeln blos **0,58** dieser Arbeit hervor, während sie **0,75** geben würde, wenn ihre Geschwindigkeit dem Maximum entspräche. Nichts destoweniger hat sie vor der Danaide mit ebenen Schaufeln einen bedeutenden Vortheil.

§. **213.** Es giebt noch eine dritte Art von Danaiden, deren krumme Schaufeln zwischen zwei conischen Ringen enthalten sind. Der Eintrittspunkt liegt nicht mehr in derselben Entfernung von der Axe als der Austrittspunkt, und die Centrifugalkraft vermehrt oder vermindert die Geschwindigkeit u, welche die Wassermasse am untern Ende der Schaufel in der cylindrischen Danaide besitzt (§. **197**); so daß man, wenn u_1 ihren neuen Werth bezeichnet, $u_1^{2}=u^{2}\mp\omega^{2}(R^{2}-R'^{2})$ hat. Aber das Quadrat U^{2} der Austrittsgeschwindigkeit ist noch dieselbe Funktion; man braucht nur darin u durch u_1 und v' durch $R\omega$ zu ersetzen, wo R die Entfernung der Axe von dem Punkte bezeichnet, worin U stattfindet. Die Formel für Qv' dient also auch noch zur Bestimmung der Quantität Wirkung, welche die Danaide hervorbringen kann; die Bedingungen für das Maximum bleiben dieselben, und man muß in der Praxis ebenfalls den Correctionscoefficienten **0,75** anwenden.

Vergleichung der Wasserräder.

§. **214.** Wenn man die Wasserräder in der Beziehung mit einander vergleichen will, welches von ihnen sich für eine projectirte Anlage gerade am besten eignet, so genügt es, das nochmals kurz zu wiederholen, was wir über jeden dieser Receptoren gesagt haben. Wenn man auf die folgenden Data besonders Rücksicht nimmt, so wird die Wahl nicht schwer fallen.

Die unterschlächtigen Wasserräder können nur eine Geschwindigkeit gleich **0,4** von der des Stromes annehmen, und geben blos **0,3** von der Arbeit, welche der Beweger hervorzubringen im Stande ist. Aus ihrer Construction geht außerdem hervor, daß sie aufhören zu gehen, wenn ihre untern Schaufeln unter dem Niveau des Abzugskanales liegen; denn es ist einleuchtend, daß bei einem solchen Umstande die vor dem Rade befindliche Wassermasse der Bewegung der Schaufeln hinderlich ist, und die Kraft der aus dem Gerinne kommenden Wassermasse schwächt. Jedoch sind diese Räder so einfach, daß sie sehr billig herzustellen sind, und außerdem kann man ihnen einen so großen Halbmesser geben, daß die zur Vergrößerung des Druckes des Wassers erforderlichen Vorgelege erspart werden können. Andererseits ist wieder klar, daß, wenn sie ohne Hülfe von Räderwerken einen großen Widerstand zu überwinden vermögen, die Anzahl der in der Minute erfolgenden Umdrehungen geringer, und die Geschwindigkeit des Operators vermindert wird.

Die unterschlächtigen Wasserräder mit krummen Schaufeln können eine Geschwindigkeit gleich **0,55** bis **0,6** von der des Wassers annehmen und bei einer Fallhöhe über 2^m einen Theil $=0,65$, un bei einer unter dieser Grenze liegenden Fallhöhe einen Theil $=0,75$ von der Arbeit des Wassers liefern. Sie gehen auch untergetaucht, selbst wenn das Niveau vor denselben bis über die Schaufeln steht und den dritten Theil der gesammten Fallhöhe beträgt. Bei gleichen Dimensionen sind sie etwas kostspieliger, als die vorhergehenden; jedoch können sie eine etwas größere Geschwindigkeit annehmen, was in vielen Fällen von Vortheil ist. Was man denselben zum Vorwurf macht, besteht darin, daß sie nicht mit einer geringern Schnelligkeit gehen können, als die durch das Maximum bedingte, ohne daß das Wasser zum Theil in den innern Cylinder geworfen wird, womit eine merkliche Verminderung der hervorgebrachten Quantität Wirkung verbunden ist.

Die hängenden Räder sind speciell für Flüsse bestimmt, und ersetzen keine andere Art von Wasserrädern, noch können sie durch eine andere ersetzt werden.

Die mittelschlächtigen Wasserräder müssen eine sehr kleine Geschwindigkeit besitzen, obgleich jedoch ihre Arbeit unbedeutend vermindert wird, wenn ihre Geschwindigkeit die dem Maximum entsprechende überschreitet. Bei guter Construction geben sie **0,8** Procent von der Arbeit des Wassers. Da aber ihr Halbmesser der Höhe des Grundes in dem Gerinne von dem Niveau des Wassers im Ausflußkanale gleich und oft noch größer ist, so werden sie bei bedeutenden Druckhöhen sehr groß und schwer. Außerdem können sie nicht gehen, wenn die untern Schaufeln ganz unter dem Wasser gehen, und der bedeutende Halbmesser, welchen sie zur Hervorbringung eines großen Effectes haben müssen, erschwert ihre Construction und ihre Aufstellung.

Die oberschlächtigen Wasserräder fordern auch eine geringe Geschwindigkeit, jedoch entfernen sie sich, wie die mittelschlächtigen, wenig von ihrem größten Effecte, wenn ihre Rotationsgeschwindig-

keit ungefähr 2^m in der Secunde beträgt; die Arbeit erreicht alsdann **0,8** von der des Bewegers. Da sie ein bedeutendes Wasservolumen in der Secunde aufnehmen können, und einen der ganzen Fallhöhe gleichen Durchmesser haben können, so brauchen sie nicht sehr lang zu sein, um eine bedeutende Kraft hervorzubringen. Endlich hindert ein der Breite der Kränze gleiches Eintauchen in das Wasser diese Räder in ihrer Wirkung nicht.

Die Turbinen von Fourneyron können eine sehr große Geschwindigkeit annehmen, ganz unter das Wasser getaucht sein, und große Kräfte entwickeln, ohne einen so großen Halbmesser, noch ein solches Gewicht zu haben, wie die andern Räder, und nichts desto weniger **0,75** der Arbeit des Wassers übertragen. Sie eignen sich außerdem für alle Gefälle und übertragen die horizontale Kreisbewegung direct.

Auch die Danaiden mit krummen Schaufeln besitzen diese letzte Eigenschaft und können **0,75** von der Arbeit des Wassers übertragen; jedoch können sie nicht unter Wasser gehen, und sind nur bei mittlern Fallhöhen anwendbar.

Man muß also das unterschlächtige Wasserrad mit krummen Schaufeln bei sehr kleinen Gefällen, das mittelschlächtige bei mittlern und das oberschlächtige bei großen Gefällen anwenden; aber die Turbine von Fourneyron paßt für alle Gefälle, und selbst für die, welche für ein oberschlächtiges Wasserrad zu groß sein würden.

Arbeitsmaschinen.

§. **215.** Die Arbeitsmaschinen können in zwei Klassen getheilt werden, von denen die erste die durch die Hand bewegten Maschinen, oder die mechanischen Instrumente, die zweite aber alle andern umfaßt. Die erstern können nur durch den Menschen bewegt werden, weil die Hand zugleich Beweger ist und einen Stützpunkt bildet; aber die eigentlichen Maschinen haben leblose Unterstützungspunkte, und können durch alle Beweger vermittelst schicklicher Receptoren in Bewegung gesetzt werden. Es ist daher kein Grund vorhanden, sie eher mit dem einen als mit dem andern Beweger in Verbindung zu setzen. Jedoch wollen wir wegen der speciellen Bestimmung unseres Werkes als durch Wasser bewegte Maschinen diejenigen betrachten, welche in dem Fabrikwesen gewöhnlich durch dasselbe bewegt werden, sowie wir als die durch Menschen bewegten Maschinen diejenigen betrachtet haben, welche in diesem Zweige gewöhnlich durch einen lebendigen Beweger bewegt werden.

Durch Wasser bewegte Hämmer.

§. **216.** Die Hämmer oscilliren um eine horizontale Axe, welche ihren Helm in zwei mehr oder weniger ungleiche Theile

theilt. Das Aufheben wird durch eine Daumenwelle bewirkt, und das Niederfallen durch den Ueberschuß des Gewichtes desjenigen Theiles des Helmes, woran der Hammer sitzt, über den Rest desselben. Zuweilen wird durch den Hammer beim Aufheben eine Feder zusammengedrückt, welche das Niederfallen durch ihre Reaction beschleunigt.

Die Daumen drücken entweder hinter der Drehungsaxe von oben nach unten auf den Hammerhelm, oder heben denselben entweder am vordern Ende, oder zwischen diesem Ende und der Axe in die Höhe. Die erste Art benennt man mit dem Namen Schwanzhämmer, die zweite mit dem Namen Stirnhämmer, und die dritte mit dem Namen Aufwerfhämmer. Der erste ist bei weitem der leichteste und wird in den Fabriken gewöhnlich Hammer genannt; die beiden andern führen den gemeinschaftlichen Namen große Hämmer. Obgleich die Axe der letztern sehr nahe an dem dem Kopfende entgegengesetzten Ende des Helmes liegt, so ist sie doch schwer belastet, weil der Helm aus Gußeisen besteht, oder wenn er aus Holz ist, sehr große Dimensionen hat, und der Kopf sehr schwer ist. Auch geschieht es, um die Last nicht zu groß zu machen, und daher nicht genöthigt zu sein, sehr starke Zapfen anzuwenden, daß man den wirksamen Beweger an der Seite des Widerstandes anbringt.

Schwanzhammer (Hammer).

§. 217. Der hölzerne Helm eines Hammers wird von einem eisernen Ringe umgeben, welchen man die Hammerhülse nennt, und woran die Zapfen sitzen. Das dem Kopfende *A* (Fig. 19 Taf. III) entgegengesetzte Ende ist von einem Metallringe umgeben, auf welchen der Stoß der Daumen, und dann der Druck derselben so lange erfolgt, bis eine hinreichende Erhebung daraus entstanden ist. Der Stoß erfolgt vertical, weil er in einer fast horizontalen Ebene stattfindet, worin die Axe *C* der Welle und die der Hammerhülse *D* liegt. Endlich sitzt auf dieser Welle z. B. ein unterschlächtiges Wasserrad, gegen welches das Wasser in der Richtung vom Kopfe nach dem Ringe des Hammers fließt.

§. 218. Die Quantität Wirkung, welche der Beweger in der Secunde hervorbringen muß, besteht 1) aus der, welche durch das Emporheben des Hauptwiderstandes und die Reibungen erfordert wird; 2) aus der, welche durch die Stöße einer gewissen Anzahl von Hebedaumen erfordert wird.

Zur Berechnung der ersten wollen wir die mittlern Werthe der Pressungen anwenden, welche während des Aufhebens und dann in den Zeiträumen ausgeübt werden, während welcher die Daumenwelle leer herumgeht, indem wir die Bewegung der letztern als gleichförmig annehmen. Außerdem kömmt die Gleichheit der in Rede stehende Quantität Wirkung und des correspondirenden Theiles von der, welche der Beweger anwendet, auf die Gleichheit der Momente der Kräfte zurück, weil alle Bewegungen im Kreise erfolgen.

Es sei also Q die tangential an der Peripherie des Rades wirkende Kraft, welche von dem mittlern Wasserstrahle herrührt, α der von der Richtung dieser Kraft und der Horizontalen eingeschlossene Winkel (Fig. 19. Taf. III), R_2 die Entfernung derselben Richtung von der Rotationsaxe C, P' das auf den Zapfen der Welle C lastende Gewicht. Das Moment der Kraft Q ist QR_2, ihre horizontale Seitenkraft gleich $Q\cos\alpha$ und verticale gleich $Q\sin\alpha$.

Für einen Augenblick ist es erlaubt, anzunehmen, daß der Ring gegen den Daumen eine beständige und verticale Reaction ausübt, deren mittlerer Werth $= q$ sei. Diese Reaction bewirkt eine gleitende Reibung, welche nach (§. 57) gleich $f_1\, q.\, \frac{R'+R''}{R''} \cdot \frac{\theta}{2}$ ist, wenn f_1 den den reibenden Substanzen entsprechenden Coefficienten, R' die Entfernung des Berührungspunktes B von der Axe C der Welle, R'' die Entfernung desselben Punktes von der Axe D der Hammerhülse und O den Bogen vom Halbmesser 1, welchen die Horizontalen BC, BD während des Aufsteigens beschreiben bezeichnet; denn der durch B um C beschriebene Bogen ist gleich $R'\theta$. Folglich ist im Berührungspunkte B eine von unten nach oben gerichtete Kraft:

$$q' = q\left(1 + f_1 \frac{R'+R''}{R''} \cdot \frac{\theta}{2}\right)$$

vorhanden, und die Resultante der Kräfte, welche die Zapfen der Welle in verticaler Richtung pressen, ist gleich $Q\sin\alpha + P' - q'$. Der gesammte durch diese Zapfen erlittene Druck ist folglich gleich:

$$\sqrt{[(Q\sin\alpha + P' - q')^2 + (Q\cos\alpha)^2]} = 0{,}96(Q\sin\alpha + P' - q') + 0{,}4\,Q\cos\alpha.$$

Es seien f'_1 der Coefficient ihrer Kreisreibung und ϱ' ihr Halbmesser, so wird das Moment dieser Reibung ausgedrückt durch:

$$f'_1\,\varrho'[0{,}96\,(Q\sin\alpha + P' - q') + 0{,}4\,Q\cos\alpha].$$

Die in Beziehung auf die Axe der Daumenwelle genommene Gleichung der Momente ist also:

$$QR_2 = q'R' + f'_1\,\varrho'[0{,}96\,(Q\sin\alpha + P' - q') + 0{,}4\cos\alpha],$$

woraus man die Relation:

$$Q = \frac{q'R' + 0{,}96 f'_1\,\varrho'\,(P' - q')}{R_2 - f'_1\,\varrho'\,(0{,}96\sin\alpha + 0{,}4\cos\alpha)}$$

erhält, welche den Theil Q der bewegenden Kraft giebt, wenn die continuirliche Kraft q des Daumens gegen den Ring bekannt ist.

Wir wollen den Hammer in einem Zeitpunkte des Aufsteigens

betrachten, worin ein Theil θ' von θ durch die Grade DG beschrieben ist, welche den Schwerpunkt G mit dem Mittelpunkte D der Oscillation verbindet, und es sei q_1 der mittlere Druck, welchen ein Daumen senkrecht auf den Helm ausübt. Die Kraft q_1 bringt in dem nächsten Augenblicke eine Quantität Wirkung $q_1 R'' d\theta'$ hervor. Während derselben Zeit erhebt sich G um die Höhe dh, wo h das gesammte Aufsteigen bedeutet, und das Gewicht P'' des Hammers absorbirt eine Quantität Wirkung $= P'' dh$.

Aber die Richtung von q_1 bildet mit der Verticale einen Winkel θ' und die Seitenkräfte dieser Kraft sind $q_1 \cos\theta'$, $q_1 \sin\theta'$. Der auf die Axe der Hammerhülse ausgeübte Druck ist folglich:

$$\sqrt{[(P''+q_1\cos\theta')^2+(q_1\sin\theta')^2]}=0{,}96(P''+q_1\cos\theta')+0{,}4q_1\sin\theta'$$

und die Reibung der Zapfen des Hammers:

$$f'_2[0{,}96\,(P''+q_1\cos\theta')+0{,}4q_1\sin\theta'],$$

und sie verbraucht während des Durchlaufens des Bogens $\varrho'' d\theta'$ in dem betrachteten Augenblicke eine Quantität Wirkung:

$$f'_2\varrho'' d\theta'[0{,}96(P''+q_1\cos\theta')+0{,}4q_1\sin\theta'].$$

Folglich ist:

$$q_1 R'' d\theta'=P'' dh+f'_2\varrho''[0{,}96(P'' d\theta'+q_1\cos\theta' d\theta')+0{,}4q_1\sin\theta' d\theta']$$

und:

$$q_1 R''\theta'=P''\int dh+f'_2\varrho''[0{,}96(P''\theta'+q_1\sin\theta')-0{,}4q_1\cos\theta']+C.$$

Nimmt men diese Integrale zwischen den Grenzen $\theta'=0$ und $\theta'=\theta$, um die ganze Höhe h des Aufsteigens zu umfassen, so erhält man:

$$q_1 R''\theta=P''h+f'_2\varrho''[0{,}96(P''\theta+q_1\sin\theta)-0{,}4q_1(\cos\theta-1)]$$

und:

$$q_1=\frac{P''(h+0{,}96f'_2\varrho''\theta)}{R''\theta-f'_2\varrho''[0{,}96\sin\theta-0{,}4(1-\cos\theta)]}.$$

Da die beständige Kraft q den Druck q_1 hervorbringt, so sind die während einer ganzen Umdrehung der Welle von diesen Kräften hervorgebrachten Quantitäten Wirkung einander gleich. Nun ist aber die von q herrührende gleich $2\pi R' q$, und wenn n die Anzahl der Daumen bezeichnet, so hat man $nq_1 R''\theta$ für die Quantität Wirkung, welche q_1 erzeugt. Folglich ist:

$$2\pi R' q = n q_1 R'' \theta,$$

$$q = \frac{nR''\theta}{2\pi R'} q_1 = \frac{nR''\theta}{2\pi R'} \frac{P''(h + 0{,}96 f'_2 \varrho'' \theta)}{R''\theta - f'_2 \varrho'' [0{,}96 \sin\theta - 0{,}4(1 - \cos\theta)]}$$

Wenn die Kraft Q vollständig bestimmt ist, so wird es sehr leicht, die Quantitäten Wirkung zu erhalten, welche durch die Erhebung des Hauptwiderstandes und durch die Reibungen in der Secunde erfordert werden. Es sei n' die Anzahl der in jeder Minute gemachten Umdrehungen des Wasserrades; so erfolgen in jeder Secunde eine Anzahl $\frac{n'}{60}$ von Umdrehungen; der Bogen, auf welchem Q während derselben Zeit wirkt, ist gleich $\frac{n'}{60} 2\pi R_2$, und für die angezeigte Arbeit findet man den Ausdruck:

$$T = \frac{2\pi R_2 n' Q}{60}.$$

§. **219.** Wir wollen jetzt die Quantität Wirkung bestimmen, welche bei dem Stoße eines Daumens gegen den Ring verbraucht wird, und es sei N' die nach der Verticale gerichtete Intensität dieses Stoßes, Ω' die Winkelgeschwindigkeit der Welle vor dem Stoße, ω' diejenige, welche darnach noch zurückbleibt, ω'' die Winkelgeschwindigkeit, welche der Daumen dem Hammer ertheilt, l die Entfernung des Schwerpunktes G von der Axe D der Hammerhülse (Fig. **19.** Taf. **III.**), dm' ein Massenelement des Systems der Daumenwelle und des Wasserrades, r' die Entfernung des Elementes dm' von der Axe C dieser Welle, M' die Masse desselben Systemes auf B bezogen, endlich dm'', r'', M'' dieselben Größen, welche den drei letzten an dem Hammer entsprechen.

Es ist factisch, daß der Daumen und der Ring, ungeachtet der Reaction der Elasticität, nach dem Stoße in Berührung bleiben; niemals hat man durch die Beobachtung die geringste Trennung beobachten können. Dieser Umstand rührt wahrscheinlich von der Wirkung des in G befindlichen Gewichtes P'' her, obgleich man wegen der sehr kurzen Dauer des Stoßes den letztern als von der Schwere unabhängig betrachten kann. Wie dem auch sei, so muß man den Punkt B des Daumens als dieselbe Geschwindigkeit wie der Punkt B des Ringes habend betrachten, und $R'\omega' = R''\omega''$ setzen, woraus $\omega'' = \frac{R'}{R''}\omega'$ folgt.

Das Massenelement dm'' empfängt durch den Stoß eine Geschwindigkeit $r''\omega''$ und eine Quantität Wirkung $= r''\omega'' dm''$. Die von der gesammten Masse m'' des Hammers empfangene Quantität Bewegung ist folglich $= \omega'' \int r'' dm'' = \omega'' lm''$, weil man diese Masse als im Schwerpunkte concentrirt annehmen kann. Nun

ist aber die von unten nach oben wirkende Kraft $\omega'' lm''$ in Beziehung auf die Kraft N', welche der verticale Stoß des Daumens ist, ein von oben nach unten gerichteter Widerstand. Die Axe der Hammerhülse erleidet folglich einen solchen Stoß, als wenn er direct durch ein Gewicht $N' + \omega'' lm''$ erfolgte; denn die beiden Kräfte N', $\omega'' lm''$ wirken in derselben verticalen Ebene und sind fast zu einander parallel.

Da die beiden Glieder der Resultante $N' + \omega'' lm''$ nothwendig positiv sind, so kann sie niemals Null werden, und folglich ist die Axe eines Schwanzhammers nie von allem Drucke frei. Mithin erfahren die Zapfen der Hammerhülse während des Stoßes des Daumens immer eine Reibung, deren Moment in Beziehung auf ihre Axe gleich $f'_2 \varrho''(N' + \omega'' lm'')$ ist.

Aber das Moment der Kraft N' in Beziehung auf dieselbe Axe ist $= N'R''$ und das des Widerstandes $\omega'' \int r''dm''$ ist $= \omega'' \int r''^2 dm''$ $= \omega'' M'' R''^2$. Das Gleichgewicht um die Axe der Hammerhülse erfordert folglich, daß

$$N'R'' = \omega'' M'' R''^2 + f'_2 \varrho''(N' + \omega'' lm'')$$

ist. Vernachlässigt man das Moment der Reibung, welches immer sehr gering ist, so hat man einfach:

$$N'R'' = \omega'' M'' R''^2 = \omega' R' R'' M'' \text{ und } N' = \omega' R' M''.$$

Der Stoß N' rührt von der Quantität Bewegung her, welche die Masse m' bei dem Stoße des Daumens verliert. Da der Verlust an Winkelgeschwindigkeit $= \Omega' - \omega'$ ist, so verliert das Massenelement dm' eine Quantität Bewegung gleich $r'(\Omega' - \omega')dm'$, und die von N' erzeugte Kraft ist $= (\Omega' - \omega') \int r' dm'$. Jedoch bewirken die unendlich kleinen Componenten dieser Kraft keinen Stoß auf die Axe der Welle, weil je zwei derselben in Beziehung auf diese Axe symmetrisch sind, und auch in entgegengesetzten Richtungen wirken, wodurch ihre Resultante gleich Null wird. Die Axe der Welle wird also blos durch die Kraft N' gestoßen; hieraus folgt eine Reibung $= f'_1 N'$, und das Gleichgewicht um diese Axe giebt die Gleichung:

$$(\Omega' - \omega') \int r'^2 dm' = N'R' + f'_1 \varrho' N'.$$

Vernachlässigt man darin das sehr kleine Moment der Reibung, und bemerkt, daß

$$(\Omega' - \omega') \int r'^2 dm' = (\Omega' - \omega') M' R'^2$$

ist, so erhält man:

$$N'R' = (\Omega' - \omega') M' R'^2 \text{ oder } N' = (\Omega' - \omega') M' R'.$$

Eliminirt man alsdann die Größe N' zwischen ihren beiden Werthen so ergiebt sich:

$$\omega' M'' = (\Omega' - \omega') M', \omega' = \frac{\Omega' M'}{M' + M''}, \Omega' = \frac{\omega' (M' + M'')}{M'}.$$

Um diese Winkelgeschwindigkeit vollständig zu bestimmen, welche die Welle vor und nach dem Stoße besitzt, genügt es, näherungsweise ihren mittlern Werth der aus der Beobachtung der in einer Minute von dem Wasserrade gemachten Umdrehungen abgeleiteten Winkelgeschwindigkeit Ω_1 gleich zu setzen, welche sich aus der Gleichung $\Omega_1 = \frac{2\pi n'}{60}$ ergiebt. Folglich ist:

$$\frac{\Omega' + \omega'}{2} = \Omega_1,$$

und man findet:

$$\Omega' = \frac{2\Omega_1 (M' + M'')}{2M' + M''}, \omega' = \frac{2\Omega_1 M'}{2M' + M''}.$$

Es ist alsdann leicht, den Verlust an Quantität Arbeit zu finden, welchen die Welle durch den Stoß eines einzigen Daumes erleidet. Vor dem Stoße besaß die Masse dm' in der That eine Quantität Wirkung $= \frac{r'^2 \Omega'^2 dm'}{2}$, und diejenige, welche derselben nach dem Stoße noch bleibt, ist gleich $\frac{r'^2 \omega'^2 dm'}{2}$.

Die Gesammtmasse m' hatte folglich eine Quantität Wirkung

$$\frac{\Omega'^2}{2} \int r'^2 dm' = \frac{\Omega'^2}{2} M' R'^2$$

wovon ihr nur ein Theil

$$\frac{\omega'^2}{2} \int r'^2 dm' = \frac{\omega'^2}{2} M' R'^2$$

bleibt; der Verlust ist gleich:

$$\frac{M' R'^2}{2} (\Omega'^2 - \omega'^2) = \frac{M' R'^2}{2} \times \frac{4\Omega_1^2 (M'^2 + 2M'M'' + M''^2) - 4\Omega_1^2 M'^2}{(2M' + M'')^2}$$

$$= M' R'^2 \frac{2\Omega_1^2 (2M'M'' + M''^2)}{(2M' + M'')^2} = M' R'^2 \frac{2\Omega_1^2 M''}{2M' + M''}$$

$$= \frac{2\Omega_1^2 M'' R'^2}{2 + \frac{M''}{M'}} = \Omega_1^2 M'' R'^2,$$

weil man wegen der Größe der sich auf das hydraulische System

beziehenden Masse M' gegen die sich auf den Hammer beziehende Masse M'' den Bruch $\frac{M''}{M'}$ vernachlässigen kann.

Wir erhalten den Verlust, welchen die Stöße während einer ganzen Umdrehung veranlassen, wenn wir $\Omega_1{}^2 M'' R'^2$ durch die Anzahl n der Daumen multipliciren, und den in jeder Secunde stattfindenden Verlust T', wenn wir dieses Resultat durch die Anzahl $\frac{n'}{60}$ der während dieser Zeit erfolgten Umdrehungen multipliciren. Es ist also:

$$T' = \frac{n n'}{60} . \Omega_1{}^2 M'' R'^2.$$

Die zur Herstellung dieses Verlustes erforderliche bewegende Kraft Q' muß also so beschaffen sein, daß:

$$\frac{n'}{60} 2\pi R_2 Q' = \frac{n n'}{60} \Omega_1{}^2 M'' R'^2$$

ist, woraus:

$$Q' = \frac{n \Omega_1{}^2 M'' R'^2}{2\pi R_2}$$

folgt, und man kann die Gesammtkraft $Q + Q'$ berechnen, welche das Wasser beständig auf das Rad ausüben muß.

Was die Gesammtquantität Wirkung anbetrifft, welche der Hammer in der Secunde erfordert, so ist sie nach (§. 218):

$$T + T'' = \frac{n'}{60}(2\pi R_2 Q + n \Omega_1{}^2 M'' R'^2).$$

§. 220. Als Anwendungsbeispiel wollen wir den im Zeughause zu Metz bestehenden Hammer betrachten.

Es ist daselbst:

$$P'' = 447^{kg}, h = 0^m,16, n = 6, R' = 0^m,57, R'' = 1^m,$$
$$f_1 = f'_2 = 0,2, \varrho'' = 0^m,03,$$

und der Bogen θ gleich $11^o,5$, woraus sich:

$$\theta = \frac{2\pi}{360^o} 11^o,5 = 0,2007, \sin\theta = 0,1994, \cos\theta = 0,9799$$

ergiebt. Folglich ist die verticale und beständige Kraft des Daumens:

$$q=\left\{\frac{6\times 1^m\times 0{,}2}{2\times 3{,}1416\times 0^m{,}57}\times\frac{447^{kg}\,(0^m{,}16+0{,}96\times 0{,}2\times 0^m{,}03\times 0{,}2}{1^m\times 0{,}2-0{,}2\times 0^m{,}03(0{,}96\times 0{,}1994-4\times 0{,}02)}\right\}=121^{kg}{,}29,$$

$$q'=121^{kg}{,}29\left(1+0{,}2\,\frac{0^m{,}57+1^m}{1^m}\times\frac{0{,}2}{2}\right)=125^{kg}{,}1.$$

Da bei derselben Maschine $f'_1=0{,}1$; $\varrho'=0^m{,}04$; $P'=1900^{kg}$; $R_2=1^m{,}8$ ist, und α als Null betrachtet werden kann, weil die Neigung des Gerinnes sehr gering ist, so hat man:

$$Q=\frac{125^{kg}{,}1\times 0^m{,}57+0{,}96\times 0{,}1\times 0^m{,}04(1900^{kg}-125^{kg}{,}1)}{1^m{,}8-0{,}1\times 0^m{,}04\times 0{,}4}=43^{kg}{,}44.$$

Wir müssen nun noch die auf die Berührung des Ringes bezogene Masse M'' des Hammers suchen. Hierzu müssen wir den Ausdruck $\int\frac{r''^2\,dm''}{R''^2}$, welcher M'' gleich ist, berechnen. Da aber $R''=1^m$ ist, so genügt es, das Trägheitsmoment $\int r''^2\,dm''$ in Beziehung auf die Axe der Hammerhülse zu bestimmen. Der zu befolgende Gang besteht darin, daß man in Beziehung auf diese Axe das Trägheitsmoment jedes der vier Theile des Hammers bestimmt, und dann ihre Summe bildet.

1) Der Kopf. Diese gußeiserne Masse wiegt 168^{kg}, und die Axe der Momente liegt $1^m{,}9$ von dem Schwerpunkte entfernt. Wenn wir also die Theilchen als in diesem Punkte concentrirt annehmen, so wird das Trägheitsmoment näherungsweise ausgedrückt durch:

$$\frac{168^{kg}}{9^m{,}81}(1^m{,}9)^2=61{,}82.$$

2) Der Helm ist ein quadratisches Prisma, welches 3^m Länge, $0^m{,}26$ im Quadrat hat, und 150^{kg} wiegt. Wir wollen zuerst das Trägheitsmoment in Beziehung auf eine Axe AB (Fig. 20. Taf. III) bestimmen, welche durch den Schwerpunkt geht und zur Axe der Hammerhülse parallel ist. Die Masse eines Elementes ist $=\delta\,dx\,dx\,dz$. Legen wir den Anfangspunkt in den Durchschnittspunkt O dieser Axe und der Longitudinalaxe, so ist die Entfernung des Massenelementes von der Axe der Momente $=\sqrt{y^2+z^2}$. Folglich ist das elementare Trägheitsmoment gleich $\delta\,dx\,dy\,dz(y^2+z^2)$ und das gesammte Trägheitsmoment gleich:

$$\int\delta\,dx\,dy\,dz(y^2+z^2)=\delta x\int dy\,dz(y^2+z^2)+C.$$

Integrirt man von $x=\frac{e}{2}$ bis $x=-\frac{e}{2}$, wo e die Seite des Quadrates des Querschnittes bezeichnet, so findet man:

$$\delta e \int dy\,dz\,(y^2+z^2)=\delta e \int \left(\frac{y^3}{3}+z^2 y\right)dz+C.$$

Durch Integration zwischen den Grenzen $y=\frac{e}{2}$ und $y=-\frac{e}{2}$ findet man:

$$2\delta e\int\left(\frac{e^3}{24}+\frac{z^2 e}{2}\right)dz=\delta e^2\int\left(\frac{e^2}{12}+z^2\right)dz=\delta e^2\left(\frac{e^2 z}{12}+\frac{z^3}{3}\right)+C.$$

Bezeichnet man mit k die Länge des Helmes und integrirt nochmals von $z=\frac{k}{2}$ bis $z=-\frac{k}{2}$, so erhält man endlich:

$$2\delta e^2\left(\frac{e^2 k}{24}+\frac{k^3}{24}\right)=\frac{\delta e^2 k}{12}(e^2+k^2).$$

Bezeichnet man nun durch d die Entfernung der Axe dieses Momentes von der der Hülse, so erhält man für das auf die letztere bezogene Moment:

$$\frac{\delta e^2 k}{12}(e^2+k^2)+\delta e^2 k d^2=\delta e^2 k\left(\frac{e^2+k^2}{12}+d^2\right).$$

Da nun:

$$d=\frac{k}{2}-R''=1^m,5-1^m=0^m,5$$

ist, so ist das Trägheitsmoment des Helmes:

$$\frac{150^{kg}}{9^m,81}\left\{\frac{(0,26)^2+(3)^2}{12}+(0,5)^2\right\}=15,37.$$

3) Die Hammerhülse ist ein cylindrischer Ring von einer Länge gleich $0^m,25$; ihr mittlerer Halbmesser ist gleich $0^m,15$ und ihr Gewicht gleich 104^{kg}. Von den Zapfen kann man abstrahiren, weil sie wegen ihres geringen Halbmessers ϱ' ein sehr kleines Trägheitsmoment haben.

Es sei r der mittlere Halbmesser und e die Dicke des Ringes (Fig. 21), so ist die Masse eines Elementarringes $=2\pi r e\delta dz$, deren vierter Theil gleich $\frac{1}{2}\pi r e\delta dz$ ist. Wir wollen diese letzte Masse als im Mittelpunkte a des mittlern Bogens concentrirt annehmen, dessen Entfernung von der Axe gleich

$$\sqrt{ab^2+z^2}=\sqrt{\frac{r^2}{2}+z^2}$$

ist, so findet man für das Trägheitsmoment des vierten Theiles der Hülse den Ausdruck:

$$\int \tfrac{1}{2}\pi r e \delta dz \left(\frac{r^2}{2}+z^2\right) = \tfrac{1}{2}\pi r e \delta \left(\frac{r^2 z}{2}+\frac{z^3}{3}\right)+C.$$

Bezeichnet man die Länge derselben mit k' und nimmt das Integral von $\frac{k'}{2}$ bis $-\frac{k'}{2}$, so erhält man:

$$\pi r e \delta \left(\frac{r^2 k'}{4}+\frac{k'^3}{24}\right) = \pi r e k' \delta \left(\frac{6r^2+k'^2}{24}\right).$$

Das Moment der ganzen Hülse ist folglich:

$$\pi r e k' \delta \left(\frac{6r^2+k'^2}{6}\right) = 2\pi r e k' \delta \left(\frac{6r^2+k'^2}{12}\right) =$$

$$\frac{104^{kg}}{9^m,81}\left\{\frac{6(0,15)^2+(0,25)^2}{12}\right\} = 0,174.$$

4. Der Ring, welcher 25^{kg} wiegt. Da die Form desselben unbestimmt ist, so wollen wir die Theilchen als an dem Endpunkte der Entfernung $R''=1^m$ concentrirt annehmen, und wir haben dann näherungsweise für das Trägheitsmoment desselben:

$$\frac{25^{kg}}{9^m,81}(1^m)^2 = 2,548.$$

Das Trägheitsmoment der ganzen Masse des Hammers ist also:

$$61,82+15,37+0,174+2,548 = 79,912 = \int r''^2 dm'' = M''.$$

Da das Wasserrad 16 Umdrehungen in der Minute macht, so hat man:

$$n'=16, \Omega_1 = \frac{2\times 3,1416\times 16}{60} = 1,676,$$

$$Q' = \frac{6(1,676)^2 (79,912)(0^m,57)^2}{2\times 3,1416\times 1^m,8} = 38^{kg},7.$$

Die mittlere und constante Kraft, welche der Beweger im Ganzen ausübt, ist

$$Q+Q' = 43^{kg},44+38^{kg},7 = 82^{kg},14;$$

der gesammte Aufwand an Quantität Arbeit ist in jeder Secunde gleich:

$$T+T' = \frac{16}{60}\left\{\begin{matrix}[2\times 3,1416\times 1^m,8\times 43^{kg},44 \\ +6(1,676)^2(79,912)(0^m,57)^2]\end{matrix}\right\} = 247^{kg},41,$$

und der Hammer erfordert eine Anzahl von

$$\frac{247{,}41}{75} = 3{,}3 \text{ Pferdekräften.}$$

Ohne die Reibungen und Stöße würde die bewegende Kraft blos gleich

$$Q = \frac{qR'}{R_2} = \frac{121^{kg},29 \times 0^{m},57}{1^{m},8} = 38^{kg},41$$

sein, weil q' und q einander gleich wären. Die Reibungen verbrauchen folglich $43^{kg},44 - 38^{kg},41 = 5^{kg},03$ oder näherungsweise **0,06** der gesammten Kraft $Q + Q'$.

Was die durch die Stöße verbrauchte Arbeit anbelangt, so ist:

$$T' = \tfrac{16}{60} 6 (1{,}676)^2 (79{,}912) (0^{m},57)^2 = 116^{kg},73,$$

d. h. **0,47** oder näherungsweise die Hälfte der gesammten Arbeit.

§. **221.** Es bleibt noch eine wichtige Sache zu bestimmen übrig: nämlich die Arbeit, welche der Hammer bei seinem Herabfallen auf das zu schmiedende Eisen hervorbringen kann.

Zu diesem Behufe wollen wir bemerken, daß der Daumen denselben bis zu dem Momente hebt, wo die Bahn des Hammers um eine Höhe h über den Amboß empor gehoben ist; daß derselbe alsdann seine aufsteigende Bewegung fortsetzt, zuerst mit seiner eigenen Winkelgeschwindigkeit ω'' und dann mit einer immer kleinern, und daß er erst stehen bleibt, wenn seine lebendige Kraft durch die Schwere, in Verbindung mit der Reibung der Zapfen der Hülse, ganz aufgehoben ist. Alsdann fällt er herab, und ohne dieselbe Reibung, erhält er durch die Schwere seine lebendige Kraft wieder, während er von dem äußersten Punkte der Höhe h aus niederfällt.

Nun ist aber die lebendige Kraft des Massenelementes des Hammers $= r''^2 \omega''^2 dm''$, und die der gesammten Masse gleich:

$$\omega''^2 \int r''^2 dm'' = \omega''^2 M'' R''^2 =$$

$$\frac{R'^2}{R''^2} \omega'^2 M'' R''^2 = \frac{4 \Omega_1{}^2 R'^2 M'^2 M''}{(2M' + M'')^2} = \frac{4 \Omega_1{}^2 R'^2 M''}{\left(2 + \frac{M''}{M'}\right)^2} = \Omega_1{}^2 R'^2 M'';$$

d. h. sie beträgt die Hälfte der lebendigen Kraft, welche die Masse m' des hydraulischen Systemes bei jedem Stoße verliert (§. **219**). Folglich ist der vom obern Ende der Höhe h herabgefallene Hammer nahe zu schon einer Quantität Wirkung $= \frac{\Omega_1{}^2 R'^2 M''}{2}$ fähig, empfängt während des Durchfallens von h eine Quantität Wirkung $P''h$, und während dieses Weges, welcher gleich $\varrho'' \theta$ ist, verbraucht die Reibung $f'_2 P''$ der Zapfen der Hammerhülse eine Quantität

Wirkung $= \varrho'' \theta f'_2 P''$. Die Arbeit t'', welche bei jedem Schlage auf die Eisenstange durch den Hammer hervorgebracht werden kann, ist folglich näherungsweise:

$$t'' = \frac{\Omega_1{}^2 R'^2 M''}{2} + P''(h - f'_2 \varrho'' \theta),$$

d. h. der Effect des Falles ist gleich so viel mal dem von 1^{kg}, welches 1^m herabfällt, als die Anzahl der in t'' enthaltenen Einheiten anzeigt.

Jedoch würden die Schläge sehr langsam erfolgen, wenn man sich damit begnügen wollte, die Geschwindigkeit des Aufsteigens durch die Schwere und die Reibung der Zapfen der Hülse aufzuheben. Ein elastischer Gegenstand setzt sich dem Aufsteigen des Hammers noch etwas vor dem Zeitpunkte entgegen, wo die Bahn des Hammers das obere Ende der Höhe h erreicht hat, so daß demselben alle Bewegung schon in dem Punkte genommen ist, wo ihn der Daumen der Welle verläßt. Von dem folgenden Augenblicke an wirkt die Elasticität zurück, und giebt ihm allmählich die um den Theil, welcher durch die Unvollkommenheit der Elasticität verloren geht, verminderte Quantität Wirkung $\frac{\Omega_1{}^1 R'^2 M''}{2}$ wieder.

§. 222. Es ist noch nöthig, die Arbeit des Hammers mit der seines Bewegers zu vergleichen. Die erste auf die zweite bezogen giebt nach §. 220):

$$T'' = \frac{n n'}{60}\left[\frac{\Omega_1{}^2 R'^2 M''}{2} + P''(h - f'_2 \varrho'' \theta)\right] =$$

$$\frac{6 \times 16}{60}\left[\frac{(1{,}676)^2 (0^m{,}57)^2 79{,}912}{2} + 447^{kg}(0^m{,}16 - 0{,}2 \times 0^m{,}03 \times 0{,}2)\right]$$

$$= 171^{kg}{,}936.$$

Die zweite ist $T + T' = 247^{kg}{,}41$. Folglich giebt der Hammer blos **0,69** von der Quantität Wirkung, welche die ganze Maschine ververwendet.

Große Hämmer.

§. 223. Da die großen Hämmer sehr schwer sind, so erfordern sie sehr starke Hebedaumen, von denen höchstens vier auf einem Umfange der Welle sitzen können. Wenn auf dieser Welle folglich auch das Wasserrad säße, wie im vorhergehenden Falle, so würde der Hammer entweder nur eine geringe Anzahl von Schlägen in der Minute thun, wenn die Geschwindigkeit des Rades die dem Maximum entsprechende wäre, oder das Rad würde zu schnell gehen, wenn der hiervon herrührende Gang der Maschine hinreichend schnell wäre. Die Hebedaumen und das bewegende Rad müssen folglich auf zwei getrennten Wellen sitzen, damit die vortheilhafteste Ge-

schwindigkeit des letztern auch die der erstern entsprechende erzeugen kann.

Die Wellen *AB*, *CD* sind gewöhnlich parallel (Fig. 22. Taf. III). Auf der ersten sitzt alsdann das Wasserrad *E* und ein Stirnrad *F*; auf der zweiten ein Getriebe *G* und die Hebedaumen *H*. Bei dem Aufwerfhammer (§. 216) befindet sich der Helm in einer verticalen zu *CD* parallelen Ebene; bei einem Stirnhammer kann der Helm entweder wie *JK*, oder in einer auf *CD* senkrechten verticalen Ebene liegen. In allen Fällen erfolgen bei jedem Aufsteigen des Hammers zwei Stöße; der eine ist der des Hebedaumens gegen den Ring *K* des Helmes, der andere der des Stirnrades gegen das Getriebe.

§. 224. Wir wollen uns auf die Bestimmung der durch die Stöße verbrauchten Quantität Wirkung beschränken, denn diejenige, welche beim Aufsteigen des Hammers absorbirt wird, kann nach dem Vorhergehenden leicht bestimmt werden. Man würde zuerst die Kraft bestimmen, welche man an dem Theilkreise des Getriebes anbringen müßte, wie man die Kraft *Q* im vorhergehenden Falle bestimmt hat, indem man jedoch $\alpha = 90^\circ$ macht, weil diese Kraft als vertical angenommen werden kann. Betrachtet man alsdann dieselbe Kraft in Beziehung auf das Wasserrad als einen Widerstand, so würde man, um die bewegende Kraft zu erhalten, so verfahren, wie in §. 58 bei der Theorie des Artilleriehebezeuges.

Um Bezeichnungen anzuwenden, welche mit denen der Theorie des Schwanzhammers übereinstimmen, wollen wir resp. mit:

$\Omega, \omega, \Omega_1, \varrho, f', R, M$ die Winkelgeschwindigkeit der Wasserradswelle vor dem Stoße, die Winkelgeschwindigkeit, welche derselben nach dem Stoße noch übrig bleit, die beobachtete mittlere Winkelgeschwindigkeit, den Halbmesser der Zapfen, den Coefficienten ihrer Reibung, die Entfernung des gestoßenen Punktes *L* von der Rotationsaxe *AB*, oder den Halbmesser des Theilkreises des Stirnrades, endlich die Masse der Welle, des Wasserrades und des Stirnrades in Beziehung auf den Punkt *L*;

$\Omega', \omega', \varrho', f'_1, R', M'$ die Winkelgeschwindigkeit der Daumenwelle vor dem Stoße, die welche sie nachher besitzt, den Halbmesser der Zapfen, den Coefficienten ihrer Reibung, die Entfernung des gestoßenen Punktes *H* von der Axe *CD*, die Masse der Welle, des Getriebes und des Hebedaumens in Beziehung auf diesen Punkt;

$\omega'', \varrho'', f'_2, R'', M''$ die Winkelgeschwindigkeit des Hammers nach dem Stoße, den Halbmesser seiner Zapfen, den Coefficienten seiner Reibung, die Entfernung des gestoßenen Punktes *H* von der Rotationsaxe *J*, die Masse des Kopfes und des Helmes in Beziehung auf diesen Punkt;

N, *N'* die Intensitäten der Stöße des Stirnrades gegen das Getriebe, und des Hebedaumens gegen den Hammerhelm;

M_1, R_1 die in dem Wasserrade enthaltene Wassermasse, und die Entfernung der Rotationsaxe *AB* von dem Schwerpunkte eines Querschnittes, welcher in dieser Masse durch eine durch die Mitte gehende Ebene gemacht ist, bezeichnen.

Die beiden Kräfte, welche auf die Axe des Hammers während des Stoßes eines Hebedaumens wirken (§. 219), sind auch hier N' und $\omega'' lm''$; aber da sie in entgegengesetztem Sinne und auf derselben Seite in Beziehung auf die Axe wirken, so erfährt dieselbe einen Stoß gleich $N' - \omega'' lm''$. In dem Falle, wo $N' = \omega'' lm''$ ist, erleidet folglich die Axe des Hammers keinen Stoß. Die Gleichung $N' R'' = \omega'' M'' R''^2$ verwandelt sich alsdann aber in $R'' \omega'' lm'' = \omega'' M'' R''^2$ und giebt:

$$R'' = \frac{M'' R''^2}{lm''} = \frac{\int r''^2 dm''}{lm''}.$$

Um den Stoß von der Axe des Hammers abzuwenden, muß man den Ring so anbringen, daß die Entfernung R'' von seiner Mitte bis zu dieser Axe dem Quotienten des Trägheitsmomentes dividirt durch das Moment der auf ihren Schwerpunkt bezogenen Masse gleich ist.

Aber wir wollen den allgemeinsten Fall, d. h. denjenigen betrachten, worin die Rotationsaxe des Hammers zugleich mit jedem Hebedaumen einen Stoß erfährt. Das Gleichgewicht um diese Axe giebt, wie beim Schwanzhammer, bis auf das Zeichen von $\omega'' lm''$ genau, die Gleichung:

$$N' R'' = \omega'' M'' R''^2 + f'_2 \varrho'' (N' - \omega'' lm'').$$

Da das bedeutende Gewicht des Hammers den Stoß N' zu stark macht, um die Reibung der Zapfen vernachlässigen zu können, so folgt:

$$N' = \frac{\omega'' (M'' R''^2 - f'_2 \varrho'' lm'')}{R'' - f'_2 \varrho''}.$$

In dem Augenblicke, wo von oben nach unten der Druck N' auf den Hebedaumen erfolgt, hält das Getriebe etwas an, und erhält dann durch das Stirnrad auch einen Stoß von oben nach unten. Der Stoß der Daumenwelle ist $= N + N'$, denn diese beiden parallelen und nach demselben Sinne gerichteten Kräfte können als gleichzeitig wirkend betrachtet werden. Hieraus folgt für die Zapfen derselben Welle eine Reibung, deren Moment in Beziehung auf die Axe CD gleich $f'_1 \varrho' (N + N')$ ist. Außerdem rührt offenbar der Stoß N' des Daumens gegen den Hammerhelm von der Quantität Bewegung $(\Omega' - \omega') \int r' dm'$, welche die Welle CD verliert, und von dem durch das Stirnrad hervorgebrachten Stoße N her. Wenn R'_1 folglich den Halbmesser des Getriebes bezeichnet, so giebt das Gleichgewicht um die Axe CD:

$$N R'_1 + (\Omega' - \omega') M' R'^2 = N' R' + f'_1 \varrho' (N + N'),$$

woraus:

$$N = \frac{N'(R' + f'_1 \varrho') - (\Omega' - \omega') M' R'^2}{R'_1 - f'_1 \varrho'}$$

folgt.

Die von dem Massenelemente dm des hydraulischen Systemes verlorene Quantität Bewegung ist gleich $r(\Omega - \omega)\,dm$; der Verlust der ganzen Masse ist gleich $(\Omega - \omega)\int r\,dm$, und die von der Wassermasse M_1 verlorene, welche man als in ihrem Schwerpunkte concentrirt annimmt, ist gleich $R_1(\Omega - \omega)M_1$. Die Summe dieser beiden Verluste verursacht die Intensität N des Stoßes des Stirnrades; aber die zweite allein bewirkt, in Verbindung mit der Reaction N des Getriebes, einen Stoß auf die Axe AB. Da diese beiden letzten Kräfte als parallel und nach entgegengesetztem Sinne wirkend betrachtet werden können, so erzeugen sie an den Zapfen der Wasserradswelle eine Reibung:

$$f'[R_1(\Omega - \omega)M_1 - N].$$

Andererseits folgt aus dem Drucke N eine Reibung an den Zähnen, und wenn man durch a die Anzahl der Zähne des Rades und durch b die des Getriebes bezeichnet, so ist diese Reibung nach (§. 17) gleich $\pi f N \frac{a+b}{ab}$. Für das Gleichgewicht um die Axe AB hat man folglich die Gleichung:

$$(\Omega - \omega)\left(\int r^2\,dm + M_1 R_1^2\right)$$

$$= NR + \pi f R N \frac{a+b}{ab} + f' \varrho [R_1(\Omega - \omega)M_1 - N]$$

oder auch:

$$(\Omega - \omega)(MR^2 + M_1 R_1^2 - f' \varrho M_1 R_1) = NR\left(1 + \pi f \frac{a+b}{ab} - \frac{f' \varrho}{R}\right). \text{(I).}$$

Es ist aber, wie beim Schwanzhammer, $\omega'' = \frac{R'}{R''}\,\omega'$, und weil die beiden Berührungspunkte des Eingriffes dieselbe absolute Geschwindigkeit haben, so ist $R\Omega = R'_1\,\Omega'$, $R\omega = R'_1\,\omega'$, woraus:

$$\Omega' = \frac{R}{R'_1}\,\Omega,\ \omega' = \frac{R}{R'_1}\,\omega,\ \Omega' - \omega' = \frac{R}{R'_1}(\Omega - \omega),$$

$$\omega'' = \frac{RR'}{R'_1 R''}\,\omega$$

folgt. Durch diese Relationen wird der Werth von N' und der von N in:

$$N' = \frac{RR'\omega(M''R''^2 - f'_2 \varrho'' lm'')}{R'_1 R''(R'' - f'_2 \varrho'')} \qquad \text{(II.)}$$

$$N = \frac{R'_1 N' (R' + f'_1 \varrho') - R(\Omega - \omega) M' R'^2}{R'_1 (R'_1 - f'_1 \varrho')} \qquad \text{(III.)}$$

verwandelt.

Substituirt man den ersten dieser Werthe in den zweiten, so würden die Glieder Functionen von Ω oder von ω. Substituirt man ferner den letzten Werth in die Gleichgewichtsgleichung um AB, so würden alle Glieder derselben auch Functionen derselben Winkelgeschwindigkeiten werden. Diese Gleichung des Gleichgewichtes (I) reducirt sich folglich im Grunde auf $\Omega = A\omega$, wo A eine Zahl bezeichnet, welche größer als die Einheit ist. Nun kann man aber $\frac{\Omega + \omega}{2} = \Omega_1$ setzen, woraus

$$\Omega = \frac{2A\Omega_1}{A+1}, \quad \omega = \frac{2\Omega_1}{A+1}$$

folgt.

Alsdann ist es möglich, den durch den Stoß verursachten Verlust an Quantität Arbeit zu bestimmen. Zuerst ist einleuchtend, daß das Massenelement dm vor dem Stoße des Stirnrades die Quantität Wirkung $\frac{r^2 \Omega^2 dm}{2}$ besaß, und daß ihr nach demselben blos $\frac{r^2 \omega^2 dm}{2}$ davon übrig bleibt. Die ganze Masse m hatte folglich eine Quantität Wirkung

$$\frac{\Omega^2}{2} \int r^2 dm = \frac{\Omega^2 MR^2}{2},$$

und es bleibt derselben nur:

$$\frac{\omega^2}{2} \int r^2 dm = \frac{\omega^2 MR^2}{2}$$

übrig, woraus ihr Verlust gleich:

$$\frac{MR^2}{2} (\Omega^2 - \omega^2)$$

folgt.

Die Wassermasse M_1 besaß vor dem Stoße eine Quantität Wirkung $\frac{R_1^2 \Omega^2 M_1}{2}$, es bleibt ihr nachher noch $\frac{R_1^2 \omega^2 M_1}{2}$ und ihr Verlust ist gleich:

$$\frac{M_1^2 R_1^2}{2} (\Omega^2 - \omega^2).$$

Folglich erfährt das hydraulische System einen Verlust:

$$\frac{MR^2 + M_1 R_1^2}{2} (\Omega^2 - \omega^2) = \frac{MR^2 + M_1 R_1^2}{2} \times \frac{4A^2 \Omega_1^2 - 4\Omega_1^2}{(A+1)^2}$$

$$= \frac{MR^2 + M_1 R_1^2}{2} \times \frac{4\Omega_1^2 (A^2 - 1)}{(A+1)^2}.$$

In (§. 219) haben wir für den Verlust an Quantität Arbeit, welchen der Stoß an der Daumenwelle verursacht, den Ausdruck:

$$\frac{M' R'^2}{2} (\Omega'^2 - \omega'^2)$$

gefunden, und die Substitution der Werthe von Ω', ω' verändert denselben in:

$$\frac{M' R'^2}{2} \left(\frac{R^2}{R'_1{}^2} \Omega^2 - \frac{R^2}{R'_1{}^2} \omega^2 \right) = \frac{M' R'^2 R^2}{2 R'_1{}^2} \times \frac{4 A^2 \Omega_1{}^2 - 4 \Omega_1{}^2}{(A+1)^2} =$$

$$\frac{M' R'^2 R^2}{2 R_1{}'^2} \times \frac{4 \Omega_1{}^2 (A^2 - 1)}{(A+1)^2}.$$

Die Stöße verbrauchen also bei jedem Aufsteigen des Hammers eine Quantität Wirkung:

$$\left(\frac{M R^2 + M_1 R_1{}^2}{2} + \frac{M' R'^2 R^2}{2 R'_1{}^2} \right) 4 \Omega_1{}^2 \frac{A^2 - 1}{(A+1)^2}.$$

Nun macht aber das Wasserrad in der Secunde eine Anzahl von Umdrehungen gleich $\frac{n'}{60}$ und das Getriebe von $\frac{n' R}{60 R'_1}$, und die Anzahl der erfolgenden Schläge des Hammers ist $= \frac{n n' R}{60 R'_1}$. Folglich ist die Quantität Wirkung, welche die Maschine im Ganzen für die Stöße verbraucht, gleich:

$$T' = \frac{n n' R}{60 R'_1} \left(\frac{M R^2 + M_1 R_1{}^2}{2} + \frac{M' R'^2 R^2}{2 R'_1{}^2} \right) 4 \Omega_1{}^2 \frac{A^2 - 1}{(A+1)^2}.$$

§. 225. Wir wollen zum Anwendungsbeispiele einen Aufwerfhammer nehmen, dessen Data wir von einem durch den Capitain Virlet gemachten Projecte entnehmen wollen. Die Geschwindigkeit des Rades ist $= 2^m$ und sein Halbmesser

$$R_2 = 2^m,75,\ \varrho = \varrho' = 0^m,05, f = f' = f_1{}' = 0,14,$$

$$R = 1^m,8, R' = 0^m,75, R'' = 1^m,87, R_1 = 2^m,58,$$

$$R'_1 = 0^m,5, a = 134, b = 37,$$

der Hammer macht 100 Schläge in der Minute,

$$t = 1^m,78, P'' = 639^{kg},7, M'' = 61,68, M_1 = 50,$$

$$M'' R''^2 = 215,689, M R^2 = 3507, M' R'^2 = 676,56,$$

mit Einschluß des auf der Daumenwelle sitzenden Schwungrades.

Diese Trägheitsmomente sind vermittelst der sich auf die Prismen, Räder und Cylinder beziehenden Formeln berechnet.

Wir wollen zuerst untersuchen, ob die Axe des Hammers einen Stoß erleidet, oder nicht, d. h. ob die Bedingung $R''=\frac{M''R''^2}{lm''}$ erfüllt ist. Es muß $\frac{61,68\times1,87}{1,78\times639,7:9,81}=1$ sein. Nun giebt aber der erste Theil mehr als 0,99, und man kann mithin den Stoß als Null betrachten, und in der Gleichung (II.) die sich auf die Reibung der Zapfen des Hammers beziehenden Glieder hinweglassen. Hieraus folgt:

$$N'=\frac{RR'M''}{R'_1}\omega=\frac{1^m,8\times0^m,75\times61,68}{0^m,5}\omega=166,536\,\omega.$$

Die Gleichung (III.) giebt alsdann:

$$N=\frac{0^m,5\times166,536\omega(0^m,75-0,14\times0^m,05)-1^m,8(\Omega-\omega)676,56}{0^m,5(0^m,5-0,14\times0^m,05)}=$$

$$\frac{61,868\,\omega-1217,808\,\Omega+1217,808\,\omega}{0,2465}=\frac{1279,676\,\omega-1217,808\,\Omega}{0,2465}$$

$$=5191,38\,\omega-4940,398\,\Omega.$$

Substituirt man in die Gleichung (I.), so erhält man:

$$(\Omega-\omega)[3507+50(2^m,58)^2-0,14\times0^m,5\times50\times2^m,58]=$$

$$(5191,38\omega-4940,398\Omega)\,1^m,8\left(1+3,1416\times0,14.\frac{134+37}{134\times37}-\frac{0,14\times0^m,05}{1^m,8}\right)$$

und

$$3838,917\,\Omega-3838,917\,\omega=9448,312\,\omega-8991,524\,\Omega,$$

$$12830,441\,\Omega=13287,229\,\omega,\ \Omega=1,036\,\omega,\ A=1,036.$$

Außerdem ist einleuchtend, daß die mittlere Winkelgeschwindigkeit des Wasserrades gleich:

$$\Omega_1=\frac{v}{R_2}=\frac{2^m}{2^m,75}=0,73$$

ist.

Man hat also endlich:

$$T'=\frac{100}{60}\left[\frac{3507+50(2^m,58)^2}{2}+\frac{676,56(1^m,8)^2}{2(0^m,5)^2}-\right]4(0,73)^2\frac{(1,036)^2-1}{(1,036)+1)^2}=$$

$$\frac{100}{60}(1919,91+4384,109)0,0377=\frac{630401,9\times0,0377}{60}=396^{kg},103,$$

und es folgt daraus, daß die Stöße blos eine Anzahl **5,28** von Pferdekräften erfordern.

Schwungräder.

§. **226.** Wenn die Masse eines Hammers sehr groß wäre, wie es oft bei dem Stirnhammer vorkömmt, so könnte der Stoß der Daumen einen solchen Theil der durch die mittlere Kraft hervorgebrachten lebendigen Kraft des Bewegers consumiren, daß zum Aufheben nicht genug Kraft mehr übrig bliebe, oder dieses Aufheben und der Stoß würden die Geschwindigkeit so vermindern, daß nur eine geringe Anzahl von Schlägen in der Secunde erfolgten. Um die Maschine von diesen bedeutenden Fehlern zu befreien, muß man sie mit einem Schwungrade versehen, welches den Ueberschuß der lebendigen Kraft in dem Augenblicke der Stöße absorbirt, und sie in den Momenten wieder hergiebt, worin jeder dieser Stöße die Geschwindigkeit zu vermindern strebt, wodurch die Bewegung, wenn nicht gleichförmig, wenigstens wenig veränderlich gemacht wird. Das Schwungrad muß jedoch zur Hervorbringung eines solchen Effectes ein Trägheitsmoment besitzen, welches zu denen der andern Theile der Maschine in einem gewissen Verhältnisse steht.

Das Schwungrad hat gewöhnlich die Form eines Wagenrades; der Kranz desselben besteht immer aus Gußeisen; seine Speichen oder Arme, deren es nicht viel hat, bestehen aus Gußeisen oder aus Holz und der Durchmesser ist groß, damit das Trägheitsmoment seinen gehörigen Werth erreicht, ohne eine sehr große Masse zu erfordern; denn je schwerer ein Schwungrad ist, desto mehr kostet es, und desto größer ist die durch die Reibung seiner Zapfen als reiner Verlust consumirte Quantität Arbeit.

§. **227.** Der durch ein kleines Wasserrad bewegte Schwanzhammer hat immer ein Schwungrad nöthig. Die Relation der Trägheitsmomente dieses Theiles und der andern hängt von der in (§. **219**) gefundenen Gleichung $(\Omega' - \omega')\,M' = \omega' M''$ ab, woraus

$$(\Omega' - \omega')\,M' R'^2 = \omega' M'' R'^2$$

folgt.

Da der Zweck des Schwungrades darin besteht, daß die durch den Stoß verursachte Abnahme der Geschwindigkeit nicht einen gewissen Bruch $\frac{1}{k}$ der mittlern Geschwindigkeit Ω_1 überschreitet, so muß man $\Omega' - \omega' = \frac{\Omega_1}{k}$ und weil $\Omega_1 = \frac{\Omega' + \omega'}{2}$ ist,

$$\omega' = \Omega_1 - \frac{\Omega_1}{2k} = \Omega_1\left(1 - \frac{1}{2k}\right)$$

haben. Hieraus folgt:

$$\frac{\Omega_1}{k} M' R'^2 = \Omega_1 \left(1 - \frac{1}{2k}\right) M'' R'^2, \text{ und } M' R'^2 = (k - 0{,}5) M'' R'^2.$$

Wenn diese Gleichung durch den Werth des Trägheitsmomentes $M' R'^2$ des hydraulischen Systemes erfüllt wird, so hat die Maschine kein Schwungrad nöthig; die rotirenden Massen genügen, um die Geschwindigkeitsveränderungen über $\frac{\Omega_1}{k}$ zu verhindern. Wenn $M' R'^2 > (k - 0{,}5) M'' R'^2$ ist, so nimmt k einen größern Werth an, als der, welcher bestimmt ist, und die Geschwindigkeitsveränderung wird geringer, als die, welche ohne Nachtheil stattfinden kann. Aber wenn $M' R'^2 < (k - 0{,}5) M'' R'^2$ ist, so muß man auf der Welle ein Schwungrad anbringen, dessen Trägheitsmoment Y so beschaffen ist, daß

$$Y + M' R'^2 = (k - 0{,}5) M'' R'^2,$$

und folglich

$$Y = (k - 0{,}5) M'' R'^2 - M' R'^2$$

ist.

§. 228. Jedoch befindet sich das Schwungrad selten auf der Wasserradswelle des Hammers; da es daselbst wenig Geschwindigkeit erhielte, so würde es zur Erreichung einer hinreichenden lebendigen Kraft oft eines Gewichtes bedürfen, wodurch die Belastung der Zapfen, ihr Halbmesser und ihre Reibung zu sehr vergrößert werden würden. Man giebt demselben eine besondere Welle F (Fig. 23. Taf. III.), welche durch ein Vorgelege H mit der Wasserradswelle C verbunden ist, und alsdann ist sein Trägheitsmoment von dem für Y gefundenen Werthe verschieden.

Die Gleichung

$$(\Omega' - \omega') M' R'^2 = \omega' M'' R'^2$$

ist für den Stoß die Bedingung des Gleichgewichtes um die Axe C, wenn man die Reibungen des Hammers vernachlässigt (§. 219). Aber in dem Momente, wo die Rotation des Stirnrades I plötzlich langsam wird, erfährt dasselbe von dem Getriebe K einen Stoß N'', welcher theilweise den Geschwindigkeitsverlust wieder herstellt, und dessen Moment $N'' R'''_1$ ist, wenn R'''_1 den Halbmesser des Theilkreises des Rades bezeichnet. Die Bedingungsgleichung verwandelt sich also in dem Falle, wo das Schwungrad mit einem Vorgelege in Verbindung steht, in:

$$(\Omega' - \omega') M' R'^2 + N'' R'''_1 = \omega' M'' R'^2.$$

Es seien Ω''', ω''' die Winkelgeschwindigkeiten der Welle F vor und nach dem Stoße; M''' die Summe ihrer Masse, der des Getriebes und der des Schwungrades L in Beziehung auf den Punkt H; R''' der Halbmesser des Theilkreises von K. Das in der Entfernung r''' von der Axe F liegende Massenelement dm''' verliert durch den Stoß des Vorgeleges eine Quantität Bewegung

$r'''(\Omega''' - \omega''')dm'''$; die, welche die ganze Masse m''' verliert, ist $= (\Omega''' - \omega''')\int r'''dm'''$ und nothwendig

$$N''R''' = (\Omega''' - \omega''')\int r'''^2 dm'''.$$

Es ist aber:

$$R'''\Omega''' = R'''_1\Omega', R'''\omega''' = R'''_1\omega', \Omega''' - \omega''' = \frac{R'''_1}{R'''}(\Omega' - \omega');$$

folglich:

$$N'' = \frac{R'''_1}{R'''}(\Omega' - \omega')M'''R''',$$

$$(\Omega' - \omega')M'R'^2 + (\Omega' - \omega')M'''R'''_1{}^2 = \omega' M''R'^2,$$

$$\frac{1}{k}M'R'^2 + \frac{1}{k}M'''R'''_1{}^2 = \left(1 - \frac{1}{2k}\right)M''R'^2,$$

$$M''' = \frac{(k - 0{,}5)M''R'^2 - M'R'^2}{R'''_1{}^2}$$

und

$$M'''R'''^2 = \frac{R'''^2}{R'''_1{}^2}[(k - 0{,}5)M''R'^2 - M'R'^2].$$

Das Trägheitsmoment des Systemes also, welches das Schwungrad mit dem Vorgelege und die dazu gehörigen Theile bilden, ist dem für die Wasserradswelle erforderlichen Trägheitsmomente J gleich, multiplicirt durch das Quadrat des Verhältnisses zwischen dem Halbmesser des Getriebes und dem des Rades.

Kennt man den Werth von $M'''R'''^2$, so braucht man davon nur die Summe der Trägheitsmomente der Welle F und des Getriebes K abzuziehen, um das Moment Y' des Schwungrades L zu erhalten.

§. 229. Poncelet hat zur näherungsweisen Berechnung des Trägheitsmomentes eines Schwungrades die Formel:

$$Y = \frac{7200}{9{,}81}(\pi Del + 0{,}325V)\frac{D^2}{4}$$

angegeben, worin 7200 das Gewicht eines Cubikmeters Gußeisen in Kilogrammen, D den mittleren Durchmesser des Kranzes, e seine Stärke, l die parallel zur Rotationsaxe gemessene Breite und V das Volumen der Arme in Cubikmetern bezeichnet. Die Länge dieser Arme muß als $\frac{D}{2}$ gleich genommen werden, weil die Nabe vernachlässigt ist, indem sie wenig Einfluß auf die lebendige Kraft des Schwungrades hat.

Kennt man Y und bestimmt D nach den Localitäten, so kann man mit Hülfe der Formel und einiger Versuche die Größen e, l und die beiden anderen Dimensionen der Arme schicklich bestimmen.

§. 230. Wir wollen auch die Reibungen der großen Hämmer vernachläſſigen, um das für dieſe Maſchinen erforderliche Trägheitsmoment zu beſtimmen. Die Gleichung (II) in §. 224 verwandelt ſich alsdann in:

$$N' = \frac{R R' \omega}{R_1' R''^2} M'' R''^2 \text{ oder } N' = \omega' M'' R',$$

weil

$$\omega = \frac{R'_1}{R} \omega' \text{ oder } N' R' = \omega' M'' R'^2$$

iſt.

Der erſte Werth von N in demſelben §. giebt:

$$N R'_1 + (\Omega' - \omega') M' R'^2 = N' R',$$

und folglich:

$$N R'_1 + (\Omega' - \omega') M' R'^2 = \omega' M'' R'^2.$$

Endlich verwandelt ſich die Gleichung (I) in folgende:

$$(\Omega - \omega)(M R^2 + M_1 R_1^2) = N R,$$

und wegen

$$\Omega - \omega = \frac{R'_1}{R} (\Omega' - \omega')$$

folgt daraus:

$$\frac{R'_1}{R} (\Omega' - \omega')(M R^2 + M_1 R_1^2) = N R,$$

und

$$N R'_1 = \frac{R'^2_1}{R^2} (\Omega' - \omega') (M R^2 + M_1 R_1^2).$$

Folglich iſt:

$$(\Omega' - \omega') \left[M' R'^2 + (M R^2 + M_1 R_1^2) \frac{R'^2_1}{R^2} \right] = \omega' M'' R'^2.$$

Subſtituirt man für $\Omega' - \omega'$ und ω' ihre Werthe in Functionen von k und von Ω_1, ſo erhält man:

$$\frac{1}{k} \left[M' R'^2 + (M R^2 + M_1 R_1^2) \frac{R'^2_1}{R^2} \right] = \left(1 - \frac{1}{2k}\right) M'' R'^2$$

und

$$M' R'_2 + (M R^2 + M_1 R_1^2) \frac{R'^2_1}{R^2} = (k - 0{,}5) M'' R'^2. \qquad \text{(IV).}$$

Wenn die Werthe der rotirenden Maſſen und der Halbmeſſer

im ersten Gliede dasselbe kleiner machen, als das zweite, so muß man auf der Damenwelle ein Schwungrad anbringen, dessen Trägheitsmoment Y_1 so beschaffen ist, daß

$$Y_1 + M' R'^2 + (MR^2 + M_1 R_1^2) \frac{R'_1{}^2}{R^2} = (k - 0{,}5) M'' R'^2$$

ist, woraus:

$$Y_1 = (k - 0{,}5) M'' R'^2 - M' R'^2 - (MR^2 + M_1 R_1^2) \frac{R'_1{}^2}{R^2}$$

folgt.

§. 231. Was das Schwungrad mit Vorgelege anlangt, so ist nach §. 228 einleuchtend, daß das Trägheitsmoment seines Systemes gleich:

$$M''' . R'''^2 = \frac{R'''^2}{R'''_1{}^2} Y_1$$

ist.

Wenn dabei der geringste Zweifel vorhanden wäre, so würde man die Gleichung des Gleichgewichtes um die Axe der Daumen, welche im vorhergehenden §. gefunden ist, nämlich:

$$(\Omega' - \omega') \left[M' R'^2 + \frac{R'_1{}^2}{R^2} (MR^2 + M_1 R_1^2) \right] = \omega' M'' R'^2$$

wiedernehmen. Der Stoß N'' des Getriebes gegen das Rad würde:

$$(\Omega' - \omega') \left[M' R'^2 + \frac{R'_1{}^2}{R^2} (MR^2 + M_1 R_1^2) \right] + N'' R'''_1 = \omega' M'' R'^2$$

geben; man würde wieder

$$N'' = \frac{R'''}{R'''_1} (\Omega' - \omega') M''' R'''$$

finden, und die Substitution dieses Werthes sowohl, wie der Werthe von $\Omega' - \omega'$ und ω' würde nothwendig auf die Gleichung:

$$M''' = \frac{(k - 0{,}5) M'' R'^2 - M' R'^2 - \frac{R'_1{}^2}{R^2} (MR^2 + M' R_1^2)}{R'''_1{}^2}$$

führen.

§. 232. Wenn man die Formel von Y_1 auf die Bestimmung des für den großen Hammer in §. 225 erforderlichen Schwungrades anwendet, so muß man vor allem von dem $M' R'^2$ beigelegten Werthe 676,56 das Trägheitsmoment dieses Schwungrades abziehen, oder blos für $M' R'^2$ die Summe der Trägheitsmomente der

Daumen, ihrer Welle und des Getriebes, welches darauf sitzt, nehmen. Diese Summe beträgt nach dem Memoire von Virlet **68,37.**

Man hat folglich:

$$Y_1 = 19{,}5 \times 61{,}68 (0{,}75)^2 - 68{,}37 - [3507 + 50 (2{,}58)^2] \frac{(0{,}5)^2}{(1{,}8)^2} = 311{,}903,$$

während das in dem Memoire angenommene Trägheitsmoment $676{,}56 - 68{,}37 = 608{,}19$, d. h. fast das Doppelte beträgt. Dieser Unterschied rührt davon her, daß diese letzte Zahl der in (§. 227) gefundene Werth von Y, und nicht der von Y_1 ist; es ist darin die Masse der Wasserradswelle, des Rades, des Stirnrades, und des in den Zellen enthaltenen Wassers vernachlässigt.

Die Geschwindigkeitsveränderung beträgt in Wirklichkeit noch nicht $\frac{1}{20}$, wie es vorausgesetzt ist, und wie es unser Schwungrad geben würde, weil wir in (§. 225) mit Berücksichtigung der Nebenwiderstände $A = 1{,}036$ gefunden haben. Aus (§. 224) folgt:

$$\Omega = \frac{2 \times 1{,}036}{2{,}036} \Omega_1 = 1{,}01768\, \Omega_1, \quad \omega = \frac{2}{2{,}036} \Omega_1 = 0{,}9823\, \Omega_1$$

und mithin

$$\Omega - \omega = 0{,}03538\, \Omega_1 = \frac{1}{28{,}25} \Omega_1.$$

Der Werth **28,25,** welchen k wegen der Reibungen annimmt, zeigt uns ihren Einfluß auf die Geschwindigkeitsveränderung. Denn substituirt man die in (§. 225) angegebenen Data in die von den Nebenwiderständen unabhängige Gleichung (IV), so erhält man:

$$676{,}56 + (3507 + 332{,}82) \frac{0{,}25}{3{,}24} = (k - 0{,}5) 61{,}68 \times 0{,}5625$$

und

$$k - 0{,}5 = 28{,}04; \quad k = 28{,}54.$$

Die Geschwindigkeit würde also noch etwas weniger variiren, wenn keine Reibungen vorhanden wären, und es ist einleuchtend, daß dieses so sein muß, weil dieselben die Intensität der Stöße vergrößern. Da jedoch der Unterschied zwischen den beiden Brüchen $\frac{1}{28{,}25}, \frac{1}{28{,}54}$ blos gleich **0,00037** ist, so ist es wohl erlaubt, die Nebenwiderstände bei der Berechnung des einem Schwungrade zu gebenden Trägheitsmomentes zu vernachlässigen.

Pulvermühlen.

§. **233.** Die Pulvermühle besteht entweder aus einer einzigen Batterie oder aus zweien. Im ersten Falle ist die Wasserradswelle mit Daumen versehen, welche successive die in einer einzigen Reihe hingestellten Stempel oder Stampfer aufheben. Jedem Stampfer entsprechen zwei diametral gegenüberliegende Hebedaumen, und die Axen der verschiedenen Hebedaumenpaare theilen den Umfang der Welle in so viel gleiche Theile, als die doppelte Anzahl der Stempel. Durch diese Anordnung wird jeder Stampfer bei einer Umdrehung zweimal gehoben, und die Welle ist immer gleichförmig belastet. Uebrigens sind die Hebedaumen blos rechteckige, an ihrem freien Ende abgerundete Prismen; sie drücken gleitend von unten gegen andere rechteckige Prismen, welche Hebezapfen genannt werden und in dem Stampfer befestigt sind. Endlich können diese Operatoren nur eine geradlinige und verticale Bewegung von der Kreisbewegung der Hebedaumen annehmen, weil ihre Stangen zwischen zwei festen Leitungen gehen, von welchen jede aus zwei zu der Axe der Welle parallelen Hölzern besteht.

Bei den Mühlen mit zwei Batterien sitzt auf der Welle *A* des Wasserrades (Fig. **24.** Taf. **III**) ein Stirnrad, welches mit zwei auf den Daumenwellen *C*, *C'* sitzenden Getrieben im Eingriff steht, und jede dieser Wellen hebt eine Reihe von Stampfern auf.

§. **234.** Wir wollen uns mit dem letzten Falle beschäftigen, und dabei den Gang befolgen, welchen wir bei den Hämmern genommen haben, d. h. indem wir zuerst die Stöße unberücksichtigt lassen, um die Quantität Wirkung zu bestimmen, welche sie verbrauchen.

Es sei Q die mittlere Kraft des Bewegers auf das Rad, indem die Bewegung als gleichförmig angenommen wird, α der von der Richtung dieser Kraft und der Horizontalen eingeschlossene Winkel, P das Gewicht aller dem Wassersysteme zugehörigen Theile, das Stirnrad mit gerechnet, ϱ der Halbmesser der Zapfen, und f' der Coefficient der kreisförmigen Reibung.

Die Kraft Q hat zwei Seitenkräfte, von denen die eine horizontal und gleich $Q\cos\alpha$ und die andere vertical und gleich $Q\sin\alpha$ ist. Diese beiden Kräfte geben in Verbindung mit dem Gewichte P eine einzige Mittelkraft:

$$\sqrt{(Q\sin\alpha+P)^2+Q^2\cos^2\alpha},$$

welche die Zapfen preßt, und eine Reibung erzeugt, deren Moment gleich:

$$\varrho f'\sqrt{(Q\sin\alpha+P)^2+Q^2\cos^2\alpha}=\varrho f'\{0{,}96(Q\sin\alpha+P)+0{,}4Q\cos\alpha\}$$

ist.

Die Kraft muß um die Axe *A* mit dieser Reibung und den

beiden Widerständen q Gleichgewicht halten, welche die Stäbe der beiden Laternengetriebe den Zähnen des Stirnrades entgegensetzen. Wenn folglich R den Halbmesser des Theilkreises des Stirnrades, und R_2 die Entfernung des Punktes A von der Mitte der Schaufel bezeichnet, so hat man;

$$QR_2 = 2qR + f'\varrho[0{,}96(Q\sin\alpha + P) + 0{,}4Q\cos\alpha]$$

und:

$$Q = \frac{2qR + 0{,}96f'\varrho P}{R_2 - f'\varrho(0{,}96\sin\alpha + 0{,}4\cos\alpha)}.$$

Der Widerstand q besteht aus zwei Theilen; aus dem Drucke q', welchen der Stab gegen den Zahn des Stirnrades ausübt, und aus der Reibung des Eingriffes, welche aus diesem Drucke entsteht. Wir wollen durch a die Anzahl der Zähne, durch b die der Stäbe und durch f den Coefficienten der gleitenden Reibung bezeichnen; so ist der zweite Theil desselben nach §. 120 gleich $\pi f q' \frac{a+b}{ab}$ und:

$$q = q'\left(1 + \pi f \frac{a+b}{ab}\right).$$

Für jede Daumenwelle bildet der Druck q' des Zahnes gegen den Stab eine Kraft, deren Hebelarm dem Halbmesser R'_1 des Theilkreises des Laternengetriebes gleich ist. Die Widerstände bestehen aus der Reibung der Wellenzapfen, und der Reaction q_1, welche der Hebezapfen auf den Hebedaumen senkrecht auf der Geraden BC ausübt, deren mittlere Länge durch R' ausgedrückt wird. Wenn man größerer Einfachheit wegen q_1 parallel zu q' annimmt, wodurch die Nebenwiderstände etwas vergrößert werden, und wenn P' das Gewicht einer Daumenwelle bezeichnet; so wird das Moment der Reibung der Zapfen C ausgedrückt durch:

$$f'_1\varrho'(P' + q_1 + q'),$$

während das der Reibung der Zapfen C' blos gleich

$$f'_1\varrho'(P + q_1 - q')$$

ist. Der mittlere Werth desselben ist folglich:

$$f'_1\varrho'(P' + q_1)$$

und das Gleichgewicht um eine der Axen C, C' führt zu der Gleichung:

$$q'R'_1 = q_1R' + f'_1\varrho'(P' + q_1),$$

woraus:

$$q' = \frac{q_1(R' + f'_1\varrho') + f'_1\varrho'P'}{R'_1}$$

folgt.

Der tangentiale Druck q_1 des Hebedaumens gegen die Hebelatte, verursacht einen verticalen Druck q'_1, welcher im Berührungspunkte von unten nach oben wirkt, und eine gleitende Reibung $f_1 q'_1$ zur Folge hat. Es sei θ der Bogen von dem Halbmesser 1, welchen die Gerade BC während des Aufsteigens des Stempels beschreibt. Der kreisförmige Weg von q_1 ist für dieselbe Zeit $R'\theta$; der verticale Weg von q'_1 ist $R'\sin\theta$, weil BC in dem Momente eine horizontale Lage hat, wo der Daumen den Stempel ergreift, und der horizontale Weg von $f_1 q'_1$ ist gleich $R'(1-\cos\theta)$, weil diese Reibung auf der untern Fläche der Hebelatte stattfindet, und während des Aufsteigens nach der Richtung des Sinusversus des Bogens $R'\theta$ erfolgt. Die Gleichheit der Quantitäten Wirkung giebt also:

$$q_1 R'\theta = q'_1 R'\sin\theta + f_1 q'_1 R'(1-\cos\theta)$$

und

$$q_1 = q'_1 \frac{\sin\theta + f_1(1-\cos\theta)}{\theta}.$$

Die Kraft q'_1 des Daumens hebt das Gewicht P'' des Stempels, und strebt denselben von der Rechten zur Linken um den Stützpunkt zu drehen, welchen die untere Leitung darbietet, und von der Linken zur Rechten um den Stützpunkt, welchen die obere Leitung darbietet. Die horizontale Reaction p der zweiten Leitung verhindert die erste Bewegung, und die Reaction p' der ersten Leitung setzt sich der zweiten Bewegung entgegen. Es sei l die Entfernung der Mitten der beiden Leitungen, und d die mittlere Entfernung des Berührungspunktes B von der Stange des Stempels; so muß man $q'_1 d = pl$, $q'_1 d = p'l$ und folglich $p = p' = \frac{q'_1 d}{l}$ haben. Da jede dieser horizontalen Pressungen eine verticale Reibung $f_2 \frac{q'_1 d}{l}$ hervorbringt, so hat man:

$$q'_1 = P'' + 2f_2 \frac{q'_1 d}{l}, \text{ oder } q'_1 = \frac{P''l}{l - 2f_2 d}.$$

Soll sich aber Q auf alle zu gleicher Zeit in den beiden Batterien gehobenen Stampfer beziehen; so müssen von den Kräften q, q', q_1 jede einer Anzahl n_1 von Stempeln entsprechen, welche in einer Batterie zugleich aufgehoben werden. Man muß also $n_1 \frac{P''l}{l-2f_2 d}$ für q'_1 in dem Werthe von q_1 substituiren, wodurch man:

$$q_1 = \frac{n_1 P''l\,[\sin\theta + f_1(1-\cos\theta)]}{(l-2f_2 d)\theta}$$

erhält.

Wenn die Hebelatte von dem Hebedaumen in dem Augenblicke

verlassen würde, wo das Aufsteigen aufhört, so würde die Zahl n_1 das Verhältniß des Bogens $R'\theta$ zu dem Bogen sein, welcher zwischen den Endpunkten der Daumen liegt. Aber da man genöthigt ist, der Hebelatte eine solche Länge zu geben, daß der Hebedaumen schon beim Anfange des Aufsteigens unter dieselbe faßt, so gleitet das abgerundete Ende B noch einige Augenblicke auf der untern Fläche, oder vielmehr der Stampfer bleibt noch auf dem Hebedaumen hängen, nachdem der Bogen $R'\theta$ durchlaufen ist. Folglich ist die Zahl n_1 in Wirklichkeit größer, als das Verhältniß der Bögen, und um sie zu bestimmen, muß man das Spiel der Maschine beobachten.

Wenn die mittlere Kraft Q des Bewegers einmal unabhängig von den Stößen bestimmt ist, so erhält man die Quantität Wirkung, welche die gleichförmige Bewegung während 1″ erfordert, vermittelst der Gleichung:

$$T = \frac{n'}{60} 2\pi R_2 Q,$$

worin n' die in 1′ von dem Wasserrade gemachte Anzahl von Umdrehungen bezeichnet.

§. **235.** Was die durch die Stöße verbrauchte Quantität Wirkung anlangt, so wollen wir sie ganz durch dasselbe Verfahren bestimmen, welches wir bei den Hämmern mit Vorgelege angewandt haben, nachdem jedoch die hierzu nöthigen Gleichungen (§. **224**) schicklich verändert sind.

Die sich auf die Reibung der Zapfen des Operators beziehenden Glieder der Gleichung (II) müssen hinweggelassen werden, weil die Stampfer keine rotirende Bewegung besitzen. Für den Stoß eines Hebedaumens gegen die Hebelatte erhält man alsdann den Ausdruck:

$$N' = \frac{R R' \omega M''}{R_1'},$$

worin ω die Winkelgeschwindigkeit der Wasserradswelle nach dem Stoße, und die auf den gestoßenen Punkt B bezogene Masse M'' des Operators den Quotienten des Gewichtes, welches der Daumen aufheben muß, dividirt durch die Schwere, d. h. die Größe $\frac{P'' l}{g(l - 2f_2 d)}$ bezeichnet.

Die Gleichung (III), welche die Intensität des Stoßes eines Zahnes gegen einen Stab giebt, verwandelt sich alsdann in:

$$N = \frac{R R' \omega M'' (R' + f'_1 \varrho') - R(\Omega - \omega) M' R'^2}{R'_1 (R'_1 - f'_1 \varrho')},$$

wo Ω die Winkelgeschwindigkeit der Wasserradswelle vor dem Stoße und $M' R'^2$ das Trägheitsmoment der Daumenwelle in Verbindung mit allem, was darauf sitzt, bezeichnet.

In der Gleichung (I) ist $M_1 = o$, weil das bewegende Rad gewöhnlich ein unterschlächtiges Wasserrad ist, und der Stoß N eines Zahnes des Eingriffes muß durch $2N$ ersetzt werden, weil er in beiden Batterien stattfindet. Aber die beiden gleichen und parallelen Kräfte N wirken in entgegengesetzten Richtungen, und verursachen keinen Stoß auf die Wasserradswelle. Da die Zapfen von dem Stoße keine Reibung erfahren, so ist folglich $f' = o$, und man hat:

$$(\Omega - a)\, MR^2 = 2NR\left(1 + \pi f \frac{a+b}{ab}\right),$$

wo MR_2 die Summe der Trägheitsmomente des Wasserrades, des Stirnrades und ihrer gemeinschaftlichen Welle bezeichnet.

Die Combination dieser Gleichung mit dem Werthe von N giebt die Relation $\Omega = A\omega$. Kennt man A, so berechnet man die von dem Stoße eines einzigen Hebedaumens in jeder Batterie verbrauchte Quantität Wirkung mittelst ihres in (§. 224) angegebenen Ausdruckes:

$$\left(\frac{MR^2}{2} + \frac{M'R'^2R^2}{2R'_1{}^2}\right) 4\Omega_1{}^2 \frac{A^2-1}{(A+1)^2},$$

worin Ω_1 die mittlere Winkelgeschwindigkeit des bewegenden Rades bezeichnet. Ist endlich n die Anzahl der in einer einzigen Batterie enthaltenen Stampfer, so wird die im Ganzen durch die verschiedenen, in jeder Secunde erfolgenden Stöße verbrauchte Quantität Arbeit ausgedrückt durch:

$$T' = \frac{nn'R}{60R'_1}\left(\frac{MR^2}{2} + \frac{M'R'^2R^2}{2R'_1{}^2}\right) 4\Omega_1{}^2 \frac{A^2-1}{(A+1)^2}$$

§. **236.** Die Arbeit der Stampfer ist leicht zu erhalten. Es sei h die Hubhöhe, so ist die Arbeit eines einzigen gleich $P''h$, und diese Zahl von Kilogrammetern muß noch durch die Anzahl der in 1″ gehobenen Stampfer multiplicirt werden. Nun sind aber die Anzahlen der Umdrehungen, welche die Wasserradswelle und eine Daumenwelle in dieser Zeiteinheit machen, den Theilkreisen des Stirnrades und eines Getriebes, oder den Anzahlen der Zähne und der Stäbe umgekehrt proportional. Folglich macht die Daumenwelle so viel Umdrehungen in der Secunde, als der Ausdruck $\frac{n'a}{60b}$ angiebt; die Anzahl der Daumen, welche in jeder Batterie während dieser Zeit durch die horizontale Ebene der Axen C, A, C' gehen, ist gleich $\frac{nn'a}{60b}$; es sind $\frac{2nn'a}{60b}$ Stempel in die Höhe gehoben, und ihr Herabfallen bringt eine Totalarbeit

$$T'' = \frac{2nn'a}{60b} P''h$$

hervor.

§. 237. In der Pulvermühle, welche ehemals in La Frère existirte, und deren Beschreibung in der hydraulischen Architectur von Belidor vorhanden ist, hat das bewegende Rad ebene Schaufeln; dasselbe macht in der Minute **10,5** Umdrehungen, und empfängt das Wasser unten; das Gerinne ist so wenig geneigt, daß $\alpha = o$ angenommen werden kann; außerdem ist:

$$R_2 = 2^m,56,\ R = 1^m,3;\ a = 48;\ \varrho = 0^m,02;$$

$$P = 1760^{kg};\ f' = 0,09;\ f = 0,08;$$

$$R'_1 = 0^m,54;\ b = 20;\ \varrho' = 0^m,02;\ R' = 0^m,54;$$

$n = 24$, d. h. 12 Stempel für jede Batterie;

$$P' = 1470^{kg};\ f'_1 = 0,09;\ d = 0^m,2436;$$

$$l = 1^m,95;\ P'' = 32^{kg},8;\ f_1 = f_2 = 0,15.$$

Der Bogen θ ist gleich $53^o\,19'$ oder gleich $53^o,32$; endlich ist $n_1 = 4$, und es folgt:

$$\sin\theta = 0,802,\ \cos\theta = 0,597,\ \theta = \frac{2\pi}{360}\ 53,32 = 0,9306,$$

$$q_1 = \frac{4\times 32^{kg},8\times 1^m,95\,[0,802 + 0,15(1-0,597)]}{(1^m,95 - 2\times 0,15\times 0^m,2436)\,0,9306} = 126^{kg}\,34,$$

$$q' = \frac{126^{kg},34(0^m,54 + 0,09\times 0^m,02) + 0,09\times 0^m,02\times 1470^{kg}}{0^m,54} = 131^{kg},66,$$

$$q = 131^{kg},66\left(1 + 3,1416\times 0,08\,\frac{48+20}{48\times 20}\right) = 134^{kg},$$

$$Q = \frac{2\times 134^{kg}\times 1^m,3 + 0,96\times 0,09\times 0^m,02\times 1760^{kg}}{2^m,56 - 0,09\times 0^m,02\times 0,4} = 137^{kg},321$$

und:

$$T = \frac{10,5}{60}\ 2\times 3,1416\times 2^m,56\times 137^{kg},321 = 386^k,541.$$

Wir müssen nun die Arbeit bestimmen, welche die Stöße gebrauchen, und wollen wir mit der Bestimmung von N anfangen.

Die Masse M'' ist:

$$M'' = \frac{P''\,l}{g(l - 2f_2\,d)} = \frac{32^{kg},8\times 1^m,95}{9^m,81\,(1^m,95 - 2\times 0,15\times 0^m,2436)} = 3,474.$$

Jede Daumenwelle hat eine Länge von $7^m,344$; ihr Halbmesser ist $0^m,22$; das als ein Cylinder betrachtete Volumen ist gleich **3,1416**

$\times(0^m,22)^2\times 7^m,344 = 1^{mc},1163$. Ihr Gewicht ist $= 981^{kg}\times 1,1163$ $= 1095^{kg},09$, weil der Cubikmeter nasses Eichenholz 981^{kg} wiegt.

Die Masse ist gleich:

$$\frac{1095^{kg},09}{9,81} = 111,63.$$

Das in Beziehung auf die Axe (§. 97) genommene Trägheitsmoment ist:

$$0,5\,mr^2 = 0,5\times 111,63\,(0,22)^2 = 2,7.$$

Die Daumen können als rechtwinklige Prismen betrachtet werden; die Länge derselben beträgt $0^m,35$; die Dimensionen des Querschnittes sind $0^m,11$ und $0^m,18$; die Entfernung des Schwerpunktes von der Axe der Welle ist gleich $0^m,395$. Folglich ist das Volumen der 24 Stempel

$$0^m,11\times 0^m,18\times 0^m,35\times 24 = 0^{mc},1663;$$

ihre Masse $= 16,63$, und ihr Trägheitsmoment in Beziehung auf die Axe der Welle beträgt nach (§. 220):

$$m\left(\frac{a^2+a'^2}{12}+d^2\right) = 16,63\left[\frac{(0,35)^2+(0,11)^2}{12}+(0,395)^2\right] = 2,78,$$

weil die Axe zu der größten Seite des Querschnittes parallel ist.

Die Platten eines Laternengetriebes haben zusammen eine Dicke von $0^m,3$ und der Halbmesser einer jeden beträgt $0^m,6$. Folglich beträgt das Volumen beider $3,1416\,(0^m,6)^2\,0,3 = 0^{mc},3393$, ihre Masse 33,93, und ihr Trägheitsmoment in Beziehung auf die Axe:

$$0,5\,mr^2 = 0,5\times 33,93\,(0,6)^2 = 6,11.$$

Der Stab hat einen Halbmesser von $0^m,035$ und eine Länge von $0^m,36$. Sein Volumen beträgt daher $3,1416\,(0^m,035)^2\,0^m,36 = 0^{mc},0014$. Da ein Cubikmeter Gußeisen 7202^{kg} wiegt, so ist seine Masse gleich:

$$\frac{7202^{kg}\times 0,0014}{9^m,81} = 1,028,$$

und da seine Axe $0^m,54$ von der der Welle entfernt liegt, so ist das auf die zweite sich beziehende Trägheitsmoment nach (§. 97):

$$m(0,5r^2+d^2) = 1,028\,[0,5\,(0,035)^2+(0,54)^2] = 0,3004,$$

und das von 20 Stäben ist $0,3004\times 20 = 6$.

Folglich ist:

$$M'R'^2 = 2,7+2,78+6,11+6 = 17,59,$$

und

$$N=\frac{1^m,3\times 0^m,54\times 3,474(0^m,54+0,09\times 0^m,02)\omega-1^m,3\times 17,59(\Omega-\omega)}{0^m,54\,(0^m,54-0,09\times 0^m,02)}=$$

$$\frac{1,322\omega-22,867\,\Omega+22,867\,\omega}{0,2906}=\frac{24,189\omega-22,867\,\Omega}{0,2906}=83,238\omega-78,688\Omega.$$

Die Wasserradswelle ist 4^m lang und $0^m,3$ dick; ihr Volumen ist gleich $3,1416\,(0^m,3)^2\,4^m=1^{mc},131$; ihre Masse ist 113,1 und ihr Trägheitsmoment:

$$0,5\times 113,1\,(0,3)^2=5,09.$$

Der äußere Halbmesser des Stirnrades ist $1^m,18$, der innere Halbmesser 1^m, die Breite parallel zur Axe $0^m,15$. Das Volumen des Kranzes ist:

$$2\times 3,1416.\,\frac{1^m,18+1^m}{2}\times 0^m,18\times 0^m,15=0^{mc},1849,$$

seine Masse $=18,49$ und sein Trägheitsmoment gleich:

$$m\left[\left(\frac{r+r'}{2}\right)^2+\left(\frac{r-r'}{2}\right)^2\right]=18,49\left[\left(\frac{1^m,18+1^m}{2}\right)^2+\left(\frac{1^m,18-1^m}{2}\right)^2\right]=22,12.$$

Jeder Arm des Stirnrades ist $0^m,7$ lang und hat $0^m,15$ im Querschnitte; sein Volumen ist $=(0^m,15)^2\,0^m,7=0^{mc},01575$; seine Masse $=1,575$. Die Entfernung des Schwerpunktes von der Axe der Welle ist dem um die Hälfte der Länge $0^m,7$ vermehrten Halbmesser dieser Welle gleich, und ist folglich $0^m,3+0^m,35=0^m,65$. Das Trägheitsmoment der 4 Arme ist gleich:

$$1,575\left[\frac{(0^m,7)^2+(0^m,15)^2}{12}+(0^m,65)^2\right]4=2,93.$$

Jede der 24 ebenen Schaufeln des bewegenden Rades ist in der Richtung des Halbmessers $0^m,4$ breit, und der Schwerpunkt befindet sich in einer Entfernung $R_2=2^m,56$ von der Axe. Das Volumen, in Verbindung mit dem der beiden Streben, ist gleich $0^{mc},011$ und die Masse $=1,1$. Vernachlässigt man das sich auf die zur Axe des Rades parallele Mittellinie beziehende Trägheitsmoment (§. 97), so findet man für das, welches sich auf diese Axe bezieht:

$$1,1\,(2^m,56)^2=7,201,$$

und für das der 24 Schaufeln:

$$7,201\times 24=172,82.$$

Jeder Kranz des Rades hat einen äußern Halbmesser von $2^m,36$,

und einen innern von $2^m,2$. Die Dicke parallel zur Axe beträgt $0^m,12$. Das Volumen ist:

$$2\times 3,1416\,\frac{2^m,36+2^m,2}{2}\times 0^m,16\times 0^m,12=0^{mc},275.$$

Die Masse ist gleich 27,5, und das Trägheitsmoment gleich:

$$27,5\left[\left(\frac{2^m,36+2^m,2}{2}\right)^2+\left(\frac{2^m,36-2^m,2}{2}\right)^2\right]=143,1375,$$

und das beider Kränze ist gleich:

$$143,1375\times 2=286,275.$$

Jeder Arm der Kränze ist von der Welle bis zum Kranze $1^m,9$ lang und hat einen Querschnitt von $0^m,12$. Sein Volumen ist $=(0^m,12)^2\,1^m,9=0^{mc},027$; seine Masse $=2,7$. Die Entfernung des Schwerpunktes von der Axe der Welle ist gleich der Summe der halben Länge $1^m,9$ und des Halbmessers $0^m,3$ dieser Welle, d. h. $=1^m,25$. Sein Trägheitsmoment ist

$$=2,7\left[\frac{(1^m,9)^2+(0^m,12)^2}{12}+(1^m,25)^2\right]=5,034,$$

und das der 12 Arme ist $=5,034\times 12=60,41$.

Folglich beträgt das gesammte Trägheitsmoment des hydraulischen Systemes:

$$MR^2=5,09+22,12,+2,93+172,82+286,275+60,41=549,645,$$

und:

$$(\Omega-\omega)\,549,645=\left\{\begin{array}{c}2(83,238\omega-78,688\Omega)1^m,3(1+\\ 3,1416\times 0,08\,\frac{48+20}{48\times 20})\end{array}\right\}.$$

Es folgt daraus:

$$(\Omega-\omega)\,549,645=220,314\,\omega-208,27\,\Omega,$$

$$757,915\,\Omega=769,959\,\omega,\ \Omega=\frac{769,959}{757,915}\,\omega,\ A=1,01589.$$

Nun ist aber die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Wasserradswelle:

$$\Omega_1=\frac{n'}{60}\,2\pi=\frac{10,5}{60}\,2\times 3,1416=1,1.$$

Folglich ist:

$$T' = \left\{ \frac{24 \times 10{,}5 \times 1^m{,}3}{60 \times 0^m{,}54} \left[\frac{549{,}645}{2} + \frac{17{,}59 (1^m{,}3)^2}{2 (0^m{,}54)^2} \right] \right\} 4 \times (1{,}1)^2 \frac{(1{,}01589)^2 - 1}{(2{,}01589)^2} = 125^k{,}674.$$

Die mittlere Kraft, welche diese Arbeit im Mittelpunkte der Schaufeln erfordert, ist:

$$Q' = \frac{T'}{\frac{n'}{60} 2 \pi R_2} = \frac{125^k{,}674 \times 60}{10{,}5 \times 2 \times 3{,}1416 \times 2^m{,}56} = 44^{kg}{,}65,$$

und die gesammte Arbeit ist gleich:

$$T' + T'' = 386^k{,}541 + 125^k{,}674 = 512^k{,}215.$$

Die Mühle erfordert **6,83** Pferde, und die Gesammtkraft in der Mitte der Schaufeln ist:

$$Q + Q' = 137^{kg}{,}321 + 44^{kg}{,}65 = 181^{kg}{,}971.$$

Endlich ist die Arbeit der Stampfer:

$$T'' = \frac{2 \times 24 \times 10{,}5 \times 48}{60 \times 20} 32^{kg}{,}8 \times 0^m{,}433 = 286^{kg}{,}32,$$

weil $h = R' \sin \theta = 0^m{,}54 \sin 53^\circ 19' = 0^m{,}433$ ist.

Diese Nutzarbeit beträgt also höchstens **0,559** von der, welche die Maschine absorbirt; und da die Stöße in Verbindung mit den durch sie veranlaßten Reibungen **0,245** der letztern verbrauchen, so consumiren die andern Reibungen nahezu **0,196** davon. Jedoch setzen alle diese Resultate voraus, daß die Maschine sich in gutem Zustande befinde, und alle reibenden Theile gut geschmiert sind.

Pochwerke.

§. **238.** Das Pochwerk ist eine Maschine mit Stampfern, welche zum Verkleinern der Erze, oder zum Zerstoßen der Schlacken dient, um aus denselben die Gußstückchen herauszubekommen. Sie ist der Pulvermühle sehr ähnlich, jedoch sitzen die Daumen auf der Wasserradswelle. Der durch jeden Stoß veranlaßte Verlust an Quantität Wirkung ist folglich $= \Omega_1^2 - M'' R'^2$, wie bei dem Schwanzhammer in (§. **219**), und der auf $1''$ sich beziehende Verlust ist gleich:

$$T' = \frac{nn'}{60} \Omega_1^2 M'' R'^2.$$

Sägemühlen.

Die Sägemühlen sind Maschinen, deren Operator eine oder mehrere Sägen darbietet, und welche man zum Zerschneiden des Holzes anwendet. Da das Schneiden nach ebenen oder krummen Flächen geschehen kann, so zerfallen diese Maschinen hiernach in zwei Classen. Jede Classe bietet außerdem wieder je nach der Form der angewandten Sägen mehrere verschiedene Arten dar.

Sägen.

§. **239.** Es giebt verschiedene Arten von Sägen: Die gerade Säge ist ein dünnes rechteckiges, gezahntes, viel längeres als breites Stahlblatt. Die endlose Säge ist ein mit Zähnen versehenes Blatt, dessen beide Enden zusammen geschweißt sind, und welches man so spannt, daß es ein von zwei Halbkreisen begrenztes Rechteck bildet. Die runde Säge ist eine runde, an ihrem Umfange mit Zähne versehene, und um eine feste Axe drehbare Scheibe. Die krumme Säge ist ein gezahntes Blatt, welches in eine runde cylindrische Fläche gebogen ist. Diese letzte dient zur Herstellung von ringförmigen Flächen; jedoch ist ihre Anwendung zu selten, als daß sie mehr als einer bloßen Erwähnung verdiente.

Die geraden Sägen empfangen alle eine gradlinige abwechselnde Bewegung; einige derselben schneiden, wie die der Brettschneider, nur nach einer der beiden Richtungen; andere, wie die der Steinschneider, schneiden bei jeder der beiden entgegengesetzten Oscillationen. In diesem letzten Falle bilden die Zähne gleichschenklige oder gleichseitige Dreiecke, deren hervorspringende Seiten als Schneiden gefeilt sind (Fig. **25**, Taf. **III**); bei langfaserigem Holze sind zwei auf einander folgende Zähne durch zwei kleine Kreisbögen von einander getrennt, welche in ihren Durchschnittspunkten einen Winkel bilden (Fig. **26**).

Im ersten Falle ist jeder Zahn ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Vorsprung durch seine kleinste Seite und durch die Hypotenuse gebildet wird; diese kleine Seite bildet die Schneide, und ihre Länge ist nahe zu dem vierten Theile der Hypotenuse gleich (Fig. **27**); jedoch darf die schneidende Kante höchstens den dritten Theil dieser Länge betragen, der Rest derselben bildet einen Platz, worin sich die Spähne aufhalten können.

Wenn das zu durchschneidende Holz langfaserig ist, so wendet man Sägen an, deren Zähne einen viel größern Zwischenraum darbieten; sie sind alsdann an dem untern Ende jedes Dreieckes rund ausgearbeitet (Fig. **28**), um den schneidenden Punkt spitzer zu machen, und alsdann bilden die Zähne der Säge Haken. Zuweilen vergrößert man den Zwischenraum, indem man zwei auf einander folgende Zähne durch eine ihnen gleiche Länge, von einander trennt, und alsdann nennt man sie Kerbsägen, jedoch bildet der Zwischenraum keine gerade Linie;

ist die Kante desselben ein wenig convex gekrümmt (Fig. **29**), zuweilen ist sie gebrochen, und bildet einen weniger hervorspringenden Zahn als die andern (Fig. **30**).

Die Zähne einer anderen Art von Säge haben die Form eines **M** und sind durch ein rechtwinkliges Intervall von derselben Länge von einander getrennt (Fig. **31**).

Endlich haben die Zähne der kleinen Sägen eine geringe Neigung, der eine nach der rechten, der folgende nach der linken Seite, in Beziehung auf die Ebene des Blattes, damit der Schnitt oder der Weg eine etwas größere Breite hat, als die Dicke des Sägenblattes, und die Reibung eine geringere Kraft erfordert.

§. **240.** Die Länge einer geraden Säge wird durch die Bedingung bestimmt, daß alle Zähne aus dem Holze heraustreten müssen, damit die Spähne aus den Zwischenräumen herausfallen. Nun würde der untere Theil, welcher ganz in dem Stücke sitzt, nicht ganz heraustreten, wenn der obere und äußere Theil nicht wenigstens dem andern gleich wäre. Folglich ist die geringste Länge, welche eine gerade Säge haben kann, gleich der doppelten Dicke des zu durchschneidenden Holzes.

Was die Breite anlangt, so ist sie in gewisser Hinsicht willkührlich. Je breiter jedoch das Blatt ist, desto besser wird man damit einen ebenen Schnitt hervorbringen können; anderer Seits sind die Berührungspunkte des Metalles und des Holzes zahlreicher, der Druck des zweiten auf das erste wird größer, und die Reibung erhält eine größere Intensität.

§. **241.** Ein Sägenblatt muß eine gewisse Spannung besitzen, weil sonst der aus dem Holze befindliche Theil eine Krümmung annehmen und sich dann verbiegen würde. Denn es ist einleuchtend, daß der im Holze befindliche Theil in entgegengesetzten Richtungen von dem Beweger und dem Widerstande sollicitirt wird, welchen die Zähne erfahren, und nothwendig an Länge zunimmt; daß die Entfernung der beiden Punkte, an denen die Enden befestigt sind, sich nicht verändern kann und für die vergrößerte Länge der Säge zu klein wird, und daß folglich ein Biegen des äußern Theiles erfolgen muß. Der Zug verlängert aber den im Holze befindlichen Theil um so weniger, je mehr das Blatt vorher zwischen seinen beiden Befestigungspunkten angespannt ist. Folglich erfährt der freie Theil eine geringere Krümmung, und ist dem Biegen weniger ausgesetzt.

Uebrigens kann die Elasticität der Theile, an welchen die Endpunkte des Blattes befestigt sind, einen Theil der nöthigen Spannung ersetzen, weil sich vermöge derselben die Befestigungspunkte nach Erforderniß von einander entfernen, oder sich nähern können.

Sägemühle mit ebenem Schnitte und geraden Sägen.

§. **242.** Der Mechanismus, welcher die Sägen in Bewegung setzt, ertheilt ihnen gewöhnlich eine abwechselnde verticale Bewe-

gung und schiebt das zu schneidende Holz zu gleicher Zeit gegen das Sägenblatt vor. Jedoch ist diese letzte Wirkung nicht constant: sie fängt an und endigt beim Niedersteigen des Operators, weil das Schneiden des Holzes blos während dieser Oscillation geschieht.

Die Säge sitzt in einem rechtwinkligen Rahmen *AB* (Fig. 1. Taf. IV), von dessen verticalen Seiten jede zwei oder drei Zapfen enthält, welche in Nuthen gleiten, die in zwei verticalen Ständern angebracht sind, und so die Bewegung des Operators leiten. Unterhalb dieses Systemes befindet sich eine horizontale Welle, deren Axe *C* auf dem Sägeblatte senkrecht steht und in der mittlern Ebene des rechtwinkligen Rahmens liegt. An der Welle sitzt eine Kurbel *CD*, welche durch einen Bolzen mit einer Lenkstange verbunden ist, die vermittelst eines zweiten Bolzens mit dem untern Theile *B* des Gestelles in Verbindung steht.

Aus dieser Einrichtung geht hervor, daß die Rotation der Welle bei jeder Umdrehung die Säge durch eine Höhe gleich der doppelten Kurbel *EF* bewegt. Aber die verticale Geschwindigkeit des Operators ist nicht constant; sie erreicht ihr Maximum, wenn der Kurbelarm horizontal ist, und wird jedes Mal gleich Null, wenn derselbe eine verticale Lage annimmt. Hieraus folgt, daß die Veränderungen der Richtung der Säge keinen Verlust an lebendiger Kraft herbeiführen. Aber mit diesem Vortheile sind zwei Nachtheile verbunden: die Kraft, welche der Operator verlangt, ist mit der Lage der Kurbel veränderlich, und in den Augenblicken, wo die Bläuelstange eine geneigte Lage hat, zerlegt sich die Kraft, drückt den Rahmen in horizontaler Richtung gegen die Geradeführung, und erzeugt hierdurch eine Reibung.

Einige Constructoren vermindern die Reibung des Gestelles dadurch, daß sie die Zapfen durch Rollen ersetzen; andere substituiren für die Leitungen Laufrollen, welche sich um feste und horizontale Axen drehen können. Diese Rollen sind in der Form eines Dreieckes ausgedreht (Fig. 2), worin die Seitenhölzer des Sägengestelles laufen, welche alsdann die Form eines pentagonalen Prismas haben.

Man vermindert auch die von der Bläuelstange herrührende Reibung, indem man dieselbe so lang als möglich macht. Hierzu ist es erforderlich, daß man zwischen der Kurbelwelle und dem Gestelle die ganze Entfernung laßt, welche die Localität gestattet, und selbst die Bläuelstange an dem obern Verbindungsholze *A* (Fig. 1) anbringt.

§. **243.** Nachdem wir oberflächlich den Mechanismus einer Sägemühle mit ebenem Schnitte und geraden Sägen beschrieben haben, müssen wir im Detail noch die Haupttheile derselben betrachten.

Oft erlaubt es die Kraft des Bewegers, mehrere Sägen an einem Gestelle anzubringen. Zwei auf einander folgende Sägen sind alsdann um eine Größe von einander entfernt, welche der Breite, die die Bretter oder Bohlen haben sollen, gleich ist; alle Blätter sind zu einander parallel und gleich stark angespannt. Die nöthige Entfernung und der Parallelismus werden vermittelst rechtwinkliger

Prismen erreicht, welche durch zwei lange Schrauben auf der Querverbindung des Gestelles befestigt werden. Die Spannung hängt von der Entfernung dieser Querverbindungen ab, von denen die eine sich vertical bewegen läßt. Ob die Blätter eine hinreichende Spannung besitzen, ergiebt sich aus dem Tone, welchen sie geben.

Es ist von Wichtigkeit, daß die Säge aufsteigt, ohne daß sich die Zähne auf dem Grunde des Schnittes reiben. Um diese Bedingung zu erfüllen, macht man das Blatt oben breiter als unten; alsdann nähert sich die Gerade, worin die Spitzen der Zähne liegen nach unten zu der Kante des Rückens, statt zu dieser Kante parallel zu sein, womit noch der andere Vortheil verbunden ist, daß die Zähne successive schneiden und die untern nicht alle Arbeit verrichten.

§. **244.** Allgemein glaubt man, daß ein schnelles Sägen vortheilhafter, als ein langsames sei, obgleich es fehlerhaft ist, im ersten Falle Sägen mit wenig vorspringenden Zähnen anzuwenden und den Druck sehr schwach zu machen. Jedoch hat die Geschwindigkeit des Operators hier eine Grenze, welche man nicht überschreiten kann, ohne die durch die Nebenwiderstände verbrauchte Quantität Wirkung bedeutend zu vermehren, und folglich auf einer Seite zu verlieren, was man auf der andern gewonnen hat.

Belidor hat in dem Arsenal zu La Frère eine Sägemühle aufgestellt, deren Zubehör $268^{kg},5$ wog, welche **160** Oscillationen in der Minute machte, und sowohl beim Auf- wie beim Niedersteigen $0^m,81$ durchlief. Die verticale Geschwindigkeit der Säge war folglich gleich:

$$\frac{160}{60} \times 0^m,81 = 2^m,16.$$

In dem Arsenale zu Metz wiegen die zugehörige Theile 210^{kg}, sie machen **140** Oscillationen in 1' und durchlaufen einen Raum von $0^m,73$ bei jeder derselben, so daß die Geschwindigkeit gleich $\frac{140}{60} \times 0^m,73 = 1^m,7$ ist.

Bei den neuern Sägemühlen, deren zugehörigen Theile ein großes Gewicht haben, beträgt die Geschwindigkeit $2^m,1$ und entspricht ungefähr **156** Oscillationen von $0^m,81$ in der Minute.

In Deutschland, wo diese Theile nicht mehr als 50^{kg} wiegen, kann man, ohne befürchten zu müssen, zu große Reibungen zu erhalten, eine Geschwindigkeit von $1^m,92$ bis $2^m,6$ annehmen. Die Säge macht alsdann **240** Oscillationen von $0^m,48$ bis $0^m,65$ in der Minute.

§. **245.** Die Veränderungen, welche in der Dichtigkeit der linearen Faserschichten eines Holzstückes stattfinden, bewirken, daß der Widerstand nicht während der ganzen Dauer eines Schnittes der Säge derselbe bleibt. Es kömmt also oft vor, daß der Beweger mehr belastet ist beim Aufgange des Gestelles, als beim

Niedergange, oder umgekehrt. Diese bedeutende Ursache von Unregelmäßigkeit in der Bewegung bringt es fast immer mit sich, daß man auf einer der drehenden Wellen einer Sägemühle ein Schwungrad anbringen muß.

Poncelet hat eine Formel angegeben, aus welcher man das nöthige Gewicht eines Schwungrades als Function der Geschwindigkeit, welche man ihm ertheilt, oder die Geschwindigkeit als Function des Gewichtes berechnen kann; jedoch ist sie unabhängig von der Trägheit der in Bewegung befindlichen Massen aufgestellt, und setzt den Mechanismus auf eine einfache Kurbel reducirt voraus, auf welche beständig ein verticaler Druck wirkt.

Es sei P das Gewicht des Ringes des Schwungrades, V die mittlere Geschwindigkeit an dem mittlern Umfange des Kranzes, k das Verhältniß, welches man zwischen V und der größten oder kleinsten Differenz dieser Geschwindigkeit gestatten will, n die in 1' von der Kurbel gemachten Umdrehungen, N die Anzahl der in dem Beweger enthaltenen Pferdekräfte; so ist die Formel von Poncelet

$$PV^2 = 4645^{kg}\,\frac{kN}{n}.$$

Der mittlere Radius des Ringes wird außerdem durch die Gleichung:

$$\frac{2\pi Rn}{60} = V$$

bestimmt, und man erhält die äußern Halbmesser vermittelst der Relationen:

$$\frac{R'+R''}{2} = R,\quad (\pi R'^2 - \pi R''^2)\,l\delta = P,$$

worin l die parallel zur Axe gemessene Breite des Ringes und δ das Gewicht eines Cubikmeters des Materiales desselben bezeichnet.

Mehrere Sägemühlen in Frankreich haben keine Schwungräder; einige, weil sie nicht nach den Prinzipien der Mechanik construirt sind, andere, weil ihr Wasserrad eine hinreichende lebendige Kraft hat, um die Bewegung zu reguliren. In der That muß man, ehe man das Gewicht und die Dimensionen eines Schwungrades bestimmt, vorher untersuchen, ob das Gewicht des Wasserrades, multiplicirt durch das Quadrat der mittlern Geschwindigkeit des Receptors, der Gleichung:

$$PV^2 = 4645\,\frac{kN}{n}$$

genügt. Wenn nur wenig an dieser Gleichheit fehlt, so ist es unnütz, und würde selbst unvortheilhaft sein, die Maschine mit einem Schwungrade zu versehen, weil die Reibungen dadurch vermehrt werden würden, ohne die Bewegung viel gleichförmiger zu machen.

Bei den deutschen Sägemühlen bestehen die Schwungräder aus runden Scheiben von Eichenholz, welche einen Durchmesser von $1^m,624$ und eine Dicke von $0^m,217$ haben. Sie enthalten folglich jede $0^{mc},4495$ und wiegen 454^{kg}, weil der Cubikmeter trockenes Eichenholz 1010^{kg} wiegt. Folglich wiegt das Schwungrad einer deutschen Sägemühle nahe zu 9 mal so viel als die zugehörigen Theile, deren Gewicht 50^{kg} nicht überschreitet.

§. **246.** Das zu schneidende Holzstück wird auf einem langen horizontalen Gestelle, dem sogenannten Wagen, befestigt, welcher sich senkrecht gegen das die Sägen haltende Gestell vorbewegen muß Zu diesem Ende ist er gewöhnlich auf kleine Räder gesetzt, welche sich in zwei parallelen Leitungen bewegen. Da diese hölzernen Leitungen dem Werfen ausgesetzt sind, und da ein genauer Parallelismus fast unmöglich ist, so ist man genöthigt, den Rädern einen gewissen Spielraum zu geben. Der Wagen ist daher kleinen Verrückungen unterworfen, weshalb der Schnitt nicht eine genaue Ebene sein kann.

In einigen Sägemühlen sind die Leitungen und Rollen durch Laufräder oder feste Rollen mit einen Einschnitte ersetzt. Die Ablenkungen sind alsdann geringer, aber nicht gleich Null; denn da die Langhölzer des Gestelles nicht immer parallel sein oder bleiben können, so muß in den Einschnitten der Rollen ein wenig Spielraum vorhanden sein.

Das Mittel, die Bewegung des Wagens vollkommen geradlinig zu machen, besteht darin, unter einen einzigen Langbaum Rollen mit Einschnitten anzubringen, sie auf einer schmiedeeisernen Schiene laufen zu lassen, den andern Langbaum mit cylindrischen Rollen zu versehen, und diese auf einer flachen Schiene laufen zu lassen. Diese Einrichtung findet man bei den besser construirten Sägemühlen. Sie erfordert keinen Spielraum, und nöthigt folglich alle Punkte des Wagens, zu der runden Schiene parallele Richtungen zu durchlaufen, und die einzige Vorsicht, welche bei ihrer Aufstellung nöthig ist, besteht darin, daß man die leitende Schiene der Rollen mit Einschnitten auch wirklich geradlinigt macht.

§. **247.** Wir wollen nun angeben, wie man den Wagen gegen die Sägen bewegt, sobald das verticale Gestell seine niedersteigende Bewegung beginnt. Auf der innern Seite eines der Langbäume ist eine Zahnstange *GH* (Fig. 3 Taf. IV.) mit Bolzen befestigt, deren verticale nach unten gerichtete Zähne mit den Stäben eines Laternengetriebes *J* im Eingriffe stehen. Die Axe dieses Getriebes ist zu der des Wasserrades parallel, und enthält noch ein gezahntes Rad *K*, welches man wegen der besondern Form seiner Zähne ein Sperrad nennt. Die kürzeste der beiden Linien ihres Zahnprofiles ist nach einem Halbmesser gerichtet, und die längste bildet einen Bogen. Eine in eine Gabel sich endigende Eisenstange *L*, welche der Geißfuß genannt wird, drückt gegen einen der obern Zähne des Sperrades. Da sich derselbe in Beziehung auf das Getriebe auf einer ent-

gegengesetzten Seite von der Säge befindet, so wird durch seinen Druck der Wagen vorwärts bewegt.

Das Niedersteigen des Gestelles bewirkt den Druck des Geißfußes selbst, und zwar auf folgende Weise: von dem untern Querholze des Gestelles geht eine gebrochene Lenkstange *M* aus, welche um den festen Bolzen *N* einen drehbaren Hebel bildet; der kürzere Theil *O* dieses Hebels ist von mehrere Löchern durchbrochen, welche zur Verbindung des Geißfußes in einer größern oder geringern Entfernung vom Drehungsmittelpunkte *N* dient, je nachdem der Wagen schnell oder langsam vorgeschoben werden muß. Durch das Niedergehen des Gestelles *AB* dreht sich der Hebel *M*, der Punkt *O* wird nach vorn und der Geißfuß gegen das obere Ende des Sperrades bewegt. Bei dem Aufsteigen des Gestelles bewegt sich der Punkt *O* im Gegentheil zurück, der Geißfuß fällt herab, indem er auf der Curve der Zähne herabgleitet und das Sperrad in einem weniger hoch über der Axe liegenden Punkte faßt.

Es könnte beim Heraufsteigen des Gestelles ein Rücklauf des Wagens stattfinden, weil sich alsdann die obern Zähne der Säge auf dem Grunde des Schnittes reiben. Um jede rückgängige Bewegung zu verhindern, bringt man einen Sperrkegel *P* an, welcher vermöge seines Gewichtes immer am Rade liegt, und an seinem Ende wie der Geißfuß geformt ist. In dem Momente, wo dieser letzte einen fortgeschobenen Zahn verläßt, faßt der Sperrkegel unter einen andern, und hält das Sperrrad in der Lage, welche es angenommen hat.

Will man einen neuen Sägenschnitt anfangen, so muß man den Wagen zurückbringen, was man dadurch bezweckt, daß man dem Getriebe eine Bewegung ertheilt, die der von dem Geißfuße hervorgebrachten entgegengesetzt ist. Diese Stange wird frei vom Sperrade gehalten, und der Sperrkegel wird umgeschlagen, worauf ein Mensch das Sperrad an den an einer seiner Seitenflächen sitzenden Pflöcken herumdreht.

Jedoch sieht man ein, daß die rückgängige Bewegung durch die Rotation der Wasserradswelle vermittelst eines sehr einfachen Apparates erreicht werden kann; es ist dazu eine Rolle und ein Seil nothwendig, welches an einem Ende des Wagens befestigt wäre und am andern sich auf die Welle aufrollt.

§. **248.** Der Halbmesser des Sperrades ist willkührlich; man muß denselben nur so groß annehmen, daß die Kraft eines Menschen hinreichend ist, um den mit einem gewöhnlichen Baume beladenen Wagen zurückzuschieben. Da es leicht ist, die Reibung zu berechnen, welche dieses Gewicht an den Axen der Rollen hervorbringt, so hat man also den Widerstand, welchen die Zahnstange der Umdrehung des Getriebes entgegenstellt; das Moment dieses Widerstandes in Beziehung auf die Axe, vermehrt um das der Reibung der Stäbe und der Zähne, muß dem Momente der von dem Menschen ausgeübten Kraft gleich sein, und aus der Gleichheit ergiebt

sich die Bestimmung des Halbmessers des Umkreises, auf welchem die Pflöcke eingeschlagen sind.

Der Umfang eines Sperrades ist oft in **360** gleiche Theile getheilt; jedoch ist es besser **384** Zähne zu machen, weil die Theilung alsdann viel bequemer ist, und weil es viel leichter ist, das Eindringen der Sägen bei jedem Niedergange nach der Härte des zu schneidenden Holzes variiren zu lassen, wenn die Zähne in größerer Anzahl vorhanden sind, oder wenn sie kleinere Bögen auf dem Umfange des Rades einnehmen. Wenn folglich r den Halbmesser dieses Umkreises bezeichnet, so ist die Länge eines Zahnes $= \frac{2\pi r}{384}$ und der zugehörige Bogen hält $\frac{360}{384}$ Grade.

§. **249.** Der Geißfuß muß auf dem Sperrade um eine gewisse um einen Bruch vermehrte Anzahl von Zähnen zurückgehen können; weil es sehr schwer sein würde, eine genaue Zurückbewegung um eine ganze Anzahl von Zähnen zu erhalten, und weil es vortheilhaft ist, wenn die Sägenblätter etwas niedergehen, ehe sie schneiden. Man richtet die Sachen so ein, daß, wenn man den Geißfuß in das der Axe N zunächst folgende Loch des gebogenen Hebels bringt (Fig. **3.** Taf. **IV.**), derselbe bei jeder Oscillation $2\frac{1}{4}$ Zähne mit einer gleichförmigen Bewegung durchläuft. Um diese Effecte zu erhalten, muß man das Ende des Geißfußes **4** oder **5** Zähne tief unter dem Berührungspunkte der gemeinschaftlichen Tangente an dem Rade J und der Axe N, welche die beiden Kreise auf derselben Seite und unterhalb läßt, anbringen; den Bolzen, durch welchen der Geißfuß mit dem Arme O verbunden wird, muß man in das dem Punkte N zunächst liegende Loch stecken; den Hebel M muß man mit dem Gestelle AB so verbinden, daß er horizontal ist, wenn das Aufsteigen vollendet ist, und ihm eine solche Länge geben, daß bei jeder Oscillation die Axe N um einen Winkel gedreht wird, welcher zum Durchlaufen von $\frac{5}{4}$ eines Zahnes erforderlich ist.

Denn es ist klar, daß vermittelst dieser Einrichtungen die veränderliche Kraft des Gestelles auf den Hebel M, oder die des Armes O auf den Geißfuß im Anfange des Niedersteigens ihr Maximum erreicht, während alsdann die auf die Zähne wirkende Kraft ihr kleinstes Moment besitzt. Umgekehrt befindet sich die Kraft des Armes O am Ende des Niedersteigens in ihrem Minimum, während der Geißfuß fast am Rade tangentirt und sein größtes Moment besitzt. Folglich findet beim Niedergehen der Sägen zwischen den Veränderungen der Wirkung des drehenden Hebels und denen des Geißfußes eine Art Compensation statt, welche die Bewegung des Sperrades fast gleichförmig macht.

Wir wollen nun sehen, wie man den Winkel α bestimmt, um welchen sich der drehbare Hebel M drehen muß, um eine Vor- oder Zurückbewegung des Endes des Geißfußes um $\frac{5}{4}$ eines Zahnes zu bewirken.

Wir können die von den beiden Enden dieser letzten Stange beschriebenen Bogen als gleich annehmen, denn der Werth des zu $2\frac{1}{4}$ Zähnen gehörigen sehr kleinen Bogens ist:

$$\frac{360^o}{348} \times 2{,}25 = 2^o\,6'\,34'',$$

und es entsteht kein Nachtheil, wenn der Geißfuß um ein wenig mehr oder weniger als $2\frac{1}{4}$ Zahn vor- oder zurückgeschoben wird. Bezeichnet nun aber r' den Halbmesser der Axe N, so ist die Länge des Bogens α gleich $\frac{2\pi r'}{360^o}\alpha$; die Länge eines Zahnes ist gleich $\frac{2\pi r}{384}$ und die von $2\frac{1}{4}$ Zahn $= \frac{2\pi r}{384} \times 2{,}25$. Folglich ist:

$$\frac{2\pi r'}{360^o}\alpha = \frac{2\pi r}{384} \times 2{,}25 \text{ und } \alpha = \frac{360^o}{384} \times 2{,}25 \times \frac{r}{r'}.$$

Wenn man für 2,25 eine beliebige Anzahl k von Zähnen substituirt, so erhält man aus der vorhergehenden Gleichung die Relation:

$$\frac{2\pi r''}{360^o}\alpha = \frac{2\pi r k}{385} \text{ und } r'' = \frac{360^o}{\alpha} \times \frac{k}{384} r,$$

woraus sich die Entfernungen r'' von der Axe N bis zu den verschiedenen Löchern des Armes O ableiten lassen, damit der successive in diesen Löchern befestigte Geißfuß das Sperrad um $3\frac{1}{4}$, $4\frac{1}{4}$ Zahn, vorschiebt.

Wir wollen nun die Länge NQ des Hebels M (Fig. 4 Taf. IV), und die des Verbindungsliedes BQ bestimmen, welche dem Winkel α entsprechen. Wir wollen annehmen, daß die einen rechten Winkel bildende Linie NQB eine gerade Linie wird, wenn das Aufsteigen des Gestelles vollendet ist, und durch h wollen wir die verticale Höhe BB' einer Oscillation bezeichnen. Das rechtwinklige Dreieck NQB' giebt zuerst $NQ = \frac{QB'}{\text{tang}\,\alpha}$, und:

$$BQ = Q'B' = NB' - NQ' = NB' - NQ = \frac{QB'}{\sin\alpha} - \frac{QB'}{\text{tang}\,\alpha} = QB'\left(\frac{1}{\sin\alpha} - \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right).$$

Nun ist aber $QB' = BB' - BQ$, folglich:

$$BQ = (h - BQ)\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}, \text{ oder } BQ = \frac{h(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha - \cos\alpha + 1}$$

und hieraus ergiebt sich:

$$NQ = \frac{BB' - BQ}{\text{tang}\alpha} = \frac{(h - BQ)\cos\alpha}{\sin\alpha} = \left(h - \frac{h(1-\cos\alpha)}{\sin\alpha - \cos\alpha + 1}\right)\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} =$$

$$\frac{h\sin\alpha - h\cos\alpha + h - h + h\cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha + 1} \times \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{h\cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha + 1}.$$

§. 250. Durch die Erfahrung hat es sich herausgestellt, daß die Sägen bei jedem Niedergange in das härteste Holz um $0^m,0023$ eindringen können, und um diese Größe muß sich also der Wagen vorwärts bewegen. Wenn der Geißfuß bei jedem Aufsteigen um $2\frac{1}{4}$ Zahn zurückgeht, so bewegt er das Laternengetriebe bei dem Niedersteigen nur um 2 Zähne, weil er sich erst $\frac{1}{4}$ eines Zahnes bewegt, ohne das Sperrad weiter zu schieben. Eine Rotation von zwei Zähnen für das Laternengetriebe muß also einem Wege von $0^m,0023$ für den Wagen entsprechen, oder was dasselbe ist, die Umdrehung des Sperrrades um einen Zahn muß die Axe des obern Stabes des Getriebes um $0^m,00115$ vorwärts bewegen.

Nun sei d der Durchmesser der Stäbe, n ihre Anzahl, d' die Dicke der Zähne an der Zahnstange, und i der Spielraum; so ist das Intervall zwischen zwei auf einander folgenden Stäben nahe zu $d' + i$; der Umfang des Theilkreises des Getriebes ist gleich $(d + d' + i)n$, und zur Bestimmung des Halbmessers dieses Umkreises hat man $r = \frac{(d + d' + i)n}{2\pi}$.

Aber der auf demselben Umkreise einem Zahne des Sperrades entsprechende Bogen ist $= \frac{(d + d' + i)n}{384}$. Die entsprechende Anzahl von Stäben ergiebt sich folglich aus der Gleichung:

$$\frac{(d + d' + i)n}{384} = 0^m,0015, \text{ woraus } n = \frac{0^m,00115 \times 384}{d + d' + i}$$

folgt.

§. 251. Wir müssen nun noch von den Modificationen sprechen, welche dem Sägengestelle die entsprechende Geschwindigkeit, z. B. die, aus welcher 156 Oscillationen in der Minute hervorgehen, ertheilen. Da jede Oscillation einem halben Umgange der Kurbel entspricht, so macht diese letzte in derselben Zeit 78 Umdrehungen. Wenn sie folglich an der Wasserradswelle sitzt, so würde dieses Rad auch 78 Umdrehungen in der Minute machen, oder eine Geschwindigkeit von $\frac{78 \times 2\pi R}{60}$ besitzen. Bezeichnet man also durch v die Geschwindigkeit des Wassers, und durch $\frac{v}{k}$ die des Receptors für den Fall der größten Arbeit, so wird der Halbmesser R vermittelst der Gleichung:

$$\frac{78 \times 2\pi R}{60} = \frac{v}{k}, \text{ woraus } R = \frac{60\,v}{78 \times \pi k} = \frac{0{,}12_2\,v}{k}$$

folgt, bestimmt. Es ist einleuchtend, daß im Allgemeinen durch diesen Werth der Halbmesser des Wasserrades viel zu klein werden würde. Wenn man folglich die dem Maximum der Arbeit entsprechende Geschwindigkeit des Wasserrades und den Halbmesser, welchen die bewegende Kraft nöthig hat, beibehalten will, so ist es nothwendig, um 78 Umdrehungen der Kurbel in der Minute zu erhalten, daß man ein Vorgelege anwendet.

Das angewandte Vorgelege besteht aus einem auf der Wasserradswelle sitzenden Stirnrade und einem Laternengetriebe, auf dessen Axe die Kurbel sitzt, und welche noch zur Aufnahme des Schwungrades dient, wenn ein solches erforderlich ist. Bezeichnet man durch n die Anzahl der Umdrehungen des Wasserrades in 1′, so hat man außerdem zwischen den Halbmessern der beiden eingreifenden Räder die Relation $\frac{R'}{R''} = \frac{78}{n}$, weil die Geschwindigkeit der Theilkreise dieser beiden Räder dieselbe ist, und sich folglich ihre Halbmesser umgekehrt wie die Anzahlen der in derselben Zeit erfolgenden Umdrehungen verhalten.

Was den Halbmesser R'' des Getriebes anlangt, so wird derselbe wie der des Getriebes des Wagens bestimmt. Bezeichnet z. B. D den Durchmesser der Stäbe, N ihre Anzahl, E die Dicke der Zähne des Stirnrades, und J den Spielraum, so ist:

$$R'' = \frac{(D + E + J)\,N}{2\pi}.$$

§. **252.** Die vorhergehende detaillirte Beschreibung setzt uns in den Stand, die Kraft Q zu bestimmen, welche das bewegende Rad in der Entfernung R von seiner Axe ausüben muß, um dem Hauptwiderstande und den Nebenwiderständen während einer gleichförmigen Bewegung das Gleichgewicht zu halten. (Fig. **5.** Taf. *IV*).

Wir wollen zuerst die Wasserradswelle betrachten, und es sei Q' der mittlere und verticale Widerstand, welchen der Stab des Laternengetriebes dem Zahnrade entgegensetzt. Bezeichnet R' den Halbmesser des Theilkreises des Stirnrades, so ist das Moment dieses Widerstandes gleich $Q'R'$. Es sei P das Gewicht der Wasserradswelle in Verbindung mit allem, was sie trägt, und α der von der Richtung der bewegenden Kraft Q mit der Horizontalen eingeschlossene Winkel; so wird der horizontale Druck auf die Zapfen $= Q \cos \alpha$ und der verticale Druck gleich

$$P + Q \sin \alpha - Q'$$

sein, wenn das Vorgelege auf der Seite des Schützes liegt, oder gleich

$$P + Q \sin \alpha + Q',$$

wenn es auf der entgegengesetzten Seite liegt. Denn im ersten Falle wirkt der Widerstand Q von unten nach oben, und im zweiten von oben nach unten. Die Reibung wird folglich durch die Resultante:

$$\sqrt{[P + Q\sin\alpha \mp Q')^2 + (Q\cos\alpha)^2]} = 0{,}96(P + Q\sin\alpha \mp Q') + 0{,}4\,Q\cos\alpha$$

hervorgebracht, und ihr Moment ist:

$$f' \varrho\,[0{,}96(P + Q\sin\alpha \mp Q') + 0{,}4\,Q\cos\alpha].$$

Es ist also vortheilhaft, das Getriebe mit der Kurbel zwischen den Schütz und die Wasserradswelle zu legen; da es jedoch zuweilen die Localität auch nicht erlauben kann, so wollen wir das doppelte Zeichen von Q' beibehalten, und die allgemeine Gleichheit der Quantitäten Wirkung, oder die der Momente, welche sie hier vertreten muß, giebt:

$$QR = Q'R' + f' \varrho\,[0{,}96(P + Q\sin\alpha \mp Q') + 0{,}4\,Q\cos\alpha]$$

und

$$Q = \frac{Q'(R' \mp 0{,}96 f' \varrho) + 0{,}96 f' \varrho P}{R - f' \varrho\,(0{,}96\sin\alpha + 0{,}4\cos\alpha)}.$$

Der Widerstand Q' besteht aus dem mittlern und verticalen Drucke Q'' des Stabes gegen den Zahn und aus der durch diesen Druck erzeugten Reibung. Wenn nun k, k' die Anzahl der Zähne und die der Stäbe bezeichnet, so vermehrt die Reibung des Eingriffes eines Laternengetriebes die dem Drucke entgegengesetzte Kraft nach (§. 120) um $\pi f Q'' \frac{k + k'}{k\,k'}$. Folglich ist

$$Q' = Q''\left(1 + \pi f \frac{k + k'}{k\,k'}\right).$$

Der Druck Q'' wird der mittlere genannt, weil die Wirkung des Stirnrades gegen das Laternengetriebe, ohne die Reibungen, niemals derselbe ist; während des Aufsteigens erhebt er das Gewicht des Gestelles, während des Niedersteigens compensirt er den Ueberschuß der Kraft, welche das Sägen erfordert, über die, welche aus dem Herabfallen des Gestelles hervorgeht, und sein Werth Q''_1 im ersten Falle übersteigt gewöhnlich den Werth Q''_2 für den zweiten Fall. Man muß folglich jede dieser beiden Größen bestimmen, um Q'' aus der Relation:

$$Q'' = \frac{Q''_1 + Q''_2}{2}$$

ableiten zu können.

§. 253. Die Kraft Q'', muß offenbar dem Widerstande, welchen das Aufsteigen des Gestelles in der Richtung der Bläuelstange BD (Fig. 5. Taf. IV) erzeugt, dem Gewichte dieser Bläuelstange, der Reibung der Kurbelwarze D, der Reibung der Zapfen C des Getriebes, und dem Widerstande, welcher aus dem Zurückgehen des Geißfußes erzeugt wird, das Gleichgewicht halten.

Es sei E die in B nach der Richtung DB auszuübende mittlere Kraft. Sie kann in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, wovon die eine verticale $E\cos\beta$ eine elementare Arbeit $E\cos\beta\,dh$ verrichtet, wenn h den Bruch der Gesammterhebung FE bezeichnet, um welchen sich die Warze D erhoben hat, wenn der Winkel $CBD=\beta$ ist. Die andere $E\sin\beta$ ist horizontal und erzeugt an den Leitungen eine Reibung $fE\sin\beta$, für welche eine Quantität Arbeit gleich $fE\sin\beta\,dh$ in dem Zeitpunkte aufgewandt werden muß, welcher auf die partielle Erhebung h folgt. Wenn P' folglich das Gewicht des Gestelles und der Sägen bezeichnet, so giebt die Gleichheit der elementaren Quantitäten Wirkung die Relation:

$$E\cos\beta\,dh=P'\,dh+fE\sin\beta\,dh,$$

woraus für die ganze Erhebung folgt:

$$E\int\cos\beta\,dh=P'\int dh+fE\int\sin\beta\,dh.$$

Bezeichnet man aber mit b die Länge des Kurbelarmes CD, und mit ε den Winkel, um welchen er sich von der Verticale CF entfernt hat, so erhält man:

$$h=CF-CD\cos\varepsilon=b-b\cos\varepsilon,$$
$$dh=-b\,d\cos\varepsilon=b\sin\varepsilon\,d\varepsilon.$$

Wenn l die Länge der Bläuelstange bezeichnet, so ist:

$$b\sin\varepsilon=l\sin\beta,\ l^2\cos^2\beta=l^2-b^2\sin^2\varepsilon$$

und es folgt:

$$\sin\beta=\frac{b}{l}\sin\varepsilon,\ \cos\beta=\left(1-\frac{b^2}{l^2}\sin^2\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}};$$

also:

$$\int\cos\beta dh=\int\left(1-\frac{b^2}{l^2}\sin^2\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}}b\sin\varepsilon d\varepsilon=\int\left(1-\frac{b^2}{2l^2}\sin^2\varepsilon\right)b\sin\varepsilon d\varepsilon=$$

$$\int\left(-b d\cos\varepsilon\right)+\int\frac{b^3}{2l^2}\sin^2\varepsilon d\cos\varepsilon=-b\cos\varepsilon+\int\frac{b^3}{2l^2}\left(1-\cos^2\varepsilon\right)d\cos\varepsilon=$$

$$-b\cos\varepsilon+\frac{b^3}{2l^2}\cos\varepsilon+\frac{b^3}{2l^2}\int(-\cos^2\varepsilon\,d\cos\varepsilon)=$$

$$-b\cos\varepsilon+\frac{b^3}{2l^2}\cos\varepsilon-\frac{b^3}{2l^2}\times\frac{\cos^3\varepsilon}{3}+C.$$

Soll dieses Integral dem ganzen Erheben EF entsprechen, so muß man dasselbe offenbar zwischen den Grenzen $\varepsilon = 0, \varepsilon = \pi$ nehmen. Die zweite Grenze giebt $\cos\varepsilon = \cos\pi = -1$, und:

$$\int' \cos\beta\, dh = b - \frac{b^3}{2l^2} + \frac{b^3}{6l^2} + C.$$

Die erste giebt $\cos\varepsilon = 1$ und:

$$\int'' \cos\beta\, dh = -b + \frac{b^3}{2l^2} - \frac{b^3}{6l^2} + C.$$

Zieht man beide Werthe von einander ab, so erhält man:

$$\int \cos\beta\, dh = 2b - \frac{b^3}{l^2} + \frac{b^3}{3l^2} = 2b - \frac{2b^3}{3l^2}.$$

Auch ist:

$$\int \sin\beta dh = \int \frac{b}{l} \sin\varepsilon \times b \sin\varepsilon d\varepsilon = \int \frac{b^2}{l} \sin^2\varepsilon d\varepsilon = \int \frac{b^2}{l} (1 - \cos^2\varepsilon)\, d\varepsilon =$$

$$\frac{b^2\varepsilon}{l} + \int \left(-\frac{b^2}{l} \cos^2\varepsilon\, d\varepsilon\right) = \frac{b^2\varepsilon}{l} + \int \left(-\frac{b^2}{l} \cos\varepsilon d\sin\varepsilon\right) =$$

$$\frac{b^2\varepsilon}{l} + \frac{b^2}{l} \int \left\{-d\sin\varepsilon \left(1 - \sin^2\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}}\right\} = \frac{b^2\varepsilon}{l} + \frac{b^2}{l} \int \left\{-d\sin\varepsilon \left(1 - \frac{\sin^2\varepsilon}{2}\right)\right\} =$$

$$\frac{b^2\varepsilon}{l} - \frac{b^2}{l} \sin\varepsilon + \frac{b^2}{l} \times \frac{\sin^3\varepsilon}{6} + C.$$

Die Grenze $\varepsilon = \pi$ giebt $\sin\varepsilon = 0$ und

$$\int' \sin\beta\, dh = \frac{b^2\pi}{l} + C.$$

Die Grenze $\varepsilon = 0$ giebt $\sin\varepsilon = 0$, und

$$\int'' \sin\beta\, dh = 0 + C.$$

Endlich führt die Subtraction beider Werthe auf:

$$\int \sin\beta\, dh = \frac{b^2\pi}{l}.$$

Da außerdem die Größen $\int dh$ und $\int -bd\cos\varepsilon$ offenbar für eine ganze Erhebung gleich $2b$ sind, so verwandelt sich die Gleichung der Quantitäten Wirkung in:

$$E\left(2b - \frac{2b^3}{3l^2}\right) = 2P'b + fE\frac{b^2\pi}{l},$$

woraus:

$$E = \frac{2P'b}{2b - \frac{2b^3}{3l^2} - f\frac{b^2\pi}{l}} = \frac{6P'bl^2}{6bl^2 - 2b^3 - 3flb^2\pi} = \frac{6P'l^2}{6l^2 - 2b^2 - 3flb\pi}$$

folgt.

Die in B in dem Sinne DB auszuübende Kraft ist nicht genau die der Kurbelwarze D in demselben Sinne; denn sie müssen zwei gleiche Quantitäten Wirkung hervorbringen, und die erste findet offenbar auf einem viel kürzern Wege statt, als der von D in derselben Zeit zurückgelegte Weg. Aber die Rechnung zeigt, daß der Unterschied zwischen den beiden Kräften klein genug ist, um sie in der Absicht einander gleich setzen zu können, daß man einfachere Formeln erhält; der für E gefundene Werth ist folglich auch der jener Kraft, welche die Warze auf die Stange BD ausübt, um das Gestell in die Höhe zu bewegen, und man wird die Gesammtkraft E' dieser Warze erhalten, wenn man zu dem zweiten Gliede der Gleichung der Quantitäten Wirkung die Größe $2pb$ hinzufügt, welche durch die Aufhebung des Gewichtes p der Bläuelstange verbraucht wird. Es ist also:

$$E'\left(2b - \frac{2b^3}{3l^2}\right) = 2P'b + fE'\frac{b^2\pi}{l} + 2pb$$

und

$$E' = \frac{6bl^2(P'+p)}{6bl^2 - 2b^3 - 3fb^2l\pi} = \frac{6l^2(P'+p)}{6l^2 - 2b^2 - 3fbl\pi}.$$

Wir müssen nun noch zur Bestimmung der Kraft Q''_1 die durch sie hervorgebrachte elementare Quantität Wirkung $Q''_1 R'' d\varepsilon$ und die elementaren Quantitäten Wirkung einander gleich setzen, welche durch die verschiedenen Widerstände verbraucht werden, denen diese Kraft das Gleichgewicht hält.

Nun durchläuft aber der Punkt D in einem Augenblicke den Bogen $bd\varepsilon$, welcher fast mit der Tangente im Anfangspunkte D zusammenfällt; die Projection von $bd\varepsilon$ auf die Bläuelstange ist der elementare Weg des Widerstandes E', und diese Projection ist gleich

$$bd\varepsilon \cos BDG \text{ oder } bd\varepsilon \sin\gamma,$$

wo γ den Winkel BDC bezeichnet. Die elementare Arbeit von E' ist folglich $E'bd\varepsilon\sin\gamma$.

Derselbe Widerstand hat in dem Sinne BC eine verticale Seitenkraft $E'\cos\beta$, und eine horizontale Seitenkraft $E'\sin\beta$, welche sowohl wie die Kraft Q''_1 und das gesammte Gewicht P' des Getriebes, seiner Welle und der Kurbel, die Zapfen C drücken. Es ergiebt sich hieraus eine kreisförmige Reibung, für welche eine elementare Quantität Wirkung

$$f'_1 \varrho' d\varepsilon \sqrt{(P' \pm Q'_1 + E' \cos\beta)^2 + E'^2 \sin^2\beta} =$$

$$f'_1 \varrho' d\varepsilon [0{,}96 (P' \pm Q'_1 + E' \cos\beta) + 0{,}4 E' \sin\beta]$$

erforderlich ist.

Was diejenige anbetrifft, welche die Reibung an der Warze D absorbirt, so ist sie offenbar $= f'_2 E' \varrho'' d\varepsilon$, weil sich die Warze in ihrem Lager, wie die Kurbel, um einen Bogen ε dreht.

Wenn wir endlich bemerken, daß die Zurückbewegung des Geißfußes blos die Reibungen der Bolzen verursacht, deren Halbmesser sehr klein und welche sehr wenig belastet sind, so ergiebt sich, daß wir die hierzu erforderliche Quantität Wirkung vernachlässigen und:

$$Q''_1 R'' d\varepsilon = E' \sin\gamma b d\varepsilon + f'_1 \varrho' d\varepsilon [0{,}96 (P' \pm Q'_1 + E' \cos\beta) + 0{,}4 E' \sin\beta]$$
$$+ f'_2 E' \varrho'' d\varepsilon$$

setzen können. Integrirt man von $\varepsilon = 0$ bis $\varepsilon = \pi$, so erhält man:

$$Q''_1 R'' \pi = E' b \int_\pi^0 \sin\varrho d\varepsilon + 0{,}96 f'_1 \varrho' \pi (P' \pm Q'_1) + 0{,}96 f'_1 \varrho' E' \int_\pi^0 \cos\beta d\varepsilon$$

$$+ 0{,}4 f'_1 \varrho' E' \int^\pi \sin\beta d\varepsilon + f'_2 \varrho'' \pi E'.$$

Nun ist aber:

$$l \sin\gamma = BK = BC \sin\varepsilon = (BL - CL) \sin\varepsilon = (l \cos\beta - b \cos\varepsilon) \sin\varepsilon =$$

$$l \cos\beta \sin\varepsilon - b \sin\varepsilon \cos\varepsilon = l \left(1 - \frac{b^2}{l^2} \sin^2\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}} \sin\varepsilon - b \sin\varepsilon \cos\varepsilon =$$

$$l \sin\varepsilon - \frac{b^2}{2l} \sin^3\varepsilon - b \sin\varepsilon \cos\varepsilon;$$

folglich:

$$\int \sin\gamma d\varepsilon = \int \sin\varepsilon d\varepsilon - \frac{b^2}{2l^2} \int \sin^3\varepsilon d\varepsilon - \frac{b}{l} \int \sin\varepsilon \cos\varepsilon d\varepsilon =$$

$$- \cos\varepsilon - \frac{b^2}{2l^2} \int \sin^2\varepsilon (-d\cos\varepsilon) - \frac{b}{l} \int \sin\varepsilon d\sin\varepsilon =$$

$$- \cos\varepsilon - \frac{b^2}{2l^2} \int (-d\cos\varepsilon) - \frac{b^2}{2l^2} \int \cos^2\varepsilon d\cos\varepsilon - \frac{b}{2l} \sin^2\varepsilon =$$

$$- \cos\varepsilon + \frac{b^2}{2l^2} \cos\varepsilon - \frac{b^2}{2l^2} \cos^3\varepsilon - \frac{b}{2l} \sin^2\varepsilon + C.$$

Für $\varepsilon = \pi$ hat man:

$$\int' \sin\gamma\, d\varepsilon = 1 - \frac{b^2}{2l^2} + \frac{b^2}{6l^2} + C.$$

Für $\varepsilon = 0$ hat man:

$$\int'' \sin\gamma\, d\varepsilon = -1 + \frac{b^2}{2l^2} - \frac{b^2}{6l^2} + C.$$

Folglich ist:

$$\int_{\pi}^{0} \sin\gamma\, d\varepsilon = 2 - \frac{b^2}{l^2} + \frac{b^2}{3l^2} = 2 - \frac{2b^2}{3l^2},$$

und:

$$E'b \int_{\pi}^{0} \sin\gamma\, d\varepsilon = 2b\,E' - \frac{2b^3}{3l^2}\,E'.$$

Man sieht auch, daß:

$$\int \cos\beta\, d\varepsilon = \int \left(1 - \frac{b^2}{l^2}\sin^2\varepsilon\right)^{\frac{1}{2}} d\varepsilon = \int d\varepsilon - \int \frac{b^2}{2l^2}\sin^2\varepsilon\, d\varepsilon = \varepsilon - \frac{b^2}{2l^2}\int (1-\cos^2\varepsilon)\, d\varepsilon$$

$$= \varepsilon - \frac{b^2\varepsilon}{2l^2} - \frac{b^2}{2l^2}\int (-\cos^2\varepsilon\, d\varepsilon) = \varepsilon - \frac{b^2\varepsilon}{2l^2} - \frac{b^2}{2l^2}\int \cos\varepsilon\,(-d\sin\varepsilon) =$$

$$\varepsilon - \frac{b^2\varepsilon}{2l^2} - \frac{b^2}{2l^2}\int (1-\sin^2\varepsilon)^{\frac{1}{2}}(-d\sin\varepsilon) = \varepsilon - \frac{b^2\varepsilon}{2l^2} + \frac{b^2}{2l^2}\sin\varepsilon - \frac{b^2}{4l^2}\int \sin^2\varepsilon\, d\sin\varepsilon$$

$$= \varepsilon - \frac{b^2\varepsilon}{2l^2} + \frac{b^2}{2l^2}\sin\varepsilon - \frac{b^2}{12l^2}\sin^3\varepsilon + C$$

ist.

Für $\varepsilon = \pi$ ist:

$$\int' \cos\beta\, d\varepsilon = \pi - \frac{b^2\pi}{2l^2} + C;$$

für $\varepsilon = 0$ ist:

$$\int'' \cos\beta\, d\varepsilon = 0 + C;$$

folglich:

$$\int_{\pi}^{0} \cos\beta\, d\varepsilon = \pi - \frac{b^2\pi}{2l^2},$$

und:

$$0{,}96f'_1\varrho' E'\int_{\pi}^{0}\cos\beta\,d\varepsilon = 0{,}96f'_1\varrho'\pi E' - 0{,}96f'_1\varrho'\pi\frac{b^2}{2l^2}E'.$$

Endlich ist:

$$\int\sin\beta\,d\varepsilon = \int\frac{b}{l}\sin\varepsilon\,d\varepsilon = -\frac{b}{l}\cos\varepsilon + C.$$

Für $\varepsilon=\pi$ ist:

$$\int'\sin\beta\,d\varepsilon = \frac{b}{l} + C;$$

für $\varepsilon=0$ ist:

$$\int''\sin\beta\,d\varepsilon = -\frac{b}{l} + C;$$

folglich:

$$\int_{\pi}^{0}\sin\beta\,d\varepsilon = \frac{2b}{l}$$

und:

$$0{,}4f'_1\varrho' E'\int_{\pi}^{0}\sin\beta\,d\varepsilon = 0{,}8f'_1\varrho'\frac{b}{l}E'.$$

Mithin ist:

$$Q''_1 R''\pi = \left\{\begin{array}{l} 2bE' - \frac{2b^3}{3l^2}E' + 0{,}96f'_1\varrho'\pi(P'' \pm Q''_1) + 0{,}96f'_1\varrho'\pi E' \\ -0{,}48f'_1\varrho'\pi\frac{b^2}{l^2}E' + 0{,}8f'_1\varrho'\frac{b}{l}E' + f'_2\varrho''\pi E' \end{array}\right\}$$

und:

$$Q''_1 = \left\{\frac{\begin{array}{l} E'\left(2b - \frac{2b^3}{3l^2} + 0{,}96f'_1\varrho'\pi - 0{,}48f'_1\varrho'\pi\frac{b^2}{l^2} + 0{,}8f'_1\varrho'\frac{b}{l}\right. \\ \left. + f'_2\varrho''\pi\right) + 0{,}96f'\varrho'\pi P'' \end{array}}{R''\pi \mp 0{,}96f'_1\varrho'\pi}\right\}$$

§. 254. Auf ähnliche Weise findet man die Kraft Q''_2, welche während des Niedersteigens auf den cylindrischen Stab ausgeübt werden muß. Wir wollen zunächst bemerken, daß, wenn man durch X die verticale Kraft bezeichnet, welche das Zubehör der Säge ausübt, um den Geißfuß zu schieben, vermehrt um den Widerstand der Fasern des Holzes, man den Ausdruck $X-(P'+p)$ für die Kraft erhält, welche das Gestell bei dem verticalen Zuge darbietet, und daß es genügt, diese Größe für den Widerstand $P'+p$ in den Werth von E' zu substituiren, um den Werth der Zugkraft E'' zu

erhalten, welche die Bläuelstange von B gegen D' während des Niedersteigens ausübt (Fig. 6. Taf. IV). Es ist also:

$$E''=\frac{6l^2[X-(P'+p)]}{6l^2-2b^2-3fbl\pi}.$$

Die in entgegengesetztem Sinne, oder von D' nach B wirkend angenommene Zugkraft E'' ist der Widerstand, welchem Q''_2 das Gleichgewicht halten muß. Dieser Widerstand wird, wie vorher E', in zwei andere zerlegt, so daß ein Theil des Druckes auf die Axe C durch $E''\cos\beta$ in der Richtung von C nach B, und durch eine horizontale Kraft $E''\sin\beta$ hervorgebracht wird, welche die Zapfen von der Rechten gegen die Linke drückt, wie bei dem Aufsteigen. Die Reibung dieser Zapfen verbraucht folglich eine elementare Quantität Wirkung:

$$f'_1\varrho' d\varepsilon\sqrt{(P''\pm Q''_2-E''\cos\beta)^2+E''^2\sin^2\beta}=f'_1\varrho' d\varepsilon[0{,}96(P''\pm Q''_2-E''\cos\beta)+0{,}4E''\sin\beta]$$

und man hat:

$$Q''_2R''d\varepsilon=\{E''\sin\gamma.bd\varepsilon+f'_1\varrho' d\varepsilon[0{,}96(P''\pm Q''_2-E''\cos\beta)+0{,}4E''\sin\beta]+f'_2E''\varrho'' d\varepsilon\},$$

und:

$$Q''_2R''\pi=\begin{cases}2bE''-\frac{2b^3}{3l^2}E''+0{,}96f'_1\varrho'\pi(P''\pm Q''_2)-0{,}96f'_1\varrho'\pi E''+\\ 0{,}48f'_1\varrho'\pi\frac{b^2}{l^2}E''+0{,}8f'_1\varrho'\frac{b}{l}E''+f'_2\varrho''\pi E'',\end{cases}$$

und:

$$Q''_2=\begin{cases}E''\left(2b-\frac{2b^3}{3l^2}-0{,}96f'_1\varrho'\pi+0{,}48f'_1\varrho'\pi\frac{b^2}{l^2}+0{,}8f'_1\varrho'\frac{b}{l}+f'_2\varrho''\pi\right)\\ +0{,}96f'_1\varrho'\pi P''\\ \hline R''\pi\mp 0{,}96f'_1\varrho'\pi\end{cases}$$

und endlich:

$$Q''=\frac{Q''_1+Q''_2}{2}=\begin{cases}(E'+E'')\left(b-\frac{b^3}{3l^2}+0{,}4f'_1\varrho'\frac{b}{l}+f'_2\varrho''\frac{\pi}{2}\right)+\\ (E'-E'')\left(0{,}48f'_1\varrho'\pi-0{,}24f'_1\varrho'\pi\frac{b^2}{l^2}\right)+0{,}96f'_1\varrho'\pi P''\\ \hline (R''\mp 0{,}96f'_1\varrho')\pi\end{cases}$$

§. 255. Wir haben nun noch die Größe X zu bestimmen. Wenn X' die von dem Sägen absorbirte Kraft oder den verticalen

Widerstand der Holzfasern, und Q''' die Kraft des Gestelles zur Bewegung des Sperrrades bezeichnet, so hat man $X = X' + Q'''$. Wir müssen folglich noch den zweiten Theil dieses Werthes bestimmen.

Wir wollen auch hier die Reibungen an den Verbindungsbolzen vernachlässigen, aber die des Wellrades berücksichtigen, dessen Zapfen von dem Gewichte p' des Cylinders und der Hebel, ferner von den Seitenkräften von Q''' und von dem Widerstande q des Geißfußes gedrückt werden (Fig. 7. Taf. IV).

Die verticale Kraft Q''' giebt nach der Richtung des Verbindungsgliedes b' eine Kraft $Q''' \cos\beta'$, und senkrecht auf den Hebel l' eine Kraft $Q''' \cos\beta' \cos\gamma'$, deren elementare Quantität Arbeit $= Q''' \cos\beta' . \cos\gamma' . l' d\alpha'$ ist.

Die verticale Seitenkraft der Kraft $Q''' \cos\beta' \cos\gamma'$ ist gleich $Q''' \cos\beta' \cos\gamma' \cos\alpha'$ und die horizontale von der Rechten zur Linken wirkende Seitenkraft derselben ist gleich $Q''' \cos\beta' \cos\gamma' \sin\alpha'$.

Die verticale Seitenkraft $q \sin\varepsilon'$ des Widerstandes q wirkt, wie die vorhergehende, von oben nach unten, und die horizontale $q \cos\varepsilon'$ wirkt auch von der Rechten zur Linken.

Der von den Zapfen der Radwelle ausgehaltene Druck ist folglich:

$$\sqrt{[(p' + Q'''\cos\beta'\cos\gamma'\cos\alpha' + q\sin\varepsilon')^2 + (Q'''\cos\beta'\cos\gamma'\sin\alpha' + q\cos\varepsilon')^2]}$$
$$= 0{,}96(p' + Q'''\cos\beta'\cos\gamma'\cos\alpha' + q\sin\varepsilon') + 0{,}4(Q'''\cos\beta'\cos\gamma'\sin\alpha' + q\cos\varepsilon'),$$

woraus sich für die Reibung eine elementare Quantität Wirkung gleich:

$$f'_3 \varrho''' d\alpha' \{ 0{,}96 (p' + Q''' \cos\beta' \cos\gamma' \cos\alpha' + q \sin\varepsilon') + 0{,}4 (Q''' \cos\beta' \cos\gamma' \sin\alpha' + q \cos\varepsilon') \}$$

ergiebt.

Endlich ist die elementare Quantität Wirkung des Widerstandes q' gleich $qr\,d\alpha'$, wenn r die Entfernung der Axe von dem Geißfuße bezeichnet.

Folglich ist:

$$Q'''\cos\beta'\cos\gamma' . l' d\alpha' = \left\{ \begin{array}{l} qr\,d\alpha' + f'_3 \varrho''' d\alpha' \{ 0{,}96 (p' + Q'''\cos\beta'\cos\gamma'\cos\alpha' \\ + q\sin\varepsilon') + 0{,}4 (Q'''\cos\beta'\cos\gamma'\sin\alpha' + q\cos\varepsilon') \} \end{array} \right.$$

Die Integration dieser Gleichung zwischen den beiden äußersten Werthen von α', würde sehr lange dauern. Es ist viel einfacher und hinreichend genau, darin für die vier Winkel ihre mittlern Werthe einzuführen. Alsdann werden die Sinus und Cosinus Constanten, alle Glieder können durch $d\alpha'$ dividirt werden, und man erhält näherungsweise für den mittlern Werth von Q''' den Ausdruck:

$$Q''' = \frac{q(r + 0{,}96 f'_3 \varrho''' \sin\varepsilon' + 0{,}4 f'_3 \varrho''' \cos\varepsilon') + 0{,}96 f'_3 \varrho''' p'}{\cos\beta' \cos\gamma' (l' - 0{,}96 f'_3 \varrho''' \cos\alpha' - 0{,}4 f'_3 \varrho''' \sin\alpha')}.$$

§. **256.** Wir wollen nun die Rechnungen, welche wir für die Bläuelstange gemacht haben, ähnlich durchführen und annehmen daß die Wirkung q des drehenden Hebels auf den Geißfuß gleich der dieses letzten Stückes auf das Sperrad ist. Die Kraft q wird alsdann in Beziehung auf den Wagen eine solche, welche den gesammten Widerstand überwinden muß, den die Zähne der Zahnstange und die Reibung der Zapfen des Laternengetriebes darbieten.

Es sei r_1 der Halbmesser des Sperrrades, oder vielmehr die Entfernung der Axe J des Getriebes von dem Geißfuße L (Fig. **3.** Taf. IV); so ist das Moment der Kraft q gleich qr_1.

Es sei q' die Gesammtkraft des Stabes gegen den Zahn. Der Widerstand dieses Zahnes hat zum Momente $q'r'$, wenn r' den Halbmesser des Theilkreises des Laternengetriebes bezeichnet.

Endlich sei p'' das auf der Axe des Getriebes lastende Gewicht, so ist die Reibung der Zapfen gleich:

$$f'_4\sqrt{(p''-q\sin\varepsilon')^2+(q'-q\cos\varepsilon')^2},$$

und ihr Moment:

$$f'_4\varrho^{IV}\,[0{,}96\,(p''-q\sin\varepsilon')+0{,}4(q'-q\cos\varepsilon')].$$

Folglich ist:

$$qr_1=q'r'+f'_4\varrho^{IV}\,[0{,}96(p''-q\sin\varepsilon')+0{,}4\,(q'-q\cos\varepsilon')]$$

und:

$$q=\frac{q'(r'+0{,}4f'_4\varrho^{IV})+0{,}96f'_4\varrho^{IV}p''}{r_1+f'_4\varrho^{IV}(0{,}96\sin\varepsilon'+0{,}4\cos\varepsilon')}.$$

Die Kraft q' besteht aus dem horizontalen Drucke q'' des Stabes gegen den Zahn und der Reibung, welche dieser Druck hervorbringt. Da die Reibung des Eingriffes einer Zahnstange nach (§. **120** und **61**) gleich $\frac{\pi f_1 q''}{k''}$ ist, wo k'' die Anzahl der Stäbe bezeichnet, so ist:

$$q'=q''\left(1+\frac{\pi f_1}{k''}\right).$$

Der Druck q'' ist eine Kraft, welche blos der Reibung der Räder des Wagens an ihren Axen das Gleichgewicht hält. Es ist nicht nöthig, die diesem Wagen ertheilte lebendige Kraft zu betrachten, weil die Bewegung desselben sehr langsam ist.

Es sei P'' das Gewicht des Wagens und des darauf liegenden Holzes, r'' der Halbmesser der Räder, und ϱ^V der des Loches. Das Moment von q'' ist $q''r''$, und das Moment der Reibung in dem Loche beträgt in Summe für alle Räder:

$$f'_5\varrho^V\sqrt{P''^2+q''_2}=f'_5\varrho^V(0{,}96P''+0{,}4q'').$$

Folglich ist:

$$q''r'' = f'_5 \varrho^v (0{,}96 P''' + 0{,}4 q'')$$

und:

$$q'' = \frac{0{,}96 f'_5 \varrho^v P'''}{r'' - 0{,}4 f'_5 \varrho^v}.$$

§. 257. Also muß man, um die Relation zwischen der bewegenden Kraft Q und dem Hauptwiderstande X' zu bestimmen, zuerst q'', dann q', hierauf q und zuletzt Q''' bestimmen. Substituirt man alsdann $X' + Q'''$ statt X in die Gleichung für E'', den Werth von E'', so wie den von E', in Q''; so erhält man diese letzte Kraft als Function von X'; durch den Werth von Q'' erhält man den von Q', und endlich giebt die Substitution des Werthes von Q' in den Ausdruck von Q für die gesuchte Relation eine Gleichung von der Form $Q = AX' + B$, wo A und B Zahlen sind, welche aus der Combination der gegebenen Größen hervorgehen.

Wenn folglich X' bekannt ist, so bietet die Berechnung der Kraft, welche man durch das Wasser auf das Wasserrad ausüben lassen muß, keine Schwierigkeit mehr dar. Um aber X' zu erhalten, ist man genöthigt, auf eine bestehende Sägemühle zurückzugehen, um Q vermittelst des Pronyschen Zaumes, oder durch die Quantität verbrauchten Wassers bestimmen, und dann die Gleichung $X' = \frac{Q - B}{A}$ auflösen zu können, oder man muß sich der über die Arbeit der Brettschneider gesammelten Beobachtungen bedienen. Es ist einleuchtend, daß, wenn man die Quantität täglicher Arbeit, welche zwei dieser Säger aufwenden können, durch die Fläche dividirt, welche ihre Säge in derselben Zeit geschnitten hat, man in Kilogrammetern die zum Sägen eines jeden Quadratmeters nöthige Quantität Wirkung T' erhält.

Nun giebt aber das Product ce des von dem Wagen bei jedem Niedersteigen zurückgelegten Weges c und der Dicke e des Holzes die Anzahl der bei jedem Niedersteigen erhaltenen Quadratmeter. Folglich ist $T'ce$ die zum Sägen in derselben Zeit verbrauchte Quantität Wirkung.

Anderer Seits giebt X' die constante und verticale Kraft, welche das Durchschneiden der Holzfasern erfordert; $2b_1$ ist der Weg, welcher etwas kleiner ist, als die Länge $2b$, auf welcher diese Kraft bei jedem Niedersteigen ausgeübt wird, nnd $2b_1 X'$ giebt auch die durch das Sägen in derselben Zeit verbrauchte Quantität Wirkung; man hat folglich:

$$2b_1 X' = T'ce \text{ und } X' = \frac{T'ce}{2b_1}.$$

§. 258. Die Quantität Wirkung T', welche das Sägen eines einzigen auf einer der Schnittflächen genommenen Quadratmeters erfordert

ist für die Sägemühlen nur ein Näherungswerth, wenn man sie aus der Arbeit der Brettschneider abgeleitet hat. Denn es läßt sich diese Quantität Wirkung in zwei andere zerlegen, von denen die eine zum Durchreißen der Holzfasern verwandt und die andere durch den beständigen Druck der Säge gegen den Grund des Schnittes verbraucht wird, und diese beiden gleichzeitigen Kräfte, welche man in fast unter sich senkrechten Richtungen ausüben muß, sind offenbar mit den Umständen des Sägens verschieden; so daß man eine Tafel haben müßte, auf welcher neben den Werthen dieser Kräfte die Natur des Holzes, seine Stärke, die Breite des Schnittes, die Geschwindigkeit der Säge, die Güte des Stahles, und die Form der Zähne als Umstände angegeben wären, von denen die nothwendige Zug- und Druckkraft abhängt.

In Ermangelung einer solchen Tafel, welche ohne Zweifel noch lange nicht angefertigt sein wird, halten wir es für nützlich, einige durch die Erfahrung gelieferte Data anzugeben, welche als Richtschnur dienen können.

Die Güte der Säge scheint einen großen Einfluß zu haben, wenn das Blatt sehr dünn ist, und wenn sie keinen sehr starken Widerstand zu überwinden hat. In diesem Falle kann ein Mensch mit einer guten Säge eine viermal größere Fläche sägen als diejenige, welche er mit einem schlechten Instrumente in derselben Zeit und bei derselben Ermüdung sägen kann. Im entgegengesetzten Falle wird das Verhältniß der Effecte bedeutend vermindert.

Trockenes Holz ist schwerer zu schneiden, als grünes Holz von derselben Natur; ebenso verhält es sich mit dem jungen Holze in Beziehung auf das alte. Nach den Versuchen von Belidor verhalten sich die zu jungem und altem Eichenholze verbrauchten Quantitäten Wirkung wie **4** zu **3**; nach andern Beobachtungen über die Arbeit der Brettschneider steigt dieses Verhältniß auf **2**.

Man kann die zum Sägen in paralleler Richtung mit den Fasern erforderliche Quantität Wirkung als die doppelte von der betrachten, welche man zu ihrem rechtwinkligen Durchschneiden nöthig hat.

Die Quantität Wirkung variirt auch mit der Dicke des Holzes; jedoch wächst sie viel schneller wegen der Reibung, zu welcher das Fortschieben der Sägespähne aus dem Schnitte Veranlassung giebt.

Navier berechnet die Quantität Wirkung, welche ein geübter Arbeiter, der verdungen ist, in **12** Stunden verrichten kann, auf **187200**^{k}. Dividirt man diese Zahl durch die Anzahl der Quadratmeter, welche in der bei jeder Holzgattung von der Säge erzeugten Schnittfläche enthalten sind, so erhält man die Quantität Wirkung, welche das Sägen eines Quadratmeters erfordert. Die folgende Tafel ist nach dieser Rechnung und den Beobachtungen angefertigt, welche man über die Anzahl der von guten Schneidern in **12** Stunden gelieferten Quadratmeter gesammelt hat; das Holz hatte eine mittlere Stärke und die Breite des Schnittes betrug **3** bis **5** Millimeter.

Holzgattung	Zustand des Holzes.	Schnittfläche in Quadratmetern.	Auf einen Quadratmeter verbrauchte Quantität Wirkung in Kilogrammen.
Weiches Holz	grün.....	7,72mm	24248k
	trocken...	5	37650
Eichenholz	grün.....	6,6	28364
	trocken...	4,4	42545
Ulmenholz	grün.....	6	31200
	trocken...	4	46800
Nußbaum	grün.....	7	25314
	trocken...	5	37650

Das Schneiden von Fournieren, deren Schnitt sehr dünn war, und wobei der Arbeiter das Holz zugleich vorschob und die Säge bewegte, hat ergeben:

Holzgattung	Zustand des Holzes	Schnittfläche in Quadratmetern.	Auf einen Quadratmeter verbrauchte Quantität Wirkung in Kilogrammen.
Kirschbaum Pflaumenbaum	"	2m	936505k.

In einer Sägemühle welche durch einen complicirten Pferdegöpel betrieben wurde, leistete das Pferd täglich eine Quantität Wirkung von **1166400k** (Taf. III), und es ergab sich:

Holzgattung	Zustand des Holzes.	Schnittfläche in Quadratmetern.	Auf einen Quadratmeter verbrauchte Quantität Wirkung in Kilogrammen.
Kirschbaum	"	8mm	145800k
Pflaumenbaum	"	9	129600
Wurzeln von Ulmenbaum.	"	5	233280.

In Sägemühlen, welche durch Wasser betrieben werden, hat man gefunden:

Holzgattung.	Zustand des Holzes.	Schnittfläche	Auf einen Quadratmeter verbrauchte Quantität Wirkung in Kilogr.	Dicke der Theile.
Eichenholz	grün und etwas ästig . . .	"	31243^{k}	0,^{m}34
	trocken und etwas ästig . . .	"	61500	0,32
	trocken und ohne Aeste	"	114000	0,54
Wilder Kirschbaum	trocken	"	58230	0,38

Vier mit der Hand angestellte Schnittversuche, der erste mit einer drehenden Säge, die beiden folgenden mit einer Säge aus einer mit Wasser betriebenen Sägemühle, und der vierte mit einer Hakensäge der Brettschneider (§. 239) ausgeführt, haben ergeben:

Holzgattung.	Zustand des Holzes.	Schnittfläche	Auf einen Quadratmeter verbrauchte Quantität Wirkung in Kilogr.	Breite des Schnittes.
Eichenholz	sehr hart	"	30968^{k}	0^{m},0015
	fettig u. halbtrock.	"	71296	0,0045
	dito	"	93235	0,0045
	dito	"	32071	0,00375

Die geringe Uebereinstimmung unter diesen Resultaten zeigt uns hinreichend, daß es so zu sagen unmöglich ist, für T auch nur einen wenig genauen Werth für jede Holzgattung anzugeben.

§. 259. Nun wollen wir noch die Ursachen angeben, weshalb wir die Reibung des Bolzens vernachlässigt haben, durch welchen die Bläuelstange mit dem Sägengestelle verbunden wird. Zuerst ist der Halbmesser dieses Bolzens und die Amplitude der Schwingungen der Bläuelstange so gering, daß die Quantität Wirkung, welche dazu verbraucht werden kann, nicht von Bedeutung ist; ferner wird die Wirkung derselben in Beziehung auf die Kraft günstig, nach dem sie ihr entgegengewirkt hat.

Denn beim Aufsteigen und während sich die Bläuelstange D von der Verticale entfernt (Fig. 8, Taf. IV) dreht sich das Bolzenloch A von der Rechten zur Linken, und die tangentiale Reibung bildet einen Widerstand F, welcher nahe zu von unten nach oben

wirkt, und in zwei Theile zerlegt werden kann, von denen der eine das Gestell zu erheben und der andere die Säge von dem Grunde des Schnittes zu entfernen strebt. Während des Restes des Aufsteigens nähert sich die Bläuelstange *D* der Verticale (Fig. 9); das Bolzenloch *A* dreht sich von der Linken zur Rechten, die Reibung *F* wirkt nahezu von oben nach unten, der eine Theil derselben addirt sich zu dem Gewichte des Gestelles, der andere Theil treibt die Säge gegen den Grund des Schnittes.

Beim Niedersteigen entfernt sich die Bläuelstange *D* zuerst von der Verticale (Fig. 10), und das Bolzenloch *A* dreht sich wieder von der Linken zur Rechten; aber da die Berührung auf der der frühern Lage entgegengesetzten Seite stattfindet, so wirkt die Reibung *F* nahe zu von unten nach oben, einer ihrer Theile zieht das Gestell zurück, der andere drückt die Säge gegen den Grund des Schnittes. Im Gegentheil nähert sich die Bläuelstange *D* während des Restes des Niedersteigens der Verticale (Fig. 11), das Loch *A* dreht sich von der Rechten gegen die Linke, die Reibung *T* wirkt fast von oben nach unten, einer ihrer Theile addirt sich zu dem Gewichte des Gestelles, und der andere strebt die Säge von dem Grunde des Schnittes zu entfernen.

§. 260. Wir wollen die vorhin aufgestellten Formeln (§. 252) auf die alte Sägemühle, welche in dem Arsenal zu Metz war, anwenden. Nach einer Aufnahme der Maschine ergab sich:

$$\varrho^{V}=0^{m},008, P'''=972^{kg}, r''=0^{m},055, f'_5=0,25,$$

$$f_1=0,15, k''=8, r'=0^{m},105, f'_4=0,19, \varrho'^{V}=0^{m},027,$$

$$p''=200^{kg}, r'_1=0^{m},81, \varepsilon'=30^{0}, f'_3=0,19, \varrho'''=0^{m},015,$$

$$p'=40^{kg}, \beta'=20^{0}, \gamma'=10^{0}, l'=2^{m},27, \alpha'=9^{0},$$

$$P'+p=224^{kg}, l=3^{m}, b=0^{m},365, f=0,15, f'_1=0,19,$$

$$\varrho'=0^{m},03, f'_2=0,19, \varrho''=0^{m},03, P''=372^{kg}, R''=0^{m},3,$$

$$k=48, k'=15, R'=0^{m},96, f'=0,19, \varrho=0^{m},04,$$

$$P=1836^{kg}, R=1^{m},82, \text{näherungsweise } \alpha=o.$$

Wir wollen es mit der Entfernung des Geißfußes von seiner Rotationsaxe eben so machen, wie wir bei den Reibungen gethan haben, d. h. wir wollen ihren Werth schicklich vergrößern, um die Maschine in ungünstige Umstände zu bringen, und wir wollen $r=0^{m},13$ setzen. Aus diesen Angaben folgt:

$$\sin\varepsilon'=0,5, \cos\varepsilon'=0,866, \cos\beta', =0,9397, \cos\gamma'=0,985,$$
$$\sin\alpha'=0,156, \cos\alpha'=0,988,$$

ferner:

$$q'' = \frac{0{,}96 \times 0{,}25 \times 0^m{,}008 \times 972^{kg}}{0^m{,}055 - 0{,}4 \times 0{,}25 \times 0^m{,}008} = 34^{kg}{,}556,$$

$$q' = 34^{kg}{,}556\left(1 + \frac{3{,}1416 \times 0{,}15}{8}\right) = 36^{kg}{,}59,$$

$$q = \left\{\frac{36^{kg}{,}59(0^m{,}105 + 0{,}4 \times 0{,}19 \times 0^m{,}027) + 0{,}96 \times 0{,}19 \times 0^m{,}027 \times 200^{kg}}{0^m{,}81 + 0{,}19 \times 0^m{,}027(0{,}96 \times 0{,}5 + 0{,}4 \times 0{,}866)}\right\} = 5^{kg}{,}989$$

$$Q''' = \left\{\frac{5^k{,}989(0^m{,}13 + 0{,}96 \times 0{,}19 \times 0^m{,}015 \times 0{,}5 + 0{,}4 \times 0{,}19 \times 0^m{,}015 \times 0{,}866) + 0{,}96 \times 0{,}19 \times 0^m{,}015 \times 40^{kg}}{0{,}9397 \times 0{,}985\,(2^m{,}27 - 0{,}96 \times 0{,}19 \times 6^m{,}015 \times 0{,}988 - 0{,}4 \times 0{,}19 \times 0^m{,}015 \times 0{,}156)}\right\} = 0^{kg}{,}4285$$

und:

$$X = X' + 0^{kg}{,}4285.$$

Es ist klar, daß der Werth von Q''', als Bruch von einem Kilogramme, gegen die Kraft X', welche das Sägen erfordert, vernachlässigt werden kann; ehe wir denselben jedoch weglassen, wollen wir erst untersuchen, ob dadurch nicht eine bedeutende Quantität Wirkung erzeugt werden kann. Nun beträgt aber das Niedersteigen des Gestelles

$$2b = 2 \times 0^m{,}365 = 0^m{,}73,$$

und es finden **90** Oscillationen in der Minute oder $\frac{90}{60}$ in **1**″ statt, und der verticale Weg des Bolzens B des Verbindungsgliedes BQ (Fig. **4.** Taf. **IV**) beträgt im Maximum $0^m{,}73\,\frac{90}{60} = 1^m{,}095$. Da der Geißfuß das Sperrad nur ungefähr während $\frac{3}{4}$ jedes Niedersteigens schiebt, so findet die Wirkung Q''' des Gestelles auf diesen Hebel nicht während des ganzen Weges $1^m{,}095$ statt, und die hierzu erforderliche Quantität Wirkung erreicht niemals ganz die Größe $0^{kg}{,}4285 \times 1^m{,}095 = 0^k{,}47$, welche auf die Gesammtarbeit der Maschine nie einen beträchtlichen Einfluß ausüben kann.

Folglich kann unsere letzte Gleichung auf $X = X'$ reducirt werden, woraus

$$E'' = \frac{6 \times 9^{mm}(X' - 224^{kg})}{6 \times 9^{mm} - 2\,(0^m{,}365)^2 - 3 \times 0{,}15 \times 0^m{,}365 \times 3^m \times 3{,}1416} =$$

$$\frac{54^{mm}X' - 12096^{kg} \times 1^{mm}}{52^{mm}{,}186} = 1{,}0348\,X' - 231^{kg}{,}8$$

und:

$$E' = \frac{6 \times 9^{mm} \times 224^{kg}}{52^{mm}{,}186} = 231^{kg}{,}8$$

folgt, und da das Laternengetriebe mit der Kurbel zwischen dem Schütze und der Wasserradswelle liegt, so muß man für dieses Glied das obere Zeichen von den beiden in Q'' wählen.

Folglich ist:

$$E' + E'' = 1{,}0348\,X',\ E' - E'' = 463^{kg},6 - 1{,}0348\,X',$$

$$Q'' = \left\{ \begin{array}{l} 1{,}0348\,X'\left[0^m,365 - \frac{(0^m,365)^3}{3\times 9^{mm}} + 0{,}4\times 0{,}19\times 0^m,03\,\frac{0^m,365}{3^m} + \right. \\ \left. 0{,}19\times 0^m,03\,\frac{3{,}1416}{2}\right] + (463^{kg},6 - 1{,}0348\,X')\times\left[0{,}48\times 0{,}19\times \right. \\ \left. 0^m,03\times 3{,}1416 - 0{,}24\times 0{,}19\times 0^m,03\times 3{,}1416\,\frac{(0^m,365)^2}{9^{mm}}\right] + \\ \frac{0{,}96\times 0{,}19\times 0^m,03\times 3{,}1416\times 372^{kg}}{(0^m,3 - 0{,}96\times 0{,}19\times 0^m,03)\,3{,}1416.} \end{array} \right. =$$

$$0{,}383\,X' + 4^{kg},17 - 0{,}009\,X' + 6^{kg},324 = 0{,}374\,X' + 10^{kg},49,$$

$$Q' = (0{,}374\,X' + 10^{kg},49)\left(1 + 3{,}1416\times 0{,}15\,\frac{48+15}{48\times 15}\right) = 0{,}389\,X' + 10^{k},91,$$

$$Q = \frac{(0{,}389\,X' + 10^{kg},91)(0^m,96 - 0{,}96\times 0{,}19\times 0^m,04) + 0{,}96\times 0{,}19\times 0^m,04\times 1836^{kg}}{1^m,82 - 0{,}19\times 0^m,04\times 0{,}4} =$$

$$\frac{0^m,371\,X' + 10^k,4 + 13^k,403}{1^m,817} = 0{,}204\,X' + 13^{kg},1.$$

Es sei nun die zum Sägen eines Quadratmeters erforderliche Quantität Arbeit $T = 90000^{kg}$, die Dicke des Holzes in der Ebene der Säge $e = 0^m,3$. Da der Weg des Wagens während eines Niederganges $c = 0^m,0023$, und der Theil dieses letztern, während welches die Säge schneidet:

$$2b_1 = 0^m,73\times 0{,}75 = 0^m,5475$$

ist, so ist:

$$X' = \frac{90000^k\times 0{,}0023\times 0{,}3}{0^m,5475} = 113^{kg},425.$$

Folglich ist endlich:

$$Q = 0{,}204\times 113^{kg},425 + 13^{kg},1 = 36^{kg},33.$$

§. 271. Um zu zeigen, wie man aus Q die Arbeit Qv' des Wasserrades ableitet, wenn die während einer gewissen Zeit erfolgten Niedergänge des Gestelles beobachtet sind, wollen wir annehmen daß man 60 in der Secunde gefunden habe. Das Getriebe mit

der Kurbel macht folglich eine Umdrehung in derselben Zeit, während das Stirnrad einen Bruch $\frac{K'}{K}=\frac{15}{48}$ von einer Umdrehung vollendet. Dasselbe ist auch für das mittelschlächtige Wasserrad der Fall, dessen Geschwindigkeit gleich:

$$v'=2\pi R\times\frac{15}{48}=2\times 3{,}1416\times 1^m{,}82\times\frac{15}{48}=3^m{,}574$$

ist, und für eine Säge hat man:

$$Qv'=36^{kg}{,}33\times 3^m{,}574=129^k{,}84.$$

Wenn jedoch das zu durchschneidende Stück blos eine Dicke von $0^m{,}3$ hat, so enthält das Gestell gewöhnlich **3** Blätter. Wenn folglich die Dicke e in jeder der verticalen Ebenen, worin sie sich bewegen, dieselbe ist, so muß der sich auf eine Säge beziehende Werth von Q verdreifacht werden, und man erhält für Qv':

$$129^k{,}84\times 3=389^k{,}52,=5{,}19 \text{ Pferdekräfte.}$$

§. 262. Wir wollen nun noch zeigen, wie man die zum Sägen von 1^{mm} erforderliche Quantität Wirkung T' vermittelst der wirklich von dem Wasserrade ausgeübten Kraft berechnen kann.

Die eben betrachtete Sägemühle zu Metz (§. 185) gab $Q=60^{kg}{,}25$ woraus für den von der Säge herrührenden Widerstand:

$$X'=\frac{60^{kg}{,}25-13^{kg}{,}1}{0{,}204}=231^{kg}{,}13$$

folgt. Da dieser Widerstand während eines Niederganges des Gestelles auf einer Länge von $0^m{,}5475$ wirkte, so würde er auf diesem Wege eine Arbeit von:

$$231^{kg}{,}13\times 0^m{,}5475=126^k{,}544$$

verbrauchen. Nun hatte aber bei einem an derselben Sägemühle gemachten Versuche das Holz eine Dicke von $0^m{,}5$, und jeder Niedergang gab eine gesägte Fläche von

$$0^m{,}5\times 0^m{,}0023=0^{mm}{,}00115.$$

Folglich erforderte das Sägen von 1^{mm} Fläche eine Arbeit von:

$$T=\frac{126^k{,}544}{0{,}00115}=110038^k{,}26.$$

Diese Zahl ist nicht übertrieben, und die Formeln, welche den Werth von X' gegeben haben, können mit Sicherheit angewendet

werden; denn aus den Tafeln in (§. 258) geht hervor, daß das Sägen eines $0^m,54$ starken Eichenholzstückes für einen Quadratmeter 114000^k erfordern kann, wenn die Säge **90** bis **93** Schnitte in der Minute macht, welches Resultat Woisard aus einem Versuche abgeleitet hat, den derselbe mit einem Dynamometer an einer Sägemühle ausgeführt hat, die alle Bedingungen einer guten Maschine erfüllte.

§. **263.** Endlich ist es leicht, die Quantität Wirkung zu berechnen, welche durch die Nebenwiderstände absorbirt wird, wenn diejenige bekannt ist, welche das Wasserrad in 1″ überträgt, und diejenige, welche das Sägen während eines Niederganges erfordert. Für die zweite haben wir in §. **185** gefunden $Qv' = 208^k,23$, wo $v' = 3^m,456$ ist, und eben haben wir für die dritte $126^k,544$ erhalten. Die Anzahl der Niedergänge in 1″ ist der Anzahl der Umdrehungen des Laternengetriebes mit der Kurbel gleich; diese letzte wird der des Stirnrades oder des Wasserrades gleich, wenn man sie durch das Verhältniß $\frac{k}{k'}$ multiplicirt, und das Wasserrad macht in 1″ so viel vollständige Umdrehungen als Einheiten in $\frac{v'}{2\pi R}$ enthalten sind. Folglich macht die Säge in 1″ eine Anzahl von Niedergängen:

$$\frac{v'}{2\pi R} \cdot \frac{k}{k'} = \frac{3^m,456 \times 48}{2 \times 3,1416 \times 1^m,82 \times 15} = 0,967;$$

das Sägen erfordert während derselben Zeit:

$$126^k,544 \times 0,967 = 122^k,37$$

und die Nebenwiderstände absorbiren:

$$208^k,23 - 122^k,37 = 85^k,86,$$

welches **0,412** der gesammten Arbeit beträgt.

§. **264.** Wir wollen nun die Dimensionen des Schwungrades berechnen, welches man auf der Welle des Getriebes und der Kurbel anbringen muß, um die Bewegung ziemlich gleichförmig zu machen. Wir wollen den obigen Fall beibehalten, worin die Arbeit des Rades **5,19** Pferdekräfte beträgt, und wollen die Formeln des (§. **245**) anwenden; alsdann ergiebt sich:

$$\delta = 7200^{kg}, N = 519, n = 60.$$

Wenn man ferner die Bedingungen stellt, daß die mittlere Geschwindigkeit $V = 5^m$, und ihre größte Variation niemals mehr als $\frac{1}{20}$ beträgt, so hat man:

$$k=20, P=4645^{kg}\,\frac{20\times5{,}19}{60\times25}=321^{kg},434$$

und für den mittlern Halbmesser:

$$R=\frac{60\times5^{m}}{2\times3{,}1416\times60}=\frac{5^{m}}{2\times3{,}1416}=0^{m},79,$$

$$R'+R''=0^{m},79\times2=1^{m},58;\; R'^{2}-R''^{2}=\frac{321^{k},434}{3{,}1416\times7200^{kg}\times l.}$$

Die Breite des Kranzes, oder seine Dicke muß man annehmen; es sei $l=0^{m},15$, so findet man alsdann:

$$R'^{2}-R''^{2}=0^{mm},0474,\; R'-R''=\frac{R'^{2}-R''^{2}}{R'+R''}=\frac{0^{mm},0474}{1^{m},58}=0^{m},03,$$

$$R'=\frac{1^{m},58+0^{m},03}{2}=0^{m},805,\; R''=\frac{1^{m},58-0^{m},03}{2}=0^{m},775.$$

§. **265.** Der Raum, in welchem eine Sägemühle aufgestellt werden soll, erfordert zuweilen, die Wasserradswelle so weit von der Kurbelwelle zu legen, daß man die tangentiale Geschwindigkeit der ersten nicht mittelst eines Vorgeleges auf die letzte übertragen kann. In einem solchen Falle bedient man sich eines Lederriemens ohne Ende. An die Stelle des Stirnrades tritt eine Trommel *A* (Fig. **12** Taf. **IV**), an die Stelle des Laternengetriebes eine Rolle *C*, um welche der eine gehörige Spannung besitzende Riemen *FGHJF* herumgeht. Durch diese Vorrichtung verbindet man auch in Fabriken die verschiedenen Drehbänke mit einer einzigen bewegenden Welle; jedoch wird das, was wir von dem Laufriemen in einer Sägemühle sagen werden, hinreichend den einzuschlagenden Weg anzeigen, um die Nebenwiderstände zu berechnen, zu welchen sie bei den andern Maschinen Veranlassung geben.

Die beiden von dem Riemen ohne Ende umschlungenen Räder dürfen nicht mit Hohlkehlen versehen sein, weil sie sonst der Riemen bald verlassen würde, indem er in der Richtung der Axe vermöge der Centrifugalkraft und der Stützpunkte, welche die Ränder darbieten würden, gleiten würde. Cylindrische Flächen würden auch das Abfallen des Riemens nicht verhindern können.

Das Profil der Trommel und das der Rolle muß einen Kreisbogen darbieten, dessen Pfeil ungefähr **0,1** von der Sehne beträgt, damit das Leder der Ränder, welches eine größere Spannung nöthig hat, um über die Convexität zu gehen, den Wirkungen widerstehen kann, welche den Riemen aus dem zwischen den verticalen Flächen jedes Rades enthaltenen Intervalle zu entfernen streben.

Vermöge einer durch die Rauheit erzeugten Art von Eingriff

erhält der Riemen seine Bewegung von der Trommel und dreht die Rolle herum. Wenn daher die Spannungen t, t' der beiden Theile oder Bänder ***FI, GH*** diesen Eingriff nicht hinreichend machen, so gleitet das erste Rad unter dem Riemen, letzterer bleibt in Ruhe, und dasselbe findet auch mit der Rolle statt; oder auch die beiden Theile des Riemens nehmen nicht die ganze Geschwindigkeit des Umfanges der Trommel an, sie theilen dem andern Rade nicht die ganze Geschwindigkeit mit, welche sie erhalten haben, und die tangentiale Geschwindigkeit der Wasserradswelle wird nicht vollständig auf die Kurbelwelle übertragen. Man kann sich leicht davon überzeugen, ob dieses stattfindet, oder nicht, indem man die von beiden Rädern in derselben Zeit vollendeten Umdrehungen beobachtet; wenn diese Zahlen nicht im umgekehrten Verhältnisse ihrer Halbmesser stehen, so findet dasselbe auch mit ihren Winkelgeschwindigkeiten statt; die Tangentialgeschwindigkeiten sind einander nicht gleich, und der Riemen besitzt nicht genug Spannung.

Bei der Vermehrung der Spannungen muß man sich jedoch hüten, den Punkt zu überschreiten, für welchen sie eben hinreichen, damit kein Gleiten mehr in dem Sinne der Bewegung stattfindet, weil man unnöthiger Weise die Steifigkeit des Riemens und die Reibungen der Zapfen jeder Welle vermehren würde.

§. 266. Wenn wir stillschweigend die Ungleichheit von t und t' angenommen haben, so geschah dieses, weil sie in der That immer während der Rotation stattfinden muß, indem sonst die Resultante der beiden Kräfte durch den Mittelpunkt ***C*** der Rolle gehen und diesem Rade keine Bewegung zu ertheilen im Stande sein würde. Dieselbe Resultante wirkt nothwendig in Beziehung auf ***C*** auf der Seite des Theiles ***FI***, welches sich von der Rolle nach der Trommel ***A*** zu bewegt und der bewegende Streifen genannt wird. Die Spannung t desselben übersteigt also die Spannung t' des geführten Streifens ***GH***, welcher sich von der Trommel aus nach der Rolle zu bewegt. Vor der Bewegung waren beide Theile gleich gespannt, weil die Resultante ihrer tangentialen Wirkungen durch ***C*** geht und nach der Halbirungslinie des zwischen ***FI*** und ***GH*** enthaltenen Winkels gerichtet ist, und die einzelnen Theilchen hatten in beiden Theilen dieselbe Entfernung. Da man wohl annehmen kann, daß der Riemen beim Beginnen der Bewegung seine Länge nicht verändert, so nimmt die Entfernung der Theilchen von ***GH*** so viel ab, als die der Theilchen von ***FI*** zunimmt; oder mit andern Worten: die Spannung des ersten Streifens nimmt genau um so viel ab, als die des zweiten zunimmt. Wenn folglich T' die gemeinschaftliche Spannung bei der Ruhe bezeichnet, so hat man:

$$T'--t'=t-T', T'=\frac{t+t'}{2},$$

und zur Berechnung der dem Riemen zu gebenden Spannung T' braucht man nur das Verhältniß zu bestimmen, welches zwischen

t und t' stattfindet, wenn das Gleiten der Rollen unter dem Riemen eben eintreten will, und die Relation zwischen t und der Tangentialkraft Q, welche das Wasserrad ausübt.

§. 267. Wir wollen einen beliebigen Theil GK des auf der Trommel umspannten Bogens betrachten; es sei s dieser Theil, p die Resultante der Pressungen, welche er von der Spannung des Riemens erleidet, t'' die Spannung in K, und φ die Anzahl der Grade des von dem Halbmesser AK und dem, welcher durch die Mitte des unendlich kleinen Bogens $KL=ds$ geht, gebildeten Winkels. Die Spannung in L ist $=t''+dt''$ und der Zuwachs dt'' rührt von der Reibung auf KL her. Da diese Reibung durch den Druck dp verursacht wird, so hat man $dt''=fdp$, wenn das Gleiten eben anfängt. Aber vor der Bewegung findet die Reibung nicht statt; in L ist nur eine Spannung t'' vorhanden, so daß dp die Resultante von zwei gleichen tangentialen zusammenlaufenden Kräften bezeichnet und $dp=2t''\sin\varphi$ ist. Bezeichnet aber r_2 den Halbmesser der Trommel, so ist:

$$r_2\sin\varphi=\frac{ds}{2},\ dp=t''\frac{ds}{r_2},\ dt''=ft''\frac{ds}{r_2},\ \frac{dt''}{t''}=f\frac{ds}{r_2}$$

und

$$\mathrm{Log}'\,t''=f\frac{s}{r_2}+C.$$

Nimmt man das Integral von G bis F, d. h. von $s=0$ bis $s=\frac{2\pi r_2}{360}n$, wo n die Anzahl der auf der Trommel von dem Riemen umspannten Grade des Bogens GF bezeichnet, so erhält man:

$$\mathrm{Log}'\,t-\mathrm{Log}'\,t'=f\frac{\pi n}{180},\ \mathrm{Log}'\frac{t}{t'}=f\frac{\pi n}{180},$$

und

$$\frac{t}{t'}=e^{f\frac{\pi n}{180}}\text{ oder }\frac{t}{t'}=K,$$

wenn wir der Kürze wegen durch K die Zahl $(2{,}7183)^{f\frac{\pi n}{180}}$ bezeichnen.

§. 268. Das Gleiten will also eben erfolgen, wenn das Verhältniß der Spannung des leitenden Streifens zu dem des geführten gleich K' ist, und die tangentiale Geschwindigkeit der Trommel wird vollständig auf den Umfang der Rolle übertragen. Wenn das Verhältniß den Werth K' nicht erreichte, so rührt dieses davon her, daß die Spannungen t_1, t'_1, welche die beiden Seiten des Riemens alsdann haben, die Spannungen t, t' überschreiten, weil sie sich in Folge der Veränderungen von f und n nicht eine ohne die andere

verändern können. Die correspondirende Spannung T'_1, welche alsdann bei der Ruhe stattfinden würde, würde folglich auch T' überschreiten, und die Axen würden einen unnöthigen Druck erleiden; aber die Geschwindigkeit würde wieder ohne Verlust übertragen werden, weil die Reibung eine größere Intensität haben würde, als nöthig ist. Es folgt hieraus, daß das Gleiten stattfindet, wenn das Verhältniß der Spannungen den Werth von K überschreitet, oder wenn $t > t' K$ ist.

Folglich wird der passende und zugleich größte Werth von t durch die Formel $t = t' K'$ gegeben. Da er unabhängig von der Breite des Riemens ist, so kann man durch die Vermehrung dieser Breite das Gleiten nicht verhindern. Was den Umstand anbetrifft, in derselben Absicht den Halbmesser der Trommel zu vergrößern, so würde man dadurch seinen Zweck überschreiten, weil damit auch n größer werden würde; und wenn $\frac{t}{t'} < K$ wäre, so würden die Reibungen der Zapfen zu gleicher Zeit mit dem Hindernisse, welches sich dem Gleiten entgegenstellt, zunehmen. Wenn die Veränderung der Trommel einen reellen Nutzen haben soll, so müßte man die neue Zahl K für den Werth des Verhältnisses $\frac{t}{t'}$ nehmen; das Hinderniß des Gleitens würde keinen größern Werth annehmen, aber die Reibungen der Zapfen würden vermindert werden, weil durch die Zunahme von $\frac{t}{t'}$ jede Spannung abnimmt.

§. **269.** Uebrigens ändert sich das Verhältniß K mit der Natur und dem Zustande der sich berührenden Substanzen. Durch die Versuche von Morin haben sich folgende Werthe ergeben:

Natur der Räder	Natur der Communicatoren	Zustand der Communicatoren	Werth von f
Holz	Leder	fettig	**0,47.**
dito	dito	neu	**0,50.**
dito	Hanfseil . . .	. . . . .	**0,50.**
Gußeisen. . .	Leder	fettig	**0,28.**
dito	dito	feucht	**0,38.**

Wir glauben jedoch, daß diese Werthe von f für die Anwendungen um $\frac{1}{10}$ vermindert werden müssen; denn wenn das Verhältniß $\frac{t}{t'}$ zuerst auch so groß ist, als es in Beziehung auf die Uebertragung der Geschwindigkeit erforderlich ist, und es sich ereignet, daß der gesammte Widerstand der Rolle zunimmt, so würde die Spannung t um ebensoviel zunehmen, t' im Gegentheil abnehmen,

ihr Verhältniß würde K' überschreiten, und das Gleiten würde stattfinden.

§. 270. Da es angemessen ist, die Spannungen lieber etwas größer, als zu gering zu machen, so wollen wir zur Bestimmung der Relation, welche zwischen die Kraft des leitenden Theiles und der von dem Wasserrade gegebenen stattfindet, die Nebenwiderstände unberücksichtigt lassen; so daß Q in Verbindung mit t' blos den Widerstand t zu überwinden hat. Die Gleichheit der sich auf eine ganze Umdrehung beziehenden Quantitäten Wirkung, oder die Gleichheit der Momente giebt folglich $QR + t'r_2 = tr_2$, woraus successive die Gleichungen:

$$tr_2 - \frac{t}{K} r_2 = QR, \quad t = Q\frac{R}{r_2} \times \frac{K}{K-1},$$

$$t' = Q\frac{R}{r_2} \times \frac{1}{K-1}, \quad T' = Q\frac{R}{r_2} \times \frac{K+1}{2(K-1)}$$

folgen.

Da dieser Werth der Spannung, welchen der Riemen vor der Bewegung haben muß, größer ist, als erforderlich ist, wie auch der von t, wovon er herrührt, so bildet derselbe eine Grenze, welche man nicht überschreiten darf.

Aus dem Versuche ergiebt sich $0^{kg},25$ für die Kraft eines Quadratmillimeters des Querschnittes des Riemens. Wenn man folglich den Werth von t durch 0,25 dividirt, so giebt der Quotient die Größe des Querschnittes in Quadratmillimetern, und die gewöhnliche Dicke der Riemen bestimmt die Breite desjenigen, welchen man anwenden muß.

§. 271. Die unvollkommene Elasticität des Riemens verursacht es, daß die Spannungen der beiden Theile nicht genau die Werthe annehmen, welche sie vor der Vermehrung des Widerstandes der Rolle hatten. Es kann sich folglich ereignen, daß ihr Verhältniß gleichwohl K übersteigt und doch ein Gleiten vorhanden ist. Um die daraus erfolgende Geschwindigkeitsveränderung zu verhüten, wendet man eine Spannrolle M (Fig. 13, Taf. IV) an, welche um ihre Axe und um eine feste Axe N beweglich ist; diese Rolle legt sich auf den leitenden Theil FI vermöge ihres Gewichtes, oder durch die Kraft einer gegen den Hebel MN drückenden Feder, biegt denselben nach einem Winkel $F'MI'$ und bringt so wieder den Werth der Spannung t hervor, oder setzt wenigstens diese Spannung zu dem umspannten Bogen $F'MI'$ in ein solches Verhältniß, daß die tangentiale Geschwindigkeit der Trommel vollständig auf die Rolle übertragen wird.

Soll jedoch die Spannrolle von Wirksamkeit sein, so muß ihr Gewicht p nach der Spannung T' des in Ruhe befindlichen Riemens berechnet werden. Diese Spannung gehört zugleich zu den beiden

Theilen FM, MI, und folglich bilden dieselben mit FI denselben Winkel; die Halbirungslinie ihres Winkels FMI steht senkrecht auf derselben Geraden, und macht mit der Richtung von p einen Winkel gleich δ. Wenn wir folglich durch 2λ den stumpfen und willkührlichen Winkel bezeichnen, nach welchem der leitende Theil des Riemens gebogen werden muß, so giebt das Gleichgewicht zwischen $p \cos \delta$ und den beiden Spannungen T die Gleichung:

$$p \cos \delta : T'' = \sin 2\lambda : \sin \lambda, \text{ und } p \cos \delta = T''. \frac{2 \sin \lambda \cos \lambda}{\sin \lambda}.$$

Folglich wird das Gewicht der Spannrolle, oder der Druck, welchen die Feder senkrecht auf AC ausüben muß, durch die Formel:

$$p = \frac{2 T'' \cos \lambda}{\cos \delta}$$

bestimmt.

§. 272. Wir müssen nun untersuchen, welche Modification die Substitution eines endlosen Riemens für ein Vorgelege in der Kraft Q des Wasserrades einer Sagemühle hervorbringt.

Die Spannung des leitenden Theiles FJ (Fig. 12. Taf. IV) variirt vom Aufsteigen bis zum Niedergange, wie der sich der Bewegung der Säge entgegensetzende Widerstand. Folglich muß die mittlere und constante Kraft Q einer mittlern Spannung das Gleichgewicht halten. Wir wollen die Bezeichnung des §. 252 beibehalten und die Spannung von FJ beim Aufsteigen mit t_1, die beim Niedergange stattfindende mit t_2 und ihre mittlere mit t bezeichnen; so werden die correspondirenden Spannungen des geführten Theiles GH (§. 267) durch die Kräfte $\frac{t_1}{K}, \frac{t_2}{K}, \frac{t}{K}$ dargestellt, welche auf die Rolle C und auf die Trommel A in den ersten entgegengesetzten Richtungen wirken. Die Steifigkeit des Riemens wird in Beziehung auf die Trommel nach (§. 8) durch $\frac{d^\mu (a'' + b'' t)}{2 r_2}$ ausgedrückt, wo d die Stärke des Riemens, und a'', b'', μ aus der Erfahrung abgeleitete Zahlen sind.

Die Kräfte, welche die Wasserradswelle umdrehen, sind Q und $\frac{t}{K}$; die sich der Rotation entgegensetzenden Widerstände sind t, $\frac{d^\mu (a'' + b'' t)}{2 r_2}$, und die Reibung der Zapfen. Diese Reibung rührt von den verticalen Kräften $P, Q \sin \alpha, -t \sin \delta, \frac{t}{K} \sin \delta$ und von den horizontalen Kräften $Q \cos a, \mp t \cos \delta, \mp \frac{t}{K} \cos \delta$ her, je nachdem die Rolle auf der Seite des Schützes oder auf der entgegengesetzten Seite liegt; es ist folglich:

$$f'\left\{0{,}96\left[P+Q\sin\alpha-t\left(1-\frac{1}{K}\right)\sin\delta\right]\pm 0{,}4\left[Q\cos\alpha\mp t\left(1+\frac{1}{K}\right)\cos\delta\right]\right\}$$

wenn die Summe der verticalen Kräfte die der horizontalen Kräfte überschreitet (Tab. IX). Im entgegengesetzten Falle müßte man die Stelle der Coefficienten **0,96** und **0,4** vertauschen.

Die Gleichheit der Momente giebt also:

$$QR+\frac{t}{K}r_2=\left\{\begin{array}{l} tr_2+\dfrac{d^\mu(a''+b''t)}{2}+f'\varrho\left\{0{,}96\left[P+Q\sin\alpha-t\left(1-\dfrac{1}{K}\right)\sin\delta\right]+\right. \\ \left. 0{,}4\left[Q\cos\alpha\mp t\left(1+\dfrac{1}{K}\right)\cos\delta\right]\right\}, \end{array}\right.$$

ferner:

$$Q=\left\{\begin{array}{l} t\left[r_2\left(1-\dfrac{1}{K}\right)+\dfrac{d^\mu b''}{2}-0{,}96f'\varrho\left(1-\dfrac{1}{K}\right)\sin\delta\mp\right. \\ \left. 0{,}4f'\varrho\left(1+\dfrac{1}{K}\right)\cos\delta\right]+0{,}96f'\varrho P+\dfrac{d^\mu a''}{2} \end{array}\right.$$

$$\frac{}{R-f'\varrho\,(0{,}96\sin\alpha+0{,}4\cos\alpha)}.$$

§. **273.** Wir müssen nun t_1, t_2 bestimmen, um ihren mittlern Werth t daraus ableiten zu können. Es ist aber t_1 die Kraft, welche das Aufsteigen bewirkt; die Widerstände sind alsdann die Größen:

$$E', \frac{t_1}{K}, \frac{d^\mu\left(a''+b''\dfrac{t_1}{K}\right)}{2r_3},$$

worin r_3 den Halbmesser der Rolle bezeichnet, und die Reibung der Zapfen der Welle C. Diese Reibung rührt von den verticalen Kräften $P'', E'\cos\beta, t_1\sin\delta, -\frac{t_1}{K}\sin\delta$, und von den horizontalen Kräften $E'\sin\beta, \pm t_1\cos\delta, \pm\frac{t_1}{K}\cos\delta$ her. Bezeichnen wir folglich nach (§. **253**) durch N' den gesammten Coefficienten von E' in dem Werthe von $Q''_1 R''\pi$, so haben wir offenbar:

$$t_1, r_3\pi=\left\{\begin{array}{l} E'N'+\dfrac{t_1}{K}r_3\pi+\dfrac{d^\mu\left(a''+b''\dfrac{t_1}{K}\right)\pi}{2}+f'_1\varrho'\pi\left\{0{,}96\right]P''+ \\ \left. t_1\left(1-\dfrac{1}{K}\right)\sin\delta\right] \pm 0{,}4t_1\left(1+\dfrac{1}{K}\right)\cos\delta\Big\}, \end{array}\right.$$

und:

$$t_1 = \left\{ \frac{E' N' + \frac{d^\mu a'' \pi}{2} + 0{,}96 f'_1 \varrho' \pi P''}{r_3 \pi \left(1 - \frac{1}{K}\right) \frac{d^\mu b'' \pi}{2K} - f' \varrho' \pi \left[0{,}96 \left(1 - \frac{1}{K}\right) \sin\delta \pm 0{,}4 \left(1 + \frac{1}{K}\right) \cos\delta\right]} \right.$$

Beim Niedergehen ist die Kraft gleich t_2, die Widerstände sind:

$$E'', \frac{t_2}{K}, \frac{d^\mu \left(a'' + b'' \frac{t_2}{K}\right)}{2 r_3},$$

und die Reibung der Zapfen der Welle. C. Die Reibung rührt von den verticalen Kräften $P'', -E'' \cos\beta, t_2 \sin\delta, -\frac{t_2}{K} \sin\delta$, und von den horizontalen Kräften $E'' \sin\beta, \pm t_2 \cos\delta, \pm \frac{t_2}{K} \cos\delta$ her. Wenn folglich N'' den gesammten Coefficienten von E'' in dem Ausdrucke von $Q''_2 R'' \pi$ (§. 254) bezeichnet, so hat man:

$$t_2 r_3 \pi = \left\{ \begin{array}{l} E'' N'' + \frac{t_2}{K} r_3 \pi + \frac{d^\mu \left(a'' + b'' \frac{t_2}{K}\right) \pi}{2} + f'_1 \varrho' \pi \Big\} 0{,}96 \left[P'' + \right. \\ \left. t_2 \left(1 - \frac{1}{K}\right) \sin\delta\right] \pm 0{,}4\, t_2 \left(1 + \frac{1}{K}\right) \cos\delta \Big\}, \end{array} \right.$$

und:

$$t_2 = \left\{ \frac{E'' N'' + \frac{d^\mu a'' \pi}{2} + 0{,}96 f'_1 \varrho' \pi P''}{r_3 \pi \left(1 - \frac{1}{K}\right) - \frac{d^\mu b'' \pi}{2K} - f_1' \varrho' \pi \left[0{,}96 \left(1 - \frac{1}{K}\right) \sin\delta \pm 0{,}4 \left(1 + \frac{1}{K}\right) \cos\delta\right]} \right.$$

Bezeichnet man nun mit Z den Coefficienten von $E' + E''$ in dem Werthe von Q'' und mit D den Coefficienten von $E' - E''$ so hat man:

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} = \left\{ \frac{(E' + E'') Z + (E' - E'') D + \frac{d^\mu a'' \pi}{2} + 0{,}96 f'_1 \varrho' \pi P''}{r_3 \pi \left(1 - \frac{1}{K}\right) - \frac{d^\mu b'' \pi}{2K} - f_1' \varrho' \pi \left[0{,}96 \left(1 - \frac{1}{K}\right) \sin\delta \pm 0{,}4 \left(1 + \frac{1}{K}\right) \cos\delta\right]} \right.$$

§. **274.** Jedoch kann die mittlere Spannung t des Riemens nur zur Bestimmung der mittlern Kraft Q des Wasserrades dienen;

man würde weder aus dieser Spannung, noch aus t_1, t_2 die während der Ruhe stattfindende Spannung T' ableiten können, weil alle drei Spannungen veränderlich sind. Die Anzahl von Kilogrammen, welche man für Q in den Ausdruck von T' (§. 270) substituiren muß, ist der gleich, welche der größte tangential am Umfange des bewegenden Rades wirkende Widerstand erreichen kann, damit bei einer Vermehrung in dem Hauptwiderstande nicht das geringste Gleiten vorhanden ist. Bei der alten Sägemühle in Metz (§. 185) hatte man während des über das Sägen gemachten Versuches (§. 262) für die größte Kraft des Wasserrades, dessen Halbmesser $R = 1^m,82$ ist, $Q = 60^{kg},25$ gefunden. Wenn man folglich für das Vorgelege einen Riemen ohne Ende substituirt, und $r_2 = 1^m,15$ macht, so hat man:

$$T' = 60^{kg},25\,\frac{1^m,82\,(K+1)}{2\times 1^m,15\,(K-1)}.$$

Zur Bestimmung von K wollen wir außerdem $r_3 = 0^m,7$, die Entfernung der Axe $AC = 3^m,95$ (Fig. 12. Taf. IV) annehmen, wie es in einer auch zu Metz bestehenden Sägemühle mit runder Säge der Fall ist, und wollen mit S den Durchschnittspunkt von AC, FI, GH bezeichnen. Die Proportion $SA : SA - SC = AG : AG - CH$ giebt:

$$SA = 3^m,95.\,\frac{1^m,15}{1^m,15 - 0^m,7} = 10^m,094.$$

Außerdem ist:

$$\sin ASG = \frac{AG}{SA},$$

$$\text{Log}\sin ASG = \text{Log}\,AG - \text{Log}\,SA = \text{Log}\,1{,}15 - \text{Log}\,10{,}094 = \bar{1},0566345,$$

$$ASG = 6^\circ 32'.$$

$$CAG = 90^\circ - 6^\circ 32' = 83^\circ 28' = GM, FMG = 2GM = 166^\circ 56',$$

der umspannte Bogen ist $FLG = 360^\circ - 166^\circ 56' = 193^\circ 5'$, und n nahe zu $= 163$. Wenn folglich der Riemen aus neuem Leder besteht, so ist der um 0,1 verminderte Reibungscoefficient:

$$f = 0{,}4 \text{ und } K = (2{,}7183)^{0{,}4\times 3{,}1416\,\frac{193}{180}}.$$

Hieraus folgt:

$$\text{Log}\,K = 0{,}4\times 3{,}1416\,\tfrac{193}{180}\,\text{Log}\,2{,}7183 = 0{,}5851777, \quad K = 3{,}8475,$$

und:

$$T' = 60^{kg},25.\,\frac{1^m,82\times 4{,}8475}{2\times 1^m,15\times 2{,}8475} = 81^{kg},148.$$

Zur Berechnung des Gewichtes der anzuwendenden Spannrolle (§. 271) wollen wir $2\lambda = 174^0$ oder $\lambda = 87^0$ annehmen. Da außerdem $\delta = ASG = 6^0 32'$ ist, so hat man:

$$\text{Log}\cos\lambda = \bar{2},7188002$$
$$\text{Log } T' = 1,9092778$$
$$\text{Log } 2 = 0,3010300$$
$$\text{Compl. Log}\cos\delta = 10,0028296$$
$$\text{Log } p = 0,9319376 \text{ und } p = 8^{kg},55.$$

Sägemühle mit geradem Schnitt und einer Säge ohne Ende.

§. **275.** Da die Sägen bei einer hin- und hergehenden Bewegung nur während des Niederganges des Gestelles schneiden, so wird dadurch ein großer Zeitverlust herbeigeführt. Man hat es daher verschiedentlich versucht, dafür Sägen zu substituiren, welche beständig schneiden. Die Säge ohne Ende ist zuerst vorgeschlagen. Sie besteht aus einem gezahnten Stahlblatte *L*, dessen Enden gut geschweißt sind (Fig. **14.** Taf. **IV**), und welches nach Art der Uebertragungsriemen um zwei Trommeln *T*, *T'* herumgeht. Die Axen derselben liegen in einer verticalen Ebene, und auf den cylindrischen Flächen sitzen Spitzen, welche successive in Löcher fassen, die sich in dem Blatte befinden.

Das zu schneidende Holz liegt auf einem Wagen, welcher durch ein Gegengewicht, oder auf irgend eine andere Art, in Bewegung gesetzt wird, und parallel zu den Axen der Trommel geht. Damit die Säge immer die gehörige Spannung hat, ruht die Welle der Trommel *T'*, auf welcher die Kurbel *M* nicht sitzt, auf zwei Hebeln, welche man vermittelst Keile steigen oder sich nieder bewegen lassen kann, und zwar um eine so kleine Größe als es erforderlich ist.

Dieser Apparat ist in Frankreich mit Vortheil zum Durchschneiden der Steine angewandt; jedoch läßt sich vermuthen, daß die Steifheit des Blattes eine Quantität Wirkung verbraucht, welche nahe zu der gleich ist, die durch die Verminderung der Zeit gewonnen wird.

Sägemühle mit geradem Schnitt und runder Säge.

§. **276.** Man zieht jetzt den Sägen ohne Ende, welche schlagen und von der Richtung abweichen, die runden Sägen mit kreisförmigem Blatte vor, welche schon lange in Holland zum Schneiden der Fourniere verwandt und einige Jahre nachher in England, dann auch in Frankreich, eingeführt sind, und hier hauptsächlich zum Abschneiden der Köpfe der Pilotten von Brücken unter dem Wasser

gebraucht sind. Sie werden vermittelst Trommeln und Riemen ohne Ende bewegt.

Die Welle *A*, auf welcher die runde Säge sitzt (Fig. 15. Taf. IV), ist gewöhnlich horizontal. Die Scheibe *L*, welche in das Holz gehen soll, muß alsdann eine verticale Ebene bilden, damit die Zähne alle denselben Kreis beschreiben, die einen nicht zur Rechten und die andern zur Linken des Weges schneiden, der Hauptwiderstand nicht unnütz vermehrt wird, und der Verlust an Material so gering als möglich ist.

Jedoch ist es schwer eine vollkommene Ebene herzustellen, und vorzüglich, sie genau senkrecht auf der Axe zu erhalten, wenn sie dünn ist, und bedeutende Kräfte aushalten muß. Die Schwierigkeit wächst viel schneller als die Ausdehnung dieser Fläche. In Frankreich begnügt man sich, runde Sägen von $0^m,66$ Durchmesser anzuwenden. Die Platte *L* wird zwischen zwei andere Platten *P* von $0^m,1$ Halbmesser befestigt, und es bleibt noch $0^m,23$ für die Breite des Ringes übrig, welcher in das zu schneidende Holz eindringen muß; so daß die Dicke des letztern nicht größer als $0^m,23$ sein kaun, weil eine runde Säge an ihrem obern Ende, und nicht an der Seite schneidet.

In England hat man versucht, diese Dimensionen zu überschreiten. Das erste Volumen der mit Noten von Navier herausgegebenen hydraulischen Architectur von Belidor enthält die Beschreibung einer Schneidemaschine, deren runde Sägen einen großen Durchmesser haben; allein es ist nicht bewiesen, daß der Versuch des Erfinders durch den Erfolg gekrönt ist.

Jedoch ist gewiß, daß eine runde Säge von 6^m Durchmesser die Fourniere sehr gut schneidet; das dünne Blatt, welches abgeschnitten wird, kann leicht von der Bohle entfernt gehalten werden, und folglich kann man die Säge auf einer Seite unmittelbar von den Zähnen ab verstärken, wodurch das Biegen verhindert wird.

§. 277. Navier schätzt die Geschwindigkeit, welche eine runde Säge ohne Nachtheil an ihrem Umfange besitzen kann, auf ungefähr 3^m, während in mehrern herausgegebenen Werken angegeben ist, daß man in gewissen Etablissements runde Sägen von $0^m,33$ Durchmesser anwendet, welche 700 Umdrehungen in der Minute machen, welches einer Geschwindigkeit am Umfange von ungefähr 12^m entspricht. Es scheint, daß es für gewöhnliche Arbeiten angemessener ist, sich einer Geschwindigkeit zu bedienen, welche sich mehr der Angabe von Navier, als der durch die wissenschaftlichen Journale vorgeschriebenen nähert. Uebrigens hängt die Geschwindigkeit einer runden Säge, wie die einer geraden Säge von der Härte und Stärke des Holzes und von der Bewegung des Wagens ab.

§. 278. Jedoch wendet man zur Vorführung des Holzes gegen die Säge nicht immer einen Wagen an. Wenn das Holz nicht sehr stark ist, so bringt man über der Axe der Säge einen Rahmen so an, daß die Verstärkungsplatten *P* immer unterhalb der obern

Fläche während ihrer Rotation bleiben. Der Ring der Säge, welcher in das Holz gehen muß, dreht sich in einem Zwischenraume *CD*; zwei andere Löcher, senkrecht auf dem vorhergehenden, dienen zur Aufnahme von Bolzen, mit welchen in der Längenrichtung des Gestelles eine Stange *T* auf demselben befestigt wird, gegen die ein Arbeiter das Holzstück *M* legen, und mit Leichtigkeit parallel oder schief zur Ebene der Säge bewegen kann, wobei er dasselbe immer gegen die Zähne drückt. Auf diese Weise richtet sich die Tiefe des Schnittes leicht nach der Härte der verschiedenen Theile der Bohle, welchen Vortheil ein Wagen nicht darbietet.

Sägemühle mit krummen Schnitte und gerader Säge.

§. 279. Wir haben bis jetzt die durch eine Schneidemaschine hervorzubringenden Flächen als eben angenommen; jedoch ist wohl einzusehen, daß man mittelst einer geraden oder schicklich gekrümmten Säge auch krumme Flächen erhalten kann. Wir wollen nur von dem Sägen nach cylindrischen Flächen sprechen, weil sie die am meisten gebräuchlichen developpabeln Flächen sind, welche man durch gerade Sägen herstellt, und von allen mehr oder weniger erfinderischen, mehr oder weniger einfachen, zu diesem Zwecke vorgeschlagenen Einrichtungen wollen wir nur die beschreiben, welche Ségard erfunden hat, und lange Zeit mit beständigem Erfolge in einer Anlage zu Metz angewandt ist. Sie scheint uns mehrere Vortheile vor allen andern zu haben; ihre Anschaffungs- und Unterhaltungskosten in einer gewöhnlichen Sägemühle sind sehr gering; sie läßt sich leicht in allen Fällen anwenden, ist sehr solide, und keinen andern Umständen unterworfen, als denen aller andern Sägemühlen.

Um das Verdienst einer Erfindung recht würdigen zu können, ist es nothwendig, die allgemeinen Prinzipien anseinander zu setzen, auf welche sie hat basirt werden müssen. Bei einem Mechanismus, um Holz rund zu schneiden, muß die Säge einen bedeutenden Theil des Kreisumfanges und selbst Bögen von verschiedenen Halbmessern durchlaufen können. Da es sehr schwierig sein würde, das Sägengestell anders als in einer verticalen Ebene zu bewegen, so muß sich das Holz im Kreise bewegen, und zwar so, daß alle Punkte eines auf der obern Fläche verzeichneten Bogens successive den Zähnen der Säge vorgeführt werden. Man muß folglich das Holz auf einem sich um einen festen Zapfen drehenden Wagen befestigen, und es so einrichten, daß die verticale Ebene der Säge beständig an dem geraden Cylinder, welchen man schneiden will, tangirt. Hierdurch wird erfordert, daß sich der Zapfen im Mittelpunkte des als Weg der Säge beschriebenen Bogens und in der vordern Ebene des Gestelles befindet. Ferner muß man die Säge dem Zapfen nähern oder sie davon entfernen können, jenachdem man den Halbmesser des Weges verkleinert oder vergrößert. Um endlich den Gang des Operators zu reguliren, und die Zeit gehörig zu benutzen, ist es

gut, wenn man zu gleicher Zeit wenigstens zwei parallele an demselben Gestelle befestigte und schicklich von einander entfernte Sägenblätter anwendet; sie geben sich gegenseitig eine Leitung, und man hat nicht nöthig, das Stück Holz von seinem Platze jedesmal zu verändern, wenn man einen Schnitt gemacht hat.

§. 280. Wir wollen nun sehen, wie diese Prinzipien bei der Maschine in Anwendung gebracht sind. Der Wagen ist ein cylindrischer Ausschnitt und wird durch den rechteckigen Wagen der Sägemühle, welche nach Ebenen schneidet, bewegt. Hieraus folgt, daß der Gang des gewöhnlichen Wagens durch kein zu dem Sector gehörigen Theil gehindert werden darf. Der Zapfen *a* ist aus Eisen und liegt sehr nahe bei einem der Seitenbäume *b* des Sägengestelles, und in der verticalen Ebene, welche auf der Ebene der Säge senkrecht steht und durch die Mitte des Zahnes geht. Der Zapfen geht durch das Gestell *c* des Sectors, welches oben und unten mit eisernen Platten versehen ist, damit das Loch sich nicht vergrößert, und der Mittelpunkt der drehenden Bewegung nicht veränderlich ist. Die Unterlage des Bolzens besteht aus einem eisernen Bügel *d*, welcher auf einer Seite auf einer der Schwellen *e* des Gestelles, und auf der andern auf dem Boden *F* so befestigt ist, daß der Längenbalken *g* des Wagens ohne Reibung darunter durch gehen kann.

Der Sector besteht aus 4 Holzstücken, zwei Arme *h* sind am hintern Ende mittelst eines Keiles *i* mit Zapfen und an ihren beiden anderen Enden durch ein kreisrundes Holzstück mit einander verbunden. An der äußern Cylinderfläche des letztern sitzen horizontale Zähne *l*, welche mit denen einer Zahnstange *m* in Eingriffe stehen, die mittelst Bolzen an dem Langbaume *n* des rechtwinkligen Wagens befestigt wird. Hieraus folgt, daß durch die auf- und niedergehende Bewegung des Gestelles der Sector um den Zapfen *a* vermittelst des Spieles des Geistfußes gedreht wird. Um endlich den Druck des Gewichtes des runden Sectors zu unterstützen, sind unter der Curve drei Rollen *p* angebracht welche auf einer eisernen auf dem Boden befestigten kreisrunden Bahn *q* laufen. Der Mittelpunkt des Zapfens ist auch der dieser Bahn, und folglich müssen die Räder in einem Kreisumfange des Sectors sitzen.

Zwischen den Armen ist so viel freier Raum gelassen, als es die Solidität erlaubte. Ihre innern Flächen *r* sind diametrale Ebenen, welche mehrere $0^m,02$ breite Einschnitte *s* enthalten, die um die Breite, des zu schneidenden Holzes aus einander stehen. Ihre Tiefe beträgt ungefähr $\frac{2}{3}$ der Breite der Arme, und zwei gegenüber stehende gehören zu demselben Kreise des Sectors, weil sie dazu bestimmt sind, die Sägen im Anfange und am Ende der Bewegung aufzunehmen.

Die äußern Flächen *t* der Arme sind zuerst von der Curve aus den innern parallel, um den für die Einschnitte nöthigen Raum darzubieten, jedoch bei dem Keile *i* bilden sie einwärts gehende cylindrische Bogen, damit die Bewegung des Sectors nicht durch den

nahe beim Zapfen liegenden Ständer des Gestelles beeinträchtigt wird.

Das zu schneidende Holz *v* wird vermittelst zweier starken Eisen *x* so auf dem Sector befestigt, daß die darauf verzeichneten Kreiswege genau zwei Einschnitten desselben Umfanges entsprechen; denn die Säge muß einen Ort haben, wo sie vor dem Schneiden ist, und aus dem Holze heraustreten, ohne in den Sector zu schneiden; sie würde einmal eher als das andere Mal eindringen und in den Arm schneiden. Uebrigens ist ersichtlich, daß, wenn man mehrere Einschnitte auf demselben Sector macht, oder verschiedene Sectoren anwendet, auf denen die Einschnitte verschieden von einander entfernt sind, man nach Kreisbögen von sehr verschiedener Krümmung schneiden kann.

§. **281.** Es ist nichts mehr erforderlich, als die Sägen so anzubringen, daß ihre Entfernungen von dem Zapfen genau den Halbmessern der Kreise gleich sind, welche sie durchlaufen sollen. Zu diesem Zwecke befestigt man auf dem untern Querriegel *y* des Gestelles die kleine Seite eines hölzernen Winkels *z*, dessen längere Seite durch zwei eiserne Bügel α gehalten wird, welche ebenfalls an dem Riegel fest sitzen. Zwei andere Kloben β umgeben den längern Arm des Winkels, von denen jeder in einem Einschnitte das untere Ende einer Säge γ aufnimmt, welche von einem durchgehenden Bolzen gehalten wird. Das andere Ende jeder Säge wird auf dieselbe Weise in zwei an dem beweglichen Riegel δ befestigten Kloben festgehalten, wie bei den gewöhnlichen Sägemühlen. Vermittelst Schraubenbolzen ε, welche durch den beweglichen und den obern Riegel des Sägengestelles gehen, ertheilt man den Sägen die nöthige Spannung.

Die Sägenblätter können von dem Zapfen bis zur Krümmung *k* des Sectors auseinander stehen und sich auch bis zum Verbindungskeile *k* der Arme genähert werden, weil man nach Belieben den hölzernen Winkel *z* auch herumdrehen kann, so daß der lange Arm der Seite des Zapfens zugekehrt ist. Außerdem kann man wegen der Beweglichkeit der Kloben β und der obern Kloben, die Sägen eine von der andern so weit befestigen, als es die Breite der zu schneidenden krummen Hölzer erfordert. Diese Sägen sind aus Gußstahl, 1^m lang, $0^m,05$ breit und $0^m,003$ dick.

§. **282.** Der größte Halbmesser der krummen Stücke, welche auf der Maschine geschnitten werden können, ist nach dem Vorhergehenden etwas kleiner, als die Entfernung der Langhölzer des rechtwinkligen Wagens; aber diese Länge genügt auch für die Radkränze, zum Schneiden welcher man diese Maschine vorzugsweise bestimmt hat; denn die kleinsten Curven, die der Schleppwagen, haben nur $1^m,13$ Halbmesser. Man könnte jedoch vermittelst einer geringen Modification den Weg des größten Halbmessers vergrößern, welche darin besteht, daß man statt des um den Bolzen herumgehenden hintern Theiles des Sectors einen eisernen mit einem Loche verse-

nen Winkel anwendet und ihn dem Ständer *b* des Gestelles näher bringt. Vermindert man alsdann die Breite der Curve *k* in so weit, als es die Solidität erlaubt, so könnte man den größten Halbmesser der kreisförmigen Stücke zwischen $0^m,4$ und $1^m,4$ variiren lassen.

§. 283. Der in der Ingenieurwerkstatt angewandte Sector ist der vierte Theil eines Cylinders, und seine Arme sind so weit auseinander entfernt, daß man krumme Theile darauf schneiden kann, wovon jeder eine ganze Felge giebt. Wenn man aber dem Sector eine größere Anzahl von Graden giebt, und zwischen den Armen einen größern Zwischenraum läßt, so würde man offenbar noch viel größere Curven verfertigen können; nichts würde im Wege stehen, einen Viertelkreis zu nehmen, welcher für alle Fälle ausreichen würde. Uebrigens kömmt es durch die Zurückbewegung der beiden Wagen und das Verstellen der Bohle immer auf dasselbe hinaus, als wenn man Curven nimmt, welche wenigstens zwei Felgen enthalten, ohne daß die Länge des Holzstückes im Geringsten hinderlich ist; so daß der Mechanismus in seiner jetzigen Beschaffenheit das Doppelte der Felgen von den Rädern liefern kann, welche 5 haben. Was die anbetrifft, bei welchen 6 oder 7 in einem Rade vorhanden sind, so können sie auch auf einmal doppelt geliefert werden. Um die Fasern jedoch nicht zu sehr zu zerschneiden, ist es besser, wenn man aufhört und die beiden Felgen, welche man aus einer einzigen Curve erhalten will, in Form eines *S* verzeichnet.

§. 284. Wir müssen nun noch die Arbeit angeben, welche die oben erwähnte Sägemühle (des Pucelles) leisten kann, wenn man sie auf ein kreisförmiges Sägen anwendet. Zur Herstellung eines Kranzes von grünem Ulmenholz von $0^m,11$ Stärke und $0^m,8$ Länge, auf dem mittlern Bogen gemessen, genügen drei Minuten. Die Zeit nimmt um 1′ zu bei demselben Kranze, wenn das Holz trocken ist. Da aber durch das Verstellen der Bohle und das Stellen der Schütze bei jedem Anhalten 2′ bis 3′ verloren gehen, so erhält man während 10 Arbeitsstunden blos 120 Felgen aus grünem und 90 aus trockenem Ulmenholz. Vergleicht man diese Resultate mit denen der Zeughäuser, worin die Felgenkränze durch die Hände fabricirt werden, so ergiebt sich, daß eine Sägemühle ungefähr so viel als 5 Menschen liefert. Nach einem Memoire von Poncelet muß das Wasserrad jedoch eine Quantität Arbeit von 140^k in der Secunde erhalten, woraus hervorgeht, daß der Beweger noch mehr verbraucht.

Gebläsemaschinen.

§. 285. Es giebt zwei Arten von Gebläsemaschinen; zu der einen Art gehören alle jene Maschinen, welche die Luft aufziehen, um sie in ein Reservoir zu schaffen, aus dem sie dem Heerde zuge-

leitet wird; zu der andern gehören alle jenen Apparate, bei denen durch ein Mittel dem Reservoir beständig eine bestimmte Luftmasse zugeführt wird. Die Maschinen der ersten Art werden sehr oft durch Wasser bewegt, während die Maschinen der zweiten Art nicht durch diese Flüssigkeit betrieben werden können.

Der Werth eines Gebläses muß offenbar nach dem Verhältnisse zwischen der in 1″ dem Heerde zugeführten Luftmasse und der in derselben Zeit von dem Beweger gelieferten Quantität Arbeit geschätzt werden. Diese Quantität hängt offenbar von der Geschwindigkeit ab, welche die Luft beim Austritte aus ihrem Leitungskanale hat. Wir müssen daher zunächst die Bewegung der Luft in den Leitungsröhren betrachten.

Bewegung der Luft.

§. 286. Der Druck, welchen die Luft in einem bestimmten Punkte eines Gebläses ausübt, ist immer sehr wenig von dem atmosphärischen Drucke verschieden; für Schmiedefeure ist höchstens $b = b_1 + 0^m,04$, wenn b in Metern die barometrische Höhe bezeichnet, welche den ersten mißt, und b_1 die, welche den zweiten mißt; für die Hohenöfen ist $b = b_1 + 0^m,05$. Nun ist aber der mittlere Werth von b_1 gleich $0^m,76$, wovon $0^m,04$ blos $\frac{1}{19}$ und $0^m,05$ nahe zu $\frac{1}{13}$ beträgt, und diese Brüche sind so gering, daß man wohl den Druck im Innern ungeachtet der Zusammenziehungen oder Erweiterungen des Kanales, als sehr wenig veränderlich annehmen kann. Folglich erfährt die Dichtigkeit der in Bewegung befindlichen Flüssigkeit nur sehr kleine Veränderungen, und verhält sich fast so, als ob sie nicht zusammendrückbar wäre.

Die Geschwindigkeit der Luft ist zuerst gleich Null und nimmt stufenweise zu, wenn das Gebläse zu wirken anfängt. Am Ende einiger Secunden wird der in verschiedenen Punkten des Kanales beobachtete Druck jedoch für jeden constant, ein sicheres Anzeichen, daß durchaus keine bemerkbare Acceleration stattfindet, oder daß die Geschwindigkeit ganz fühlbar unveränderlich ist.

Für die expansiven Flüssigkeiten nimmt man, wie für das Wasser, den Parallelismus der Schichten an, d. h. daß alle Punkte eines auf der allgemeinen Richtung senkrechten Schnittes sich nach parallelen Richtungen und mit gleichen Geschwindigkeiten bewegen. Diese Hypothese wird in den gewöhnlichen Fällen fast zu einer Wahrheit, weil die nach derselben aufgestellten Formeln Resultate geben, welche beinahe mit den Beobachtungsresultaten übereinstimmen. Es folgt hieraus nothwendig, daß alle Punkte des Querschnittes als gleichen Pressungen unterworfen angenommen werden müssen. Da nun dasselbe für den vorhergehenden und folgenden Querschnitt stattfindet, so folgt, daß der Druck in dem Kanale sehr wenig veränderlich, und im Innern der Flüssigkeitsmasse Con-

tinuität vorhanden ist; d. h. daß die Theilchen überall und immer einander berühren.

Hieraus und daraus, daß die Bewegung gleichförmig ist, folgt offenbar, daß dasselbe Flüssigkeitsvolumen in 1″ durch jeden Querschnitt des Kanales geht, welchen Durchmesser dieser Querschnitt, und welchen Werth die Geschwindigkeit auch haben mag.

Die Bestimmung der Austrittsgeschwindigkeit, zu welcher wir jetzt übergehen wollen, beruht also auf folgenden Sätzen: 1. Die Dichtigkeit der Flüssigkeit bleibt von einem Ende des Kanales bis zum andern dieselbe; 2. die Geschwindigkeit ist in jedem Querschnitte constant; 3. es findet eine Gleichheit zwischen den Volumen statt, welche in 1″ durch gleiche oder ungleiche Querschnitte gehen.

§. 287. Wir wollen zwei beliebige Querschnitte AB, $A'B'$ einer Röhre (Fig. 17. Taf. IV) betrachten, worin sich die Luft vermöge eines Druckes von p Kilogrammen auf den Quadratmeter von AB, und ungeachtet eines kleinern Druckes p', welcher in entgegengesetztem Sinne auf $A'B'$ wirkt, in Bewegung befindet. Wenn A, A' die Anzahl der in beiden Flächen enthaltenen Quadratmeter bezeichnen, so wird die Flüssigkeitsmasse $ABB'A'$ einem Drucke Ap und einem Widerstande $A'p'$ unterworfen sein. Nennen wir daher u, u' die Geschwindigkeiten in den beiden Querschnitten, so werden udt, $u'dt$ die Wege sein, auf denen die Kräfte während des Augenblickes dt gewirkt haben, und die von dem Widerstande verbrauchte Quantität Wirkung $A'p'u'dt$ ist einem Theile der von der Kraft hervorgebrachten Quantität Wirkung $Apudt$ gleich.

Wir wollen $A'B' < AB$ annehmen, so folgt $u' > u$, weil das Volumen $A'u'$, welches in 1″ durch $A'B'$ geht, gleich dem in derselben Zeit durch AB gehenden Volumen Au ist. Es ist folglich von AB bis $A'B'$ eine Geschwindigkeitsvermehrung gleich $u' - u$ vorhanden; da nun aber blos eine unendlich dünne Schicht in dem Augenblicke dt durch AB geht, oder da das Massenelement dM die Zunahme $u' - u$ der Geschwindigkeit erfährt, so besaß diese Masse in dem Querschnitte AB eine Quantität Wirkung $= \frac{u^2 dM}{2}$; die, welche sie in $A'B'$ hat, ist $= \frac{u'^2 dM}{2}$, die erfahrene Vermehrung ist folglich $= \frac{u'^2 - u^2}{2} dM$ d. h. der zweite Theil von $Apudt$.

Es würde in aller Strenge auch noch ein dritter durch die Reibung der Luft an den Seitenwänden der Röhre verbrauchter Theil vorhanden sein; jedoch kann man denselben vernachlässigen, wenn die Dimensionen des Querschnittes groß sind, weil alsdann die Verzögerungen an dem Umfange stattfinden, und nur die Geschwindigkeit der benachbarten Fäden verändern, weshalb sich die ganze Masse fast so bewegt, als wenn sie nicht vorhanden wären. Die Gleichheit der Quantitäten Wirkung giebt folglich alsdann:

$$Apudt = A'u'p'dt + \frac{u'^2 - u^2}{2} dM.$$

Bezeichnen wir durch δ das Gewicht eines Cubikmeters der Flüssigkeit, so folgt hieraus:

$$u'^2 - u^2 = \frac{2g}{\delta} \times \frac{p\frac{\delta}{g}Audt - p'\frac{\delta}{g}A'u'dt}{dM}.$$

Da $\frac{\delta}{g}$ die Masse eines Cubikmeters ist, so sind $\frac{\delta}{g}Audt$, $\frac{\delta}{g}A'u'dt$ die Massen, welche in einem Augenblicke durch die Querschnitte AB, $A'B'$ gehen und wovon jede gleich dM ist.

Außerdem ist $u = \frac{A'}{A}u'$, weil $Au = A'u'$ ist, folglich:

$$u'^2\left(1 - \frac{A'^2}{A^2}\right) = \frac{2g}{\delta}(p - p') \text{ und } u' = \sqrt{\frac{2g(p-p')}{\delta\left(1 - \frac{A'^2}{A^2}\right)}}.$$

Die Geschwindigkeit in dem Querschnitte $A'B'$ würde noch denselben Werth haben, wenn die Flüssigkeitsschichten vertical herabstiegen, weil das Gewicht der Masse $ABB'A'$ gegen den Druck p immer vernachlässigt werden kann.

Die Geschwindigkeit u_1, mit welcher die Luft aus der Oeffnung ab strömt, kann leicht aus dem Ausdrucke von u' abgeleitet werden; man braucht darin für p' nur den äußern Druck p_1 und die Fläche ab für A' zu substituiren. Aber die Flüssigkeit entweicht im zusammengezogenen Strahle (§. 128), und man bezieht die Austrittsgeschwindigkeit immer auf den kleinsten Querschnitt dieses Strahles, damit man das in 1″ ausgeflossene Volumen leichter bestimmen kann. Wenn folglich a in Quadratmetern die Oberfläche der Oeffnung und m den Coefficienten dieser Oberfläche für die größte Zusammenziehung bezeichnet, so hat man:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta\left(1 - \frac{m^2a^2}{A^2}\right)}} \qquad \text{(I).}$$

Außerdem ist klar, daß das Volumen X von Luft, die in 1″ unter dem Drucke p ausströmt, vermittelst der Gleichung $X = mau_1$ berechnet wird.

Der Bruch $\frac{m^2a^2}{A^2}$ ist oft so klein, daß er vernachlässigt werden

kann. Alsdann verwandelt sich die Formel für die Austrittsgeschwindigkeit sehr einfach in:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta}} \qquad \text{(II).}$$

§. 288. Die von der Reibung an den Seitenwänden consumirte Quantität Arbeit kann nicht mehr hinweggelassen werden, wenn der Kanal auf eine beträchtliche Länge l eng ist, weil die Geschwindigkeit alsdann in der ganzen Ausdehnung jedes Querschnittes verändert ist. Für die expansiven Flüssigkeiten, so wie für das Wasser (§. 144), ist die Reibung in Kilogrammen:

$$\frac{\delta}{g}\omega l(ku+k'u^2),$$

wo u den Umfang des mittlern Querschnittes A, u die Geschwindigkeit in demselben, k, k' die sich auf die Natur der Flüssigkeit beziehenden, aber von der Natur der Röhren unabhängigen Coefficienten bezeichnet. Der Weg, auf welchem die Reibung während des Augenblickes dt ausgeübt wird, ist udt, und die daraus hervorgehende Quantität Wirkung wird ausgedrückt durch:

$$\frac{\delta}{g}\omega l(ku+k'u^2)udt = \frac{\omega}{A}l(ku+k'u^2)\frac{\delta}{g}Audt = \frac{\omega}{A}lk'u^2\,dM$$

$$= \frac{\omega}{A}lk'\frac{m^2a^2}{A^2}u_1{}^2\,dM = 0{,}00315\,\frac{\omega}{A}l\frac{m^2a^2}{A^2}u_1{}^2\,dM,$$

weil man wegen der Gleichung $Au = mau_1$ das Glied ku vernachlässigen kann, und weil für die Luft $k' = 0{,}00315$ ist. Die Gleichheit der Quantitäten Wirkung verwandelt sich also in:

$$Apudt = map_1u_1dt + \frac{u_1{}^2-u^2}{2}dM + 0{,}00315\,\frac{\omega}{A}l\frac{m^2a^2}{A^2}u_1{}^2\,dM.$$

Verfährt man wie im vorhergehenden Paragraph, so folgt daraus:

$$u_1{}^2 - \frac{m^2a^2}{A^2}u_1{}^2 + 0{,}0063\,\frac{\omega}{A}l\frac{m^2a^2}{A^2}u_1{}^2 = \frac{2g}{\delta}(p-p_1),$$

und:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta\left[1-\frac{m^2a^2}{A^2}\left(1-0{,}0063\,\frac{\omega l}{A}\right)\right]}} \qquad \text{(III).}$$

Wenn die Röhre und ihre Austrittsöffnung kreisförmig sind, und man bezeichnet die Durchmesser derselben mit D, d, so hat man:

$$\frac{a^2}{A^2}=\frac{d^4}{D^4},\ \frac{\omega}{A}=\frac{\pi D}{\frac{1}{4}\pi D^2}=\frac{4}{D},$$

und:

$$u_1=\sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta\left[1-\frac{m^2d^4}{D^4}\left(1-0{,}0252\,\frac{l}{D}\right)\right]}}\qquad\text{(IV).}$$

§. 289. Die Röhre, welche der Esse die Luft zuführt, mag ihren Anfang in dem Gebläse oder in einem dazwischen gesetzten Reservoir nehmen, so bietet dieser Anfang $a'b'$ (Fig. 18 Taf. IV) immer eine plötzliche Verengung dar, woraus eine Contraction und in Folge der Wiederausdehnung des Strahles ein Stoß gegen die Seitenwände des Kanales erfolgt. Nach diesem Stoße füllt die Flüssigkeit die Querschnitte der Leitungsröhre an und bewegt sich darin gleichförmig mit einer Geschwindigkeit u', welche kleiner ist, als ihre in dem engsten Querschnitte des zusammengezogenen Strahles stattfindende Geschwindigkeit u_2. Es erfolgt also in jedem Augenblicke ein Geschwindigkeitsverlust $=u_2-u'$, ein Verlust an Quantität Arbeit $=\frac{(u_2-u')^2}{2}dM$, und die im vorhergehenden Paragraph aufgestellte Gleichung der Quantitäten Wirkung verwandelt sich offenbar in:

$$Apudt-\frac{(u_2-u')^2}{2}dM=map_1u_1dt+\frac{u_1^2-u^2}{2}dM+0{,}00315\,\frac{\omega}{A'}l\frac{m^2a^2}{A'^2}u_1^2dM$$

Wenn m' den Contractionscoefficienten für die Eintrittsöffnung $a'b'$, und a' die Fläche dieser Oeffnung in Quadratmetern bezeichnet, so hat man $m'a'u_2=mau_1$. Außerdem hat man auch für einen beliebigen Querschnitt des Kanales $A'u'=mau_1$, folglich:

$$u_2-u'=\frac{ma}{m'a'}u_1-\frac{ma}{A'}u_1=\frac{ma}{A'}u_1\left(\frac{A'}{m'a'}-1\right),$$

$$u_1^2\left\{1-\frac{m^2a^2}{A^2}+\frac{m^2a^2}{A'^2}\left[0{,}0063\frac{\omega l}{A'}+\left(\frac{A'}{m'a'}-1\right)^2\right]\right\}=\frac{2g}{\delta}(p-p_1),$$

$$u_1=\sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta\left\{1-\frac{m^2a^2}{A^2}+\frac{m^2a^2}{A'^2}\left[0{,}0063\,\frac{\omega l}{A'}+\left(\frac{A'}{m'a'}-1\right)^2\right]\right\}}}\qquad\text{(V).}$$

Wenn die Oeffnung a' dem Querschnitte A' der Röhre gleich ist, und wenn beim Eintritte kein Ventil vorhanden ist, so hat man:

$$\left(\frac{A'}{m'a'}-1\right)^2=\left(\frac{1}{m'}-1\right)^2=\left(\frac{1-m'}{m'}\right)^2.$$

Da dieser Bruch immer sehr klein ist, so kann man denselben vernachlässigen, oder was dasselbe ist, von dem durch den Stoß verursachten Verluste abstrahiren, und es ist:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta\left[1-\frac{m^2a^2}{A^2}+0{,}0063\frac{\omega l m^2 a^2}{A'^3}\right]}}. \qquad \text{(VI)}$$

§. **290.** Der Kanal $A'B'$, dessen Eintrittsöffnung in dem Gebläse AB (Fig. 19. ‖ Taf. IV) liegt, mündet oft in ein Reservoir $A''B''$, worin die Geschwindigkeit u'' geringer ist, als die Geschwindigkeit u_1, mit welcher die Flüssigkeit durch den engsten Querschnitt des zusammengezogenen Strahles ab geht. Es findet alsdann beim Ausmünden ein Stoß statt, die Masse dM erfährt einen Verlust an Geschwindigkeit $u_1 - u''$ und einen Verlust an Quantität Wirkung gleich $\frac{(u_1-u'')^2}{2}dM$, welche u_1 geringer macht, als in dem Falle, wo die Luft frei in die Atmosphäre oder auf den Heerd strömt. Die Quantität Wirkung für den zusammengezogenen Querschnitt ab ist in der That nicht mehr map_1u_1dt, wie in den vorhergehenden Fällen; den Stoß reducirt sie auf $map_1u_1dt - \frac{(u_1-u'')^2}{2}dM$, und die Gleichheit der Quantitäten Wirkung in §. 289 verwandelt sich in:

$$Apudt - \frac{(u_1-u')^2}{2}dM = map_1u_1dt - \frac{(u_1-u'')^2}{2}dM + \frac{u_1^2-u^2}{2}dM$$
$$+ 0{,}00315\frac{\omega}{A'}l\frac{m^2a^2}{A'^2}u_1^2\,dM.$$

Da $A''u'' = mau_1$ ist, so ist:

$$u_1 - u' = u_1 - \frac{ma}{A''}u_1 = u_1\left(1-\frac{ma}{A''}\right),$$

$$u_1^2\left\{1-\frac{m^2a^2}{A^2}+\frac{m^2a^2}{A'^2}\left[0{,}0063\frac{\omega l}{A'}+\left(\frac{A'}{m'a'}-1\right)^2\right]-\left(1-\frac{ma}{A''}\right)^2\right\}$$
$$= \frac{2g}{\delta}(p-p_1)$$

und:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta\left\{1-\frac{m^2a^2}{A^2}+\frac{m^2a^2}{A'^2}\left[0{,}0063\frac{\omega l}{A'}+\left(\frac{A'}{m'a'}-1\right)^2\right]-\left(1-\frac{ma}{A''}\right)^2\right\}}} \qquad \text{(VII)}$$

Wenn endlich $a' = A' = a$ ist, und kein Ventil an den Enden

der Leitungsröhre vorhanden ist, so ist beim Austritte keine Contraction vorhanden, m ist gleich 1, und wenn man den von dem Stoße beim Eintritte herrührenden Verlust vernachlässigt, so hat man:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta\left[1-\frac{A'^2}{A^2}+0{,}0063\,\frac{\omega l}{A'}-\left(1-\frac{A'}{A''}\right)^2\right]}}. \quad \text{(VIII)}$$

§. 291. Die Größen $A, a, A', a', A'', \omega, l$, welche in den acht vorhergehenden Formeln vorkommen, werden durch die Dimensionen des Apparates gegeben.

Nach den Versuchen von D'Aubuisson haben die Contractionscoefficienten m, m' die folgenden Werthe:

0,65 für eine Oeffnung in einer dünnen Wand, mit vollständiger Contraction;

0,74, **0,83**, **0,93** für eine cylindrische Ansatzröhre von einem Durchmesser von 0^m,915 und einer Länge gleich **20**, **10**, **3** Durchmessern;

0,93 für eine sehr kurze cylindrische Ansatzröhre;

0,94 für jede etwas conische Ansatzröhre.

Die Pressungen p, p_1 kann man vermittelst eines Barometers messen. Es seien b, b_1 die in Metern einer Quecksilbersäule angegebenen Höhen, wenn das Barometer in die beiden Mittel gesteckt wird, worin diese Pressungen ausgeübt werden. Da ein Cubikmeter flüssiges Metall 13598^{kg} wiegt, so sind die Producte $13598^{kg} \times b$, $13598^{kg} \times b_1$ die Gewichte der Säulen, welche eine Basis von 1^{mm}, und eine Höhe von b, b_1 haben; folglich ist $p = 13598^{kg} \times b$, $p_1 = 13598^{kg} \times b_1$.

In den Hüttenwerken mißt man die Pressungen mit Hülfe des Manometers. Der Name dieses Instrumentes bezeichnet in der That, daß dasselbe die Verdünnung, die Dichtigkeit der Flüssigkeit, oder was auf dasselbe hinausläuft, den auf die Wände des Gefäßes ausgeübten Druck mißt. Gewöhnlich besteht dasselbe aus einer zweimal gebogenen gläsernen oder eisernen Röhre $ABCDE$ (Fig. **20.** Taf. IV). Der horizontale Theil AB mündet in den Raum A, worin der Druck p vorhanden ist. Die beiden andern Theile sind vertical und enthalten in ihren untern Theilen Queckſilber. Auf der Flüssigkeitssäule des aufsteigenden Theiles ruht ein durch ein Gegengewicht H gehaltener Schwimmer G, und an der Seite eben dieses Theiles ist eine Scale angebracht, deren Nullpunkt bei den Glasmanometern der untern Basis des Schwimmers entspricht, wenn die Enden der beiden Queckſilbersäulen im Niveau stehen. Wenn die Röhre aus Eisen besteht, so geht aus dem aufsteigenden Ende derselben eine auf dem Schwimmer sitzende dünne Stange hervor, deren oberes Ende dem Nullpunkte der Scale entspricht, wenn die beiden Säulen in gleicher Höhe sind.

Das Manometer giebt den Ueberschuß $p-p_1$ des innern Druckes über den äußern unmittelbar an. Denn es sei c die doppelte Anzahl von Metern, um welche der Indicator auf der Scale gestiegen ist, so ist die Differenz der beiden Säulen gleich c; diese Differenz giebt auf 1^{mm} der Basis ein Gewicht von $13598^{kg} \times c$, und folglich ist:

$$p = p_1 + 13598^{kg} \times c, \text{ oder } p - p_1 = 13598^{kg} \times c.$$

Nachdem man also die Anzahl der in dem Steigen des Indicators enthaltenen Meter beobachtet hat, braucht man 13598^{kg} nur durch das Doppelte dieser Größe zu multipliciren, um die Größe $p-p_1$ zu erhalten. Wenn statt des Queckſilbers in dem Manometer Waſſer enthalten wäre, ſo hätte man:

$$p - p_1 = 1000^{kg} \times c.$$

Die ſo berechneten Druckunterſchiede ſind nicht genau denen der Formeln gleich, weil der Indicator des Manometers und die Austrittsöffnung nicht in derſelben Höhe liegen. Wir wollen den erſten höher annehmen, als die zweite, ſo wird ein in das Niveau des Indicators geſtelltes Barometer b' Meter, und nahe bei der Oeffnung b_1 Meter anzeigen; der Druck der zwiſchen den beiden Punkten enthaltenen Luftſäule beträgt $13598^{kg}(b_1 - b')$ auf 1^{mm}; der wirkliche an der Oeffnung ſtattfindende Druck iſt gleich $p_1 + 13598^{kg}(b_1 - b') = P$; man hat:

$$p_1 = P - 13598^{kg}(b_1 - b'),$$

$$p = P - 13598^{kg}(b_1 - b') + 13598^{kg} \times c$$

und endlich:

$$p - P = 13598^{kg}[c - (b_1 - b')].$$

Die Zahl $(b_1 - b')$ iſt jedoch ſo gering, daß man ſie wohl vernachläſſigen, und $13598^{kg} \times c$ für den an der Austrittsöffnung ſtattfindenden Ueberſchuß des innern Druckes über den Druck der Atmoſphäre annehmen kann.

§. **292.** Das ſpecifiſche Gewicht δ der unter einem Drucke p in einem Gebläſe enthaltenen Luft iſt von einer Temperatur t und einem Volumen v abhängig. Dieſelbe Flüſſigkeitsmaſſe würde unter einem Drucke p' und bei einer Temperatur t' ein ſpecifiſches Gewicht δ' und ein Volumen v' annehmen. Da ſich die ſpecifiſchen Gewichte umgekehrt wie die Volumina verhalten, ſo hat man $\frac{\delta}{\delta'} = \frac{v'}{v}$ und $\delta = \delta' . \frac{v'}{v}$ Unter einem conſtanten Drucke vermehrt aber ein trockenes Gas bei einer Temperaturerhöhung von einem Grade ſein Volumen um **0,00375** ſeines Volumens bei **0°**. Wenn folglich x das Volumen bezeichnet, welches v bei **0°** und unter einem Drucke p annimmt, ſo iſt:

$v = x + 0{,}00375xt$, oder $v = x + 0{,}004xt$,

weil die feuchte Luft in den Hüttenwerken etwas mehr ausdehnbar ist, als die trockene Luft; und man erhält:

$$x = \frac{v}{1 + 0{,}004t}.$$

Wir wollen mit x' dasjenige Volumen bezeichnen, welches das Volumen x unter dem Drucke p und bei der Temperatur t' annimmt; so haben wir auch:

$$x' = x(1 + 0{,}004t') = v\,\frac{1 + 0{,}004t'}{1 + 0{,}004t}.$$

Da aber die Volumina x', v' sich auf dieselbe Temperatur t' beziehen, so verhalten sie sich umgekehrt wie die Pressungen p, p', welche sie hervorbringen, und es ist $\frac{v'}{x'} = \frac{p}{p'}$; folglich:

$$v' = x'\,\frac{p}{p'} = v\,\frac{p(1 + 0{,}004t')}{p'(1 + 0{,}004t)} \text{ und } \delta = \delta'\,\frac{p(1 + 0{,}004t')}{p'(1 + 0{,}004t)}.$$

Unter dem mittlern barometrischen Drucke $0^m{,}76$ und bei der Temperatur von 0°, wiegt ein Cubikmeter Luft $1^{kg}{,}3$.

Wenn wir folglich:

$$t' = 0 \text{ und } p' = 13598^{kg} \times 0{,}76 = 10334^{kg}{,}48$$

setzen, so erhalten wir:

$$\delta = 1^{kg}{,}3\,\frac{p}{10334^{kg}{,}48(1 + 0{,}004t)} = p\,\frac{0{,}000126}{1 + 0{,}004t}.$$

Wenn der Druck p auf dem Barometer gemessen wird, so hat man $p = 13598^{kg} \times b$, und

$$\delta = 13598^{kg} \times b\,\frac{0{,}000126}{1 + 0{,}004t} = \frac{1^{kg}{,}713b}{1 + 0{,}004t}.$$

Wenn das Manometer angewandt wird, so giebt die Gleichung:

$$b = 0^m{,}76 + c$$

den Ausdruck:

$$\delta = \frac{1^{kg}{,}713(0{,}76 + c)}{1 + 0{,}004t} = \frac{1^{kg}{,}3 + 1^{kg}{,}713c}{1 + 0{,}004t}.$$

§. 293. Um ein Anwendungsbeispiel der Formeln zu geben, wollen wir berechnen, mit welcher Geschwindigkeit die Luft aus der

kleinen Basis einer conischen und sehr kurzen Ansatzröhre ausströmt, wenn diese Oeffnung in Beziehung auf die große Basis einen kleinen Durchmesser hat. Wir müssen die Gleichung (II) anwenden, und wollen annehmen, daß beim Eintritte in die Röhre $c = 0^m,2$ ist und die innere Temperatur $t = 15^o$ beträgt. Wir haben alsdann:

$$p - p_1 = 13598^{kg} \times 0,2 = 2719^{kg},6,$$

$$\delta = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713 \times 0,2}{1 + 0,004 \times 15} = 1^{kg},55,$$

und

$$u_1 = \sqrt{\frac{2 \times 9^m,81 \times 2719^{kg},6}{1^{kg},55}} = 185^m,54.$$

Die Manometerhöhe $0^m,2$ ist nahe zu die größte, welche die Gebläse darbieten, und sie macht, wie man sieht, die Dichtigkeit der innern Luft nicht viel größer als die der atmosphärischen Luft. Hieraus folgt, daß man die verschiedenen Werthe von u_1 immer auf die Apparate anwenden kann, welche die Verbrennung bewirken (§. 286).

Wenn dieselbe Röhre mit der Oeffnung eines Reservoires so verbunden ist, daß beim Eintritte keine Contraction stattfindet, so wird die Austrittsgeschwindigkeit ebenfalls durch die Formel (II) gegeben. Wir wollen das Volumen Luft berechnen, welches in $1''$ ausfließt, und die Quantität Wirkung, welche diese Masse besitzen wird, indem das Thermometer in dem Reservoire 15°, das Manometer $0^m,2$ anzeigt, und die Austrittsöffnung $0^m,036$ Durchmesser hat; so haben wir, wie vorhin, $u_1 = 185^m,54$ und $m = 0,94$,

$$a = 3,1416\,(0,018)^2 = 0^{mm},00102,$$

und

$$X = mau_1 = 0,94 \times 0^{mm},00102 \times 185^m,54 = 0^{mc},1779.$$

Was die Arbeit anlangt, deren die Luftmasse fähig ist, so wird sie durch die Gleichung:

$$T = \frac{X \frac{\delta'}{g} u_1^{\,2}}{2}$$

bestimmt. Da sich die Luft bei ihrem Ausströmen ausdehnt, so begeht man keinen großen Fehler, wenn man für das specifische Gewicht δ' dasjenige nimmt, welches die Flüssigkeit bei 0° unter dem mittlern Drucke $13598^{kg} \times 0,76$ besitzt; folglich ist $\delta' = 1^{kg},3$ und

$$T = \frac{0,1779 \times 1^{kg},3\,(185^m,54)^2}{2 \times 9^m,81} = 405^k,775.$$

§. 294. Wenn das Monometer nahe am Anfange einer langen Leitungsröhre liegt, so muß man die Formel (III) oder (IV) zur Bestimmung der Austrittsgeschwindigkeit anwenden. Wir wollen die Leitungsröhre als cylindrisch und mit der vorhergehenden conischen Röhre verbunden annehmen. Wenn $l = 90^m$, $D = 0^m,3$, und wie in den beiden ersten Beispielen, $c = 0^m,2$, $t = 15^0$ ist, so findet man:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2 \times 9^m,81 \times 2719^{kg},6}{1^{kg},55\left[1 - \frac{(0,94)^2 (0^m,036)^4}{(0^m,3)^4}\left(1 - 0,0252 \frac{90^m}{0^m,3}\right)\right]}} = 185^m,42.$$

Vergleicht man dieses Resultat mit dem ersten $185^m,54$, so sieht man, daß die Reibung an den Seitenwänden der Leitungsröhre sehr wenig Einfluß auf die Austrittsgeschwindigkeit hat, wenn der Durchmesser dieser Röhre etwas groß ist.

§. 295. Als letztes Beispiel wollen wir den Fall betrachten, wo sich ein cylindrisches Reservoir mit dünnen Wänden vor einer langen Leitungsröhre von derselben Form befindet, deren Eintritt weder durch eine Verengung, noch durch ein Ventil vermindert ist, und welche sich in eine conische damit verbundene Röhre endigt. Wir könnten die Formel (VI) anwenden, weil $a' = A'$ ist, jedoch wollen wir die Formel (V) nehmen, damit wir den Einfluß des Stoßes besser erkennen. Wenn von dem Manometer und dem Thermometer das eine $0^m,2$, das andere 15^0 anzeigt, so haben wir wieder $p - p_1 = 2719^{kg},6$ und $\varrho = 1^{kg},55$; außerdem ist $m = 0,94$, $m' = 0,65$. Ferner wollen wir den Durchmesser des großen Cylinders gleich $0^m,5$, den des kleinen gleich $0^m,25$, den der Austrittsöffnung gleich $0^m,03$ und die Länge l der Röhre gleich 90^m annehmen; so folgt:

$$\frac{a^2}{A^2} = \frac{(0^m,03)^4}{(0^m,5)^4}, \quad \frac{a^2}{A'^2} = \frac{(0^m,03)^4}{(0^m,25)^4}, \quad \frac{\omega}{A'} = \frac{4}{0,25}$$

und:

$$u_1 = \left\{\sqrt{\frac{2 \times 9^m,81 \times 2719^k,6}{1^{kg},55\left\{1 - \frac{(0,94)^2 (0^m,03)^4}{(0^m,5)^4} + \frac{(0,94)^2 (0^m,03)^4}{(0^m,25)^4}\left[0,0063 \frac{4 \times 90^m}{0,25} + \left(\frac{1}{0,65} - 1\right)^2\right]\right\}}}\right\} = 185^m,36,$$

ein Ausdruck, dessen Unterschied von dem letzten 185^m42 blos $0^m,06$ beträgt, woraus hervorgeht, daß der Stoß des Strahles gegen die Wände der Röhre die Austrittsgeschwindigkeit sehr wenig vermindert.

Gebläsemaschinen.

§. **296.** Die folgende Tafel enthält die verschiedenen Abtheilungen und Unterabtheilungen der ersten Art von Gebläsen in (§. **285.**):

Saugende Gebläsemaschinen	Blasebalg	einfachwirkender	
		doppeltwirkender	
	Tonnengebläse		nach unten ausblasende
	Kastengebläse	einfachwirkendes	nach oben ausblasende.
	Cylindergebl.	doppeltwirkendes	

Wir wollen diese verschiedenen Arten genau beschreiben und hierauf die allgemeine Theorie derselben ableiten.

§. **297.** Der einfach wirkende Blasebalg besteht aus Leder, oder aus Holz. Wir wollen blos die zweite Art betrachten, welche außer den Theilen der erstern noch einige besondere Theile enthalten.

Der hölzerne Balg besteht aus zwei Kasten; der obere *A*, welcher keinen Boden hat, heißt der Oberkasten (Fig. 21. Taf. IV); der untere *B*, welcher keinen Deckel hat, wird der Unterkasten genannt. Der Oberkasten umschließt den Unterkasten genau und ist um einen am Balgenkopfe *C* sitzenden Bolzen beweglich, indem seine hintere Fläche cylindrisch ist. Der Daumen einer Wasserradswelle drückt auf das vorspringende Ende *D*, in welches sich der Deckel des Oberkasten endigt. Der Unterkasten ist unbeweglich und ruht auf einem Gerüste; im Boden desselben befindet sich eine mit einem sich nach innen öffnenden Ventile *E* versehene Oeffnung. Ein anderes Ventil *F* liegt noch zuweilen vor dem Balgenkopfe; dasselbe öffnet sich nach der Seite der Düse *G*, welches eine den Wind nach dem Feuer führende conische Röhre ist.

Wenn der Oberkasten seinen Niedergang vollendet hat, so wird er durch ein Gegengewicht wieder aufgehoben; die sich im Unterkasten befindende Luft wird verdünnt, wodurch die äußere Luft durch das Ventil *E* einströmen kann, indem sich das Ventil *F* schließt, um nicht die vom Feuer kommende erhitzte Luft in den Balgen einzulassen. Am Ende des Aufsteigens drückt der Daumen den Oberkasten wieder nieder, comprimirt die innere Luft und nöthigt dieselbe, das Ventil *E* zuzudrücken, das Ventil *F* zu öffnen und durch die Düse auszutreten.

Der einfach wirkende Blasebalg liefert also nur während des Niedergehens des Oberkastens einen Luftstrom, wovon er auch seinen Namen hat. Um eine beständige Aufströmung zu erhalten, muß man zwei Blasebälge so mit einander verbinden, daß der eine aufsteigt, während der andere niedergeht. Die Verbindung geschieht vermittelst eines Balanciers *H* (Fig. 22), dessen Arme durch Stangen J, J′ mit den Blasebälgen verbunden werden. Es sind alsdann zwei Daumen auf der Welle erforderlich, um die Bälge abwechselnd niederzudrücken, oder auch ein Daumen für einen Blasebalg und für den andern ein Gegengewicht.

Das Ausblasen des hölzernen Balges erfordert offenbar, daß derselbe keine andere Communication mit der Atmosphäre habe, als seine beiden Klappen. Die Wände des Ober- und Unterkastens müssen sich also beständig berühren, und mit sanfter Reibung über einander hingleiten. Man erreicht diesen doppelten Zweck, indem man auf den Wänden *b* des Unterkastens (Fig. **23**) mit fettigem Leder versehene Holzleisten *c* anbringt. Sie sind darauf vermittelst Zwingen *d* befestigt, von denen ein Ende *e* an der innern Fläche des Unterkastens fest sitzt. Federn *f*, welche durch sie hindurch gehen, und deren beide Enden sich einander zu nähern streben, drücken die Leisten beständig gegen die Wände *a* des Oberkastens. Jede Leiste besteht außerdem aus zwei Theilen *g*, *h* (Fig. **24**), welche mittelst eines Zapfens und eines Loches mit einander verbunden sind; auf dem Grunde jedes Loches befindet sich eine kleine Spiralfeder, welche die beiden Enden der Leisten *g*, *h* nöthigen, die Ecken der Wände des Oberkastens gehörig zu verschließen.

§. **298.** In den Fabriken und Werkstätten giebt es doppelt wirkende Blasebälge, welche den Handblasebälgen derselben Art sehr ähnlich sind, die man in den Küchen benutzt; jedoch haben sie lange nicht den Werth des Blasebalges von Rabier, dessen Reservoir *A* viel größer ist (Fig. **1.** Taf. V). Den Grund desselben bildet eine Wand *B*, welche der Deckel des eigentlichen Blasebalges ist. Der Boden *C* ist eine feste Platte, wie der Deckel. Zwischen diesen beiden Theilen befindet sich ein dritter beweglicher *D*, welcher sich um ein Charnier oder einen Bolzen dreht, und vermittelst der Bläuelstange einer Dampfmaschine, oder durch ein Wasserrad, oder durch Zugketten bewegt wird. In den beiden letzten Fällen wird das Niedersteigen durch ein in einen der Einschnitte des Armes *E* gehängtes Gegengewicht hervorgebracht.

Der Deckel *F* des Reservoirs ist mit vier Gewichten beschwert; er besteht aus einer Holzplatte, aber die Seitenflächen desselben sind, wie die des Blasebalges, aus Leder.

Wenn der bewegliche Boden in die Höhe steigt, so dehnt sich die im untern Theile *H* des Balges enthaltene Luft aus, und die atmospährische Luft dringt durch die Ventilöffnung *J* ein; die im obern Theile *H'* enthaltene Luft wird im Gegentheil zusammengedrückt, schließt das Ventil *K*, öffnet das Ventil *L* und geht in das Reservoir. Während des Niedersteigens des beweglichen Bodens dehnt sich die im Obertheile *H'* befindliche Luft aus; die atmosphärische Luft dringt durch das Ventil *K* hinein, bei welchem ein in der Dicke des beweglichen Bodens selbst befindlicher Kanal *M* endigt; die im Untertheile *H* befindliche Luft wird zusammengepreßt, und schließt das Ventil *J*, entweicht durch den Kanal *N* und geht in das Reservoir, indem sie das Ventil *O* öffnet. Endlich bewirkt die beständige Last des Gewichtes *G* eine Ausströmung der Flüssigkeit des Reservoirs nach der Düse *P* durch den im festen Boden *B* und dem Balgenkopfe *R* befindlichen Kanal *Q*; der Eintritt in denselben

ist ungehindert, aber an der Austrittsöffnung befindet sich eine Klappe *S*, um das Eindringen der heißen Luft vom Feuer her zu verhindern.

§. **299.** Das Tonnengebläse eignet sich sehr gut für Frischfeure, und die Luft verliert sich darin viel weniger als beim hölzernen Balge. Dasselbe besteht aus einem um seine Axe beweglichen, halb mit Wasser gefüllten Cylinder *A* (Fig. 2. Taf. V), welcher in zwei Hälften durch eine Scheidewand *B* getheilt wird, deren oberes Ende blos die innere Fläche des Cylindes berührt und durch eine Kurbel *C* in Bewegung gesetzt wird, welche von einer Bläuelstange *D* gedreht wird. Jeder Raum hat zwei Ventile *E*, *F* oder *E'*, *F'*, von denen sich das erste nach innen, das andere nach außen öffnet. Diese letzte ist die Oeffnung für eine biegsame Röhre *G* oder *G'*, welche die Luft nach dem Feuer leitet.

Wir wollen annehmen, daß sich die Bläuelstange aufwärts bewegt, so neigt sich die auf der Kurbel senkrechte Wand nach der Linken. Vermittelst der zwischen beiden Räumen bestehenden Communication *H* behält das Wasser nahezu dasselbe Niveau. Die in dem Raume zur Rechten befindliche Luft dehnt sich aus, weil die Capacität desselben größer wird; die atmosphärische Luft tritt durch das Ventil *E'* ein, während das Ventil *F'* geschlossen bleibt. Die in dem linken Raume wegen der Verkleinerung der Capacität comprimirte Luft schließt das Ventil *E*, öffnet das Ventil *F*, und entweicht durch die Röhre *G* nach dem Feuer. Durch die entgegengesetzte von dem Niedergehen der Bläuelstange bewirkte Oscillation neigt sich die Wand nach der Rechten, die in dem linken Raume enthaltene Luft wird ausgedehnt und die im andern zusammengepreßt; folglich öffnen sich die Ventile *E*, *F'*, die Ventile *F*, *E'* schließen sich, die atmosphärische Luft tritt in den Raum zur Linken ein, und die sich im Raume zur Rechten befindliche Luft geht durch die Röhre *G'* nach dem Feuer. Mithin ist die Tonne ein doppeltwirkendes Gebläse, jedoch giebt sie nicht einen so gleichförmigen Strom, als der Blasebalg von Rabier.

§. **300.** Das Kastengebläse kann so viel Luft liefern, als ein hölzerner Blasebalg und consumirt eine viel geringere Quantität Wirkung zur Ueberwindung der Reibung.

In der Mitte eines in Gestalt eines rechteckigen Prismas geformten Bassins *A* (Fig. **3.** Taf. V), erhebt sich ein eben so gestaltetes massives Prisma *B*. Das zwischen beiden befindliche Intervall ist mit Wasser angefüllt, und ein prismatischer, unten offener Kasten *D* wird herausgezogen oder hineingedrückt, jenachdem die bewegende Kraft die Bläuelstange *E* auf oder nieder bewegt. Damit sich die Axe desselben immer nach derselben Verticale bewegt, befindet sich an jeder Seitenwand des Kastens am untern Theile eine Rolle *F*, welche an dem massiven Theile läuft, und der Kasten selbst gleitet an einer an der correspondirenden Seite des Bassins sitzenden Rolle *G*. Das Innere des Kastens communicirt vermittelst einer Röhre *H*, welche durch ein sich von unten nach oben öffnen-

des Ventil verschlossen wird, mit der Atmosphäre, und mit dem Feuer durch eine Röhre *K*, deren Ventil *L* sich von oben nach unten öffnet, wenn der obere Druck stärker wird, als ein dasselbe verschließendes Gegengewicht.

Hiernach ist leicht einzusehen, daß beim Aufsteigen die zwischen dem Deckel des Kastens und dem mittlern Theile enthaltene Luft verdünnt wird, und der atmosphärischen Luft der Eintritt durch die Oeffnung *J* gestattet wird, während durch den Niedergang die eingeführte Luft comprimirt, und durch die Röhre *K* ausgetrieben wird.

Da durch diese Verdünnung der Luft das unter dem Kasten befindliche Wasser über den mittlern Theil treten kann, so ist eine Erhöhung *M* angebracht, um das Ueberfließen des Wassers in die Röhren zu verhindern. Was die Erweiterung *N* des Bassins anbetrifft, so dient sie dazu, das Ueberfließen des Wassers zu verhüten, welches während der Compression der innern Luft an der äußern Fläche des Kastens in die Höhe getrieben wird.

§. **301.** Das einfachwirkende Cylindergebläse besteht aus einem Kolben *A* (Fig. 4 und 5. Taf. V), welcher sich in einem Cylinder *B* oder in einem rechteckigen Prisma auf- und nieder bewegt, aus einer Röhre *C*, durch welche die Luft nach dem Feuer geleitet wird, und aus zwei Ventilen. Wenn das Ausblasen nach oben geschieht (Fig. 4), so geht die Röhre von der obern Basis des Cylinders aus; das eine *D* von den Ventilen liegt in ihrer Oeffnung, das andere *E* auf dem Kolben, und beide öffnen sich von unten nach oben. Wenn das Ausblasen nach unten geschieht (Fig. 5), so geht die Röhre von der untern Basis des Cylinders aus, das Ventil *D* befindet sich auch in der Oeffnung, oder wenigstens sehr nahe dabei; das Ventil *E* befindet sich auf dem Cylinderboden, und beide Ventile öffnen sich in Beziehung auf den letzten in entgegengesetztem Sinne.

Das Niedergehen des Kolbens bewirkt das Einsaugen der Luft im ersten Falle, und das Ausblasen im zweiten Falle, während das Aufsteigen die entgegengesetzten Wirkungen hervorbringt.

Damit der mit einem Ventile versehene Kolben während des Niedergehens von der atmosphärischen Luft einen symmetrischen Druck erleidet, und nicht zum Schwanken Neigung erhält, bringt man auf jeder Seite der Kolbenstange in gleicher Entfernung von der Mitte ein Ventil an. Mithin ist das nach oben blasende Gebläse weniger einfach, als das nach unten blasende.

§. **302.** Der Cylinder eines doppelt wirkenden Gebläses hat einen Boden *A* und einen Deckel *B* (Fig. 6. Taf. V); jede dieser Wände hat zwei Ventile, welche sich in entgegengesetzten Richtungen öffnen; das Ventil *C* oder *C'*, welches sich nach innen öffnet, stellt die Communication des Cylinders mit der Atmosphäre her; das Ventil *D* oder *D'*, welches sich nach oben öffnet, befindet sich in der Oeffnung einer Röhre *E*, *E'*, durch welche die Luft nach dem Reservoir oder Regulator geleitet wird, von welchem es durch

den Windkanal *G* und die Düse *H* nach dem Feuer geht. Der Kolben *J* hat keine Oeffnung; sein Lauf ist geringer, als die Höhe des Cylinders; der Raum *K*, welchen er bis zum Boden des Cylinders am Ende seines Niedersteigens, und den *K'*, welchen er unter dem Deckel am Ende seines Aufsteigens noch übrig läßt, heißt schädlicher Raum, und die Höhe dieses Raumes wird durch das Spiel des Ventiles *C*, *C'* bedingt. Die beiden sich von oben nach unten öffnenden Ventile *C'*, *D* endlich werden beständig jedes durch eine Feder oder auch durch einen mit einem Gegengewichte versehenen Hebel zugedrückt, damit die Bedingungen ihrer Bewegungen dieselben sind, als die der Bewegungen der beiden Ventile *C*, *D'*, welche sich von unten nach oben öffnen.

Wenn die bewegende Kraft die Kolbenstange *L* in die Höhe hebt, so dehnt sich die Luft in dem schädlichen Raume *K* aus, das Ventil *D* hebt sich, das Ventil *C* schließt sich, und die atmosphärische Luft dringt in den Cylinder. Wenn der Kolben in seine höchste Stellung *J'* gekommen ist, so steigt er wieder nieder und drückt die unter ihm befindliche Luft zusammen. Das Ventil *C* schließt sich, sobald sein um die innere Spannung vermehrtes Gewicht den Druck der Atmosphäre übersteigt; das Ventil *D* öffnet sich viel später; damit es niederfällt, ist erforderlich, daß der unter dem Kolben stattfindende Druck den in der Röhre *E* oder im Reservoir vorhandenen, um den Druck des Gegengewichtes vermehrten Druck übersteigt. Wenn dieses stattfindet, so tritt die comprimirte Luft in das Reservoir *F*.

Wenn der Niedergang beginnt, so dehnt sich die in dem schädlichen Raume *K'* befindliche Luft aus; die in der Röhre *E'* stattfindende, um das Gewicht *D'* des Ventiles vermehrte Spannung wird schnell größer als die oberhalb des Kolbens vorhandene Spannung und dieses Ventil schließt sich. *C'* öffnet sich etwas später, sobald der atmosphärische Druck stärker wird, als die um die innere Spannung vermehrte Kraft des Gegengewichtes.

§. **303.** Die Berechnungen, welche wir über das doppelt wirkende Cylindergebläse anstellen werden, sind auch auf die andern Gebläse anwendbar, weil sie alle schwere oder mit Gegengewichten versehene Ventile und wenigstens einen schädlichen Raum haben.

Zuerst wollen wir zeigen, daß es vortheilhaft ist, den Cylindern große Oeffnungen zu geben und sie durch leichte Ventile zu verschließen. Das Gewicht oder Gegengewicht eines derselben sei q; zerlegt man dieses Gewicht senkrecht auf die Fläche bei ihrer größten Erhebung, so ist der Normaldruck desselben $= q\cos\alpha$, wenn man durch α den größten Oeffnungswinkel bezeichnet (Fig. 7. Taf. V). Zu diesem Drucke muß man noch den hinzufügen, welcher oberhalb des Ventiles stattfindet, wenn man die Kraft erhalten will, welche die Oeffnung zu schließen strebt. Es sei p' die Anzahl von Kilogrammen, welche sie auf jeden Quadratmeter giebt, so bildet sie, da sie auch senkrecht auf der Fläche wirkt, einen Gesammtdruck $p'a$, wenn man durch a die in Quadratmetern ausgedrückte Fläche der Oeffnung

bezeichnet. Folglich ist die Kraft, welche die Oeffnung zu schließen strebt, gleich $p'a+q\cos\alpha$.

Wir wollen eins der Ventile C, C' (Fig. 6) betrachten und durch p den atmosphärischen Druck für einen Quadratmeter bezeichnen. Die Normalkraft, welche das Ventil mehr zu öffnen strebt, ist pa und folglich kann der Winkel α während des Eintrittes der atmosphärischen Luft nicht constant sein, wenn nicht pa dem Drucke $p'a+q\cos\alpha$ das Gleichgewicht hält. Man hat folglich die Relation:

$$pa=p'a+q\cos\alpha,$$

woraus:

$$p'=p-\frac{q}{a}\cos\alpha$$

folgt. Die innere Spannung p' kann also um so größer sein, je kleiner q und je größer a ist. Da sich nun bei gleichen Volumen und gleichen Temperaturen die Spannungen derselben Flüssigkeit wie ihre Dichtigkeiten verhalten, so geht folglich um so mehr Luft in den Cylinder, oder die Maschine liefert um so mehr Luft, je größer die Fläche der Oeffnung und je geringer das Gewicht des Ventiles ist.

Auch ersieht man daraus, daß für dasselbe Gewicht q der Ausdruck $\cos\alpha$ abnimmt oder der Oeffnungswinkel um so mehr zunimmt, je kleiner die Differenz $p-p'$ der Pressungen wird. Wenn $p'=p$ wäre, so müßte für den Fall des Gleichgewichtes $\alpha=90^o$ sein. Die Ausdehnung jedoch, welche dem Eintritte der atmosphärischen Luft vorangeht, hält zwischen p und p' eine solche Differenz, daß $\cos\alpha$ nicht viel größer ist, als **0,96**, woraus α ungefähr gleich 15°, und $\frac{1}{4}$ des Durchmessers der Oeffnung für die Erhebung des am weitesten von dem Drehungspunkte des Ventiles liegenden Punktes folgt.

Die Relation $pa=p'a+q\cos\alpha$ ist auch auf die Ventile D, D' der Röhren anwendbar, wenn man darin für p die Spannung p'' des schädlichen Raumes substituirt, welche in dem Cylinder während des Ausflusses der comprimirten Luft gegen das Reservoir stattfindet, und für p' die Spannung p_1, welche sie darin annimmt. Es ist also $p''a=p_1a+q\cos\alpha$, woraus hervorgeht, daß der Druck der Flüssigkeit im Reservoir beständig geringer ist, als der der Flüssigkeit in dem schädlichen Raume.

§. 304. Die von einem doppeltwirkenden Cylindergebläse consumirte Quantität Wirkung besteht aus mehrern Theilen, und zuerst ist eine Arbeit T' zu verrichten, um stufenweise die Spannung p' der innern Luft auf die Spannung p'' zu bringen, vermöge welcher sie in das Reservoir treten kann.

Wir werden weder in der Berechnung von T', noch der andern Größen, die durch das Gewicht des Kolbens ausgeübte Arbeit in Betracht ziehen; denn wenn zwei Kolben mit einander verbunden sind, so hebt der eine in jedem Augenblicke die Wirkung des andern

auf, und bei einem Kolben wird die Wirkung des Niedersteigens durch die entgegengesetzte Wirkung beim Aufsteigen aufgehoben, so daß die sich auf eine gerade Anzahl von Oscillationen beziehende Arbeit wieder von dem Gewichte des Kolbens unabhängig ist.

Wir wollen durch X einen beliebigen Theil des Aufsteigens oder Niedessteigens, durch p'_1 die Spannung, welche in dem Punkte stattfindet, wo der Lauf x vollendet ist, und durch S die Größe einer der Grundflächen des Kolbens in Quadratmetern bezeichnen; so wird die im folgenden Augenblicke verrichtete elementare Arbeit ausgedrückt durch:

$$dT' = Sp'_1 dx.$$

Um die Veränderliche p'_1 verschwinden zu machen, wollen wir die Temperatur während des ganzen Kolbenlaufes als constant annehmen, was wenig von der Wahrheit abweicht. Alsdann stehen die Spannungen p'_1 und p' im umgekehrten Verhältnisse der von der sie besitzenden Luftmasse eingenommenen Volumina, und da diese Volumina dieselbe Basis S haben, so sind sie ihren Höhen proportional und die Spannungen p'_1 und p' stehen folglich im umgekehrten Verhältnisse dieser Höhen. Es sei daher h die Länge des Kolbenlaufes und h' die Höhe des schädlichen Raumes, so ist die Höhe des Volumens Luft, welche die Spannung p'_1 hat, gleich $h+h'-x$; die Höhe des Volumens Luft, welche beim Anfange der Bewegung die Spannung p' besitzt, ist $=h+h'$, und folglich hat man:

$$p'_1 : p' = h+h' : h+h'-x,$$

woraus:

$$p'_1 = p' \frac{h+h'}{h+h'-x}, \quad dT' = Sp'(h+h') \frac{dx}{h+h'-x},$$

und

$$T' = -Sp'(h+h') Log'(h+h'-x) + C$$

folgt. Das Integral muß aber von $x=o$, welches der Lage J' entspricht, die der Kolben im Anfange der Bewegung einnimmt, bis $x=h''$, welches dem bis zu dem Punkte des Kolbenlaufes zurückgelegten Wege entspricht, worin die Spannung gleich p'' wird, genommen werden. Die erste Grenze giebt:

$$-Sp'(h+h') Log'(h+h') + C,$$

und die zweite:

$$-Sp'(h+h') Log'(h+h'-h'') + C.$$

Zieht man den ersten Werth von dem zweiten ab, welcher wegen der Zeichen — der größte ist, so erhält man

$$T' = Sp'(h+h')\{Log'(h+h') - Log'(h+h'-h'')\}$$

oder:

$$T' = Sp'(h+h')Log'\frac{h+h'}{h+h'-h''}.$$

Wenn wir statt der Höhen die Volumina einführen wollen, so sei V die Anzahl der in demjenigen Volumen enthaltenen Cubikmeter, dessen Höhe $h+h'$ und worin die Spannung p' ist; V' sei die Anzahl der Cubikmeter in demjenigen Volumen, dessen Höhe $h+h'-h''$ ist, und worin eine Spannung p'' vorhanden ist. Da diese Volumina die gemeinschaftliche Basis S haben, so folgt hieraus:

$$T' = p'\,V\,Log'\frac{V}{V'},$$

oder in gewöhnlichen Logarithmen:

$$T' = 2{,}3026\,p'\,V\,Log\,\frac{V}{V'}.$$

§. **305.** Auf diese erste Arbeit folgt eine zweite T'', durch welche die Luft aus dem Cylinder in die Röhre E gebracht wird, und das Volumen V' auf das Volumen v' des schädlichen Raumes reducirt wird, ohne dabei die Spannung p'' zu verändern, und ist also ein zu überwindender Widerstand. Die constante Kraft ist offenbar Sp'' und der vollendete Theil des Kolbenlaufes $h+h'-h''-k'$. Folglich ist:

$$T'' = Sp''\{(h+h'-h'')-h'\} = p''(V'-v).$$

Aus diesem Ausdrucke geht hervor, daß das Gebläse um so mehr Luft in das Reservoir schafft, je größer die Differenz $V'-v$ ist. Wenn $V'=v$ oder $h+h'-h''=h'$, oder $h-h''=o$ oder $h=h''$ wäre, so würde der Kolben stehen bleiben, sobald die Spannung p' gleich p'' geworden ist, die Arbeit T'' würde Null sein, und die Maschine würde nichts thun, als die Luft ausdehnen, und dann wieder bis zu dem Drucke p'' comprimiren, ohne irgend eine Masse der Flüssigkeit in die Röhre E zu schaffen. Der schädliche Raum v muß also genau auf die Größe beschränkt werden, welche das Spiel des sich darin öffnenden Ventiles verlangt.

§. **306.** Die Arbeit T'' kann nicht geschehen, ohne daß das Volumen Luft $V'-v$ vor dem Kolben flieht, weil sich die Spannung p'' nicht verändert. Es ist also auch eine Arbeit T''' zu verrichten, um diesem Volumen eine niedersteigende Geschwindigkeit u zu ertheilen. Es sei δ das Gewicht eines Cubikmeters Luft unter dem Drucke p'', so ist $(V'-v)\delta$ das gesammte in Bewegung zu setzende Gewicht, $\frac{(V'-v)\delta}{g}$ die Masse, $\frac{V'-v}{g}\delta u^2$ die derselben zu

ertheilende lebendige Kraft und $T''' = \frac{V'-v}{2g}\delta u^2$. Jedoch ist diese Größe immer so klein, daß sie vernachläßigt werden kann, weil u beständig ein Bruch von einem Meter ist.

§. 307. Es ist auch eine Arbeit T^{IV} nöthig, um die Reibung des Kolbens in dem Cylinder, und die der Kolbenstange an den Wänden der Stopfbüchse zu überwinden. Bezeichnen wir durch N den Gesammtdruck und durch f den Reibungscoefficienten zweier gleichartigen Metalle, so haben wir:

$$T^{IV} = fNh.$$

§. 308. Folglich macht der Beweger und der gesammte Widerstand jeder eine Arbeit $T' + T'' + T''' + T^{IV}$. Jedoch unterstützt die in die Cylinder dringende Luft der Kolben, indem sie ihn in dem Sinne der Oscillation preßt, oder verrichtet eine Arbeit T^V in entgegengesetzter Richtung von der des Widerstandes. Um die wirklich nothwendige Quantität Arbeit zu erhalten, muß man folglich T^V von der vorhergehenden Summe abziehen. Da nun die hinzuströmende Luft eine beinahe constante Spannung p' besitzt, so übt sie während des ganzen Laufes h auf eine der Grundflächen des Kolbens eine Kraft Sp' aus. Es ist folglich:

$$T^V = Sp'h = Sp'(h + h' - h') = p'(V - v).$$

Nennt man also Q den mittlern von dem Kolben während seines Laufes h ausgeübten Druck, so hat man endlich für die auszuübende Quantität Wirkung:

$$Qh = T' + T'' + T''' + T^{IV} - T^V = 2{,}3026\, p' V \operatorname{Log}\frac{V}{V'} + p''(V' - v) + \frac{V'-v}{2g}\delta u^2 + fNh - p'(V - v).$$

§. 309. Die Volumina V, v und die Höhe h hängen von den Dimensionen der Maschine ab.

Zwischen V' und V findet die Relation $\frac{V'}{V} = \frac{p'}{p''}$ statt, weil die Luftmasse eine sehr geringe Temperaturveränderung erleidet, und Volumina annimmt, welche sich umgekehrt, wie die erlittenen Pressungen verhalten, und $V' = V\frac{p'}{p''}$ ist.

Bezeichnen wir die sich auf das Innere des Cylinders beziehende Manometerhöhe mit c und die Temperatur mit t, so haben wir, wie in §. 292:

$$\delta = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713\,c}{1 + 0{,}004\,t}.$$

Die Geschwindigkeit u des Kolbens ist offenbar gleich dem Producte des Kolbenhubes h und der in 1″ vollendeten Anzahl von Oscillationen.

Um den Werth von Qh anwendbar zu machen, braucht man das Glied fNh nur durch eine leicht zu berechnende Größe zu vertauschen.

Da sich der Kolben vertical bewegen muß, so ist es von Wichtigkeit, daß seine ebenen Flächen immer horizontal bleiben. Nun kann dieses aber nicht stattfinden, wenn der Kolben nicht eine gewisse Länge l hat, weil eine einfache runde Platte um ihren Befestigungspunkt mit der Stange schwanken würde, sobald die Reibung in einem Punkte etwas größer wäre, als in dem diametral gegenüberliegenden. Wir wollen annehmen, daß in der That die Reibung, welche zuerst auf der ganzen geraden Fläche des Kolbens gleichförmig ist, plötzlich auf einer Seite AB (Fig. 8. Taf. V) wegen eines Fehlers im Ausbohren des Cylinders um F zunimmt. Soll nun keine schräge Richtung des Kolbens hieraus folgen, so muß auch auf der entgegengesetzten Seite CD die Reibung um F zunehmen. Der Druck, welcher auf dem ganzen Umfange stattfindet, und welchen man als in der Mitte E wirkend annehmen kann, muß folglich um eine gewisse Größe p von solcher Beschaffenheit zunehmen, daß $fp = F$ ist.

Da aber p von F herrührt, so ist eine Gleichheit zwischen ihren Momenten vorhanden, welche sich auf den im Entstehen begriffenen Drehungsmittelpunkte G beziehen, nämlich $p\frac{l}{2} = F\frac{d}{2}$, wenn d den Durchmesser des Kolbens bezeichnet; folglich ist $p\frac{l}{2} = fp\frac{d}{2}$ und $l = fd$.

Soll also ein Kolben niemals um seinen Befestigungspunkt an der Stange schwanken, so muß man ihm eine Dicke geben, welche dem Producte aus seinem Durchmesser und seinem Reibungscoefficienten ist.

Hieraus ergiebt sich seine reibende Fläche $l\pi d = f\pi d^2$. Da nun aus der Erfahrung bekannt ist, daß man zur Vermeidung von Verlusten den Seitendruck des Kolbens gleich $\frac{1}{10}$ von dem machen muß, welcher auf der die Luft auspressenden Basis stattfindet, so ist der Gesammtdruck gleich $0{,}1f\pi d^2 p''$, wenn wir, um seinen größten Werth zu erhalten, den Druck p'' während des ganzen Niederganges wirkend annehmen, und die Reibung des Kolbens ist alsdann $= 0{,}1f^2\pi d^2 p''$. Da die Dimensionen der Stopfbüchse so beschaffen sind, daß die darin stattfindende Reibung ungefähr $\frac{1}{10}$ der vorhergehenden beträgt, so ist:

$$fN = 0{,}11f^2\pi d^2 p'' = 0{,}3456f^2 d^2 p''.$$

Folglich ist:

$$Qh = 2{,}3026 p' V \operatorname{Log} \frac{p''}{p'} + (p'V - p''v) + \frac{p'V - p''v}{2gp''} \delta u^2 +$$

$$0{,}3456 f^2 d^2 p'' h - p'(V - v).$$

Zur Bestimmung der Pressungen p', p'' dienen die vorher in (§. **303**) gefundenen Relationen:

$$pa = p'a + 0{,}96q,$$

$$p''a = p_1 a + 0{,}96q.$$

Aus der ersten folgt:

$$p' = p - 0{,}96 \frac{q}{a} = 10334^{kg},48 - 0{,}96 \frac{q}{a},$$

weil nach (§. **292**) der mittlere Druck der Atmosphäre auf 1^{mm} gleich $10334^{kg},48$ ist; und wenn c' die von dem Drucke p_1 im Reservoir herrührende manometrische Höhe bezeichnet, so folgt nach (§. **291**) aus der zweiten

$$p'' = 13598^{kg} (0{,}76 + c') + 0{,}96 \frac{q}{a}.$$

§. **310.** Aus der für einen ganzen Kolbenlauf auszuübenden Quantität Arbeit läßt sich die in $1''$ consumirte Arbeit T leicht ableiten. Wenn man durch Beobachtung der Maschine die Anzahl k der in einer Minute erfolgenden Oscillationen kennt, so hat man:

$$T = \frac{k}{60} Qh.$$

§. **311.** Als Anwendungsbeispiel wollen wir das in der Hütte von Hayange befindliche Gebläse betrachten. Diese Maschine ist ein doppeltes Cylindergebläse und liefert die Luft in ein Reservoir, aus dem sie durch vier Düsen nach zwei Hohöfen geleitet wird.

Der Halbmesser des Kolbens beträgt $0^m,925$ und seine Dicke $0^m,2$; die Höhe des gußeisernen Cylinders beträgt $2^m,2$; der Lauf h ist $= 1^m,82$, $k = 10$; das Manometer zeigt im Mittel $0^m,0685$ unter dem Kolben, $0^m,0656$ im Reservoir und $0^m,063$ in den Düsen; jedes Ventil wiegt nahe zu $0^{kg},3525$ und hat eine Fläche von $0^{mm},05$; endlich war in dem Augenblicke, wo diese Daten genommen sind, in dem Locale eine Temperatur $t = 15°$, und das Barometer zeigte $0^m,76$.

Es ergiebt sich:

$$p' = 10334^{kg},48 - 0,96\,\frac{0^{kg},3525}{0,05} = 10327^{kg},71,$$

$$p'' = 13598^{kg}(0,76 + 0^{m},0656) + 0,96\,\frac{0^{kg},3525}{0,05} = 11233^{kg},28,$$

$$2h' = 2^{m},2 - 1^{m},82 - 0^{m},2 = 0^{m},18, \quad h' = 0^{m},09,$$

$$V = 3,1416\,(0^{m},925)^2\,(1^{m},82 + 0^{m},09) = 5^{mc},1341,$$

$$v = 3,1416\,(0^{m},925)^2 \times 0^{m},09 = 0^{mc},242,$$

$$\delta = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713 \times 0,0685}{1 + 0,004 \times 15} = 1^{kg},3371,$$

$$u = \frac{k}{60}\,h = \frac{10}{60}\,1^{m},82 = 0^{m},303, \quad d = 0^{m},925 \times 2 = 1^{m},85,$$

und da der Kolben mit fettigem Leder umgeben ist, so ist $f = 0,15$.

Folglich ist die zur Veränderung der Spannung p' in p'' erforderliche Arbeit gleich:

$$2,3026\,p'V\,Log\,\frac{p''}{p'} = 2,3026 \times 10327^{kg},71 \times 5^{mc},1341\,Log\,\frac{11233,28}{10327,71}$$
$$= 4456^{kg},36;$$

die Arbeit, vermittelst welcher die Luft in das Reservoir geleitet wird, ist:

$$p'V - p''v = 10327^{kg},71 \times 5^{mc},1341 - 11233^{kg},28 \times 0^{mc},242 = 50305^{k},042;$$

die Arbeit, welche erforderlich ist, um der Flüssigkeit ihre Ausflußgeschwindigkeit zu ertheilen, ist:

$$\frac{p'V - p''v}{2gp''}\,\delta u^2 = \frac{50305,042}{2 \times 9^{m},81 \times 11233,28}\,1^{kg},3371\,(0^{m},303)^2 = 0^{kg},028;$$

die Arbeit, welche die Reibung erfordert, ist:

$$0,3456\,f^2\,d^2\,p''h = 0,3456\,(0,15)^2\,(1,85)^2\,11233^{kg},28 \times 1^{m},82$$
$$= 544^{kg},099;$$

die Arbeit, welche die hinzuströmende Luft auf den Kolben in dem Sinne der Bewegung ausübt, ist;

$$p'(V - v) = 10327^{kg},71\,(5^{mc},1341 - 0^{mc},242) = 50524^{k},19;$$

die Gesammtarbeit für jede Oscillation ist:

$$Qh = 4456^{k},36 + 50305^{k},042 + 0^{k},028 + 544^{k},099 - 50524^{k},19$$
$$= 4781^{k},339;$$

endlich ist die in jeder Secunde auf einen Kolben oder für einen Ofen auszuübende Kraft:

$$T = \frac{10}{60} 4781^{kg},339 = 796^{k},89 = 10,625 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die Wirkung der eingesogenen Luft ist also mehr als hinreichend, um die comprimirte Luft fortzuschaffen; zur Ertheilung der Geschwindigkeit der Flüssigkeit ist nur ein sehr geringer Theil eines Kilogrammeters erforderlich; die Hauptarbeit erfordert die Umänderung der Spannung, und die zur Ueberwindung der Reibung nöthige Arbeit beträgt blos **0,122** davon.

§. **312.** Durch den eben berechneten Effect Qh wird in das Reservoir bei einer Spannung p'' ein Volumen gleich:

$$V' - v = V\frac{p'}{p''} - v = \frac{p'V - p''v}{p''} = \frac{50305^{mc},042}{11233,28} = 4^{mc},478$$

eingeführt, dessen specifisches Gewicht $\delta = 1^{kg},3371$ ist. Der Kolben treibt folglich in jeder Secunde aus dem Cylinder eine Luftmasse gleich:

$$M = \frac{1^{kg},3371 \times 4,478}{9^{m},81} \times \frac{10}{60} = 0,61035 \times \frac{10}{60} = 0,10172.$$

Das Volumen, welches in derselben Zeit durch jede Düse ausströmt, ist nach (§. **287**) gleich $X = mau_1$, und die von den beiden Düsen eines Ofens gelieferte Masse ist gleich:

$$M' = 2\frac{X\delta'}{g} = \frac{2mau_1\delta'}{g}.$$

Die Düsen sind conisch; der Durchmesser der kleinsten Oeffnung beträgt $0^{m},062$, und folglich ist:

$$m = 0,94,\ a = \pi\left(\frac{0^{m},062}{2}\right)^2 = 0^{mm},00302.$$

Außerdem ist:

$$\delta' = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713 \times 0,063}{1 + 0,004 \times 15} = 1^{kg},3283,$$

und nach der Formel (II):

$$u_1 = \sqrt{\frac{2 \times 9^{m},81 \times 13598^{kg} \times 0,063}{1^{kg},3283}} = 112^{m},49;$$

also:

$$M' = \frac{2 \times 0,94 \times 0,00302 \times 112,49 \times 1^{kg},3283}{9^{m},81} = 0,08648,$$

und:

$$M - M' = 0{,}10172 - 0{,}08648 = 0{,}01524 = 0{,}15\,M = 0{,}176\,M'.$$

Diese bedeutende Differenz rührt nicht ganz allein von den Verlusten her, welche in den Fugen des Apparates stattfinden, denn man schätzt sie bei Cylindern in gutem Stande höchstens auf $0{,}05\,M'$ und bei denen in gewöhnlichem Zustande höchstens auf $0{,}067\,M'$; ein Theil von $M - M'$, welcher gleich $0{,}1\,M'$ ist, rührt von allen Verlusten an lebendiger Kraft her, welche bei der Bewegung vom Cylinder bis zur Düse vorhanden sind, und welche man leicht vermittelst der für die Bewegung der Gase angegebenen Formeln würde berechnen können.

Die Quantität Wirkung, welche auf die in einen Ofen geleitete Luft verwandt ist, ist in 1″ gleich:

$$\frac{M' u_1^{\,2}}{2} = \frac{0{,}08648\,(112^m{,}49)^2}{2} = 547^{kg}{,}134,$$

und beträgt blos $0{,}686$ von der erforderlichen Arbeit T (§. 311). Da nun die Reibung in der Secunde

$$544^k{,}099 . \frac{10}{60} = 90^k{,}683 = 0{,}114\,T$$

absorbirt, so veranlassen die Entweichungen und die Stöße der Luft folglich einen Verlust von

$$T - (0{,}686 + 0{,}114)\,T = 0{,}2\,T = 0{,}2 \times 796^k{,}89 = 159^k{,}378.$$

Aufstellung der Gebläse.

§. 313. Die Aufstellung einer Maschine besteht im Allgemeinen in der Bestimmung der Dimensionen, welche sie haben muß, und der Umstände, unter welchen sie arbeiten muß, um einen bestimmten Effect hervorzubringen. Dieser Effect besteht aber bei den Gebläsen in der Lieferung eines mit einer Geschwindigkeit u_1 behafteten Volumens X von Luft für den Ofen.

Um die Begriffe zu fixiren, wollen wir wieder das doppeltwirkende Cylindergebläse betrachten, weil man das, was hiervon gesagt wird, leicht auf andere Gebläse anwenden kann.

Wenn wir für die Fläche a der kleinen Oeffnung der Düse ihren Werth $\frac{\pi d^2}{4}$ substituiren, so erhalten wir aus der Relation $X = mau_1$ in (§. 287) die Gleichung $d = \sqrt{\frac{4X}{\pi m u_1}}$, welche zur Bestimmung des Durchmessers der Austrittsöffnung die Formel:

$$d = \sqrt{\frac{4X}{3{,}1416 \times 0{,}94\, u_1}} = \sqrt{\frac{X}{0{,}738 u_1}}$$

giebt.

§. 314. Es sei p_1 der äußere Druck, p, c, δ der Druck in der Düse, die correspondirende manometrische Höhe, und das sich daraus für die Luft ergebende specifische Gewicht, so wird die Anzahl c von Metern durch die Gleichungen:

$$13598^{kg}\, c = p - p_1, u_1 = \sqrt{\frac{2g(p-p_1)}{\delta}},$$

$$\delta = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713\, c}{1 + 0{,}004\, t}$$

welche in den §§. 291, 287, 292 gefunden sind, gegeben. Aus der zweiten folgt:

$$p - p_1 = \frac{\delta u_1^{\,2}}{2g} = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},1713 c}{1 + 0{,}004\, t} \times \frac{u_1^{\,2}}{2g},$$

und die erste verwandelt sich in:

$$13598^{kg}\, c = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713 c}{1 + 0{,}004\, t} \times \frac{u_1^{\,2}}{2g}$$

und:

$$c = \frac{1^{kg},3 u_1^{\,2}}{13598^{kg}(1+0{,}004t)2g - 1{,}713 u_1^{\,2}} = \frac{u_1^{\,2}}{205225^{m},2(1+0{,}004t) - 1{,}32 u_1^{\,2}}.$$

Um die Anzahl von Metern zu erhalten, welche ein Manometer an der Düse anzeigen müßte, müßte man folglich eine Temperatur substituiren, welche in der Nähe des Ofens stattfindet. Aus den Formeln für die Bewegung der Luft würde man leicht eine Relation zwischen c und der manometrischen Höhe c' in Beziehung auf das Reservoir oder den Regulator aufstellen können; jedoch ergiebt sich aus den Versuchen von d'Aubuisson eine viel einfachere Relation, welche nahe zu denselben Werth für c' giebt. Nach seinen Angaben ist:

$$c' = c\left(1 + 0{,}0238\, l' \frac{d^4}{d'^5}\right).$$

Die Länge l' der Windröhre hängt einzig von dem Locale ab, und ihr Durchmesser d' kann so groß angenommen werden, als es eine wohl bedachte Oeconomie erlaubt; denn es ist von Wichtigkeit, daß man c' vermindert, damit ein geringerer Druck p' in dem Reservoir stattfindet, und das Eindringen der Luft in den Cylinder weniger Arbeit erfordert.

Kennt man c' so läßt sich p' leicht daraus bestimmen, weil nach (§. 291)

$$p' = 13598^{kg}(0{,}76 + c')$$

ist.

§. 315. Aus der Formel (VII) in (§. 290) ergiebt sich alsdann die Bestimmung des Druckes p'', welcher während des Austreibens der Luft in dem Cylinder stattfinden muß. Man muß darin p'' für p, den Druck p' für p_1, δ' für δ, u'_1 für u_1 und die Fläche A' des geraden Querschnittes der Leitungsröhre, welche den Regulator mit dem Cylinder verbindet, für die Fläche a der Eintrittsöffnung in das Reservoir substituiren, weil dieser Eintritt weder durch ein Ventil, noch durch eine Verengung vermindert wird.

Folglich ist $m = 1$, und die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft in das Reservoir tritt:

$$u'_1 = \sqrt{\frac{2g(p'' - p')}{\delta'\left[1 - \frac{A'^2}{A^2} + 0{,}0063\,\frac{\omega l}{A'} + \left(\frac{A'}{m'a'} - 1\right)^2 - \left(1 - \frac{A'}{A''}\right)^2\right]}}$$

und:

$$p'' = p' + \frac{u'^2_1 \delta'}{2g}\left[1 - \frac{A'^2}{A^2} + 0{,}0063\,\frac{\omega l}{A'} + \left(\frac{A'}{m'a'} - 1\right)^2 - \left(1 - \frac{A'}{A''}\right)^2\right]$$

Da die Dichtigkeit der Luft vom Cylinder bis zum Regulator als constant angenommen werden kann, so ist das specifische Gewicht in diesen beiden Cylindern dasselbe, und

$$\delta' = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713\,c'}{1 + 0{,}004t'},$$

wo t' die mittlere in der Hütte stattfindende Temperatur bezeichnet.

Ist die Geschwindigkeit der austretenden Luft und die des Kolbens u_2, so ist außerdem $A'u'_1 = Au_2$. Da nun die letzte so regulirt ist, daß ungefähr 10 Oscillationen in der Minute stattfinden, so wird $u_2 = \frac{10}{60}h = \frac{h}{6}$, wenn h den verticalen Hub bezeichnet, welcher zwischen $1^m,85$ und 2^m liegt. Es folgt hieraus, daß die in den Regulator tretende Luft eine wenig von der verschiedene Geschwindigkeit besitzt, welche sie darin annimmt, und daß der Stoß nur einen geringen Verlust an Quantität Arbeit verursacht.

Die Durchmesser D, D' des Cylinders und der Leitungsröhre sind in der Regel so beschaffen, daß man das Verhältniß $\frac{D'}{D}$ provisorisch gleich 0,25 annehmen kann. Hieraus folgt:

$$\frac{A'}{A} = \frac{D'^2}{D^2} = (0{,}25)^2 = 0{,}0625, \quad \frac{\omega}{A'} = \frac{\pi D'}{\frac{1}{4}\pi D'^2} = \frac{4}{D'}.$$

Endlich macht man gewöhnlich $\frac{a'}{A'} = 0{,}3$; nichts hindert, den Querschnitt A'' des Regulators dem Querschnitte A des Cylinders gleich zu machen, und was die Länge l der Leitungsröhre anbetrifft, so hängt sie, wie l' von der Localität ab.

Folglich ist:

$$u_1^2 = \frac{A^2}{A'^2} u_2^2 = \left(\frac{1}{0{,}0625}\right)^2 \frac{h^2}{36} = \frac{h^2}{0{,}1404},$$

$$\frac{A'^2}{A^2} = (0{,}0625)^2 = 0{,}0039,$$

$$p'' = p' + \frac{\delta' h^2}{2{,}783}\left[1 - 0{,}0039 + 0{,}0063\,\frac{4l}{D'} + \left(\frac{1}{0{,}3\,m'} - 1\right)^2 - 0{,}8789\right]$$

und da wegen des in einer dünnen Wand befindlichen Ventiles $m' = 0{,}65$ ist, so ergiebt sich:

$$p'' = p' + \frac{\delta' h^2}{2{,}783}\left(17{,}1576 + 0{,}0063\,\frac{4l}{D'}\right) = p' + \delta' h^2\left(6{,}165 + 0{,}009\,\frac{l}{D'}\right).$$

Also kann p'' erst nach der Bestimmung von D' berechnet werden. Jedoch bestimmt man den Werth von D nicht aus dem willkührlich für D' und für das Verhältniß $\frac{D'}{D} = 0{,}25$ angenommenen Werthe, weil dieses Verhältniß nur eine Approximation ist, welche aus dem Grunde geschah, die Schwierigkeiten der Berechnung zu beseitigen.

§. **316.** Die Queckſilberhöhe c'' in dem Manometer, welches an dem Cylinder ſitzt, ergiebt ſich aus der Gleichung:

$$p'' = 13598^{kg}\,(0{,}76 + c'').$$

Zur Bestimmung des wahren Durchmessers dieses Cylinders sei p''' der während des Einströmens der Luft stattfindende Druck, h' die Höhe des schädlichen Raumes, und h'' der Theil des Laufes, während dessen Durchlaufens sich der Druck p''' in p'' verwandelt. Nach dieser Bemerkung ist das Volumen der Luftmasse bei dem Drucke p''' gleich $\frac{1}{4}\pi D^2 (h + h')$, und unter dem Drucke p'' ist das Volumen derselben Masse gleich $\frac{1}{4}\pi D^2 (h + h' - h'')$. Da die Temperatur fast constant bleibt, so erhalten sich die Pressungen umgekehrt wie die Volumina, und es ist:

$$\frac{p'''}{p''} = \frac{h + h' - h''}{h + h'} \text{ und } h'' = (h + h')\left(1 - \frac{p'''}{p''}\right) = \frac{21}{20} h \left(1 - \frac{p'''}{p''}\right),$$

weil man gewöhnlich die Höhe des schädlichen Raumes gleich $\frac{1}{20}$ des Laufes annimmt.

Da nach (§. 309):

$$p''' = 10334^{kg},48 - 0,96\frac{q}{a}$$

ist, ein angemessenes Gewicht des Einlaßventiles $0^{kg},3525 = q$ ist, und seine Oberfläche a gleich $0^{mm},05$ ist, so ist folglich:

$$p''' = 10327^{kg},71, h'' = \frac{21}{20} h \left(1 - \frac{10327^{kg},71}{p''}\right).$$

Nachdem man h'' als Function von p'' hat, erhält man auf dieselbe Weise den Durchmesser D, weil man aus der Erfahrung weiß, daß das in 1″ dem Ofen zugeführte Volumen X von Luft 0,75 von dem Volumen betragen muß, welches in derselben Zeit von dem Cylinder ausgeblasen wird, wenn kein schädlicher Raum vorhanden wäre, und da dieses zweite Volumen gleich

$$\frac{10}{60} \times \frac{\pi D^2}{4} (h - h''), X = 0,75 \frac{\pi D^2}{24} (h - h'')$$

ist, so folgt daraus die Relation:

$$D = \sqrt{\frac{10,186X}{h - h''}}.$$

Die Schwierigkeiten der Rechnung, wovon wir weiter oben gesprochen haben (§. 315), würden davon herrühren, daß man, wenn man keinen Werth für D' festgesetzt hat, seinen Werth $0,25\,D$ in den von p'' substituiren müßte; alsdann würden h'' und der Nenner des Ausdruckes von D^2 eine Function von D sein, wodurch man genöthigt wäre, zur Bestimmung des Cylinderdurchmessers eine vollständige Gleichung des 3ten Grades aufzulösen.

Da der Durchmesser des Kolbens D ist, so ist folglich (§. 309) seine Dicke

$$e = fD = 0,15\,D,$$

weil er von öligem Leder umgeben sein muß.

Endlich ergiebt sich aus dem Laufe und der Dicke des Kolbens, und den beiden schädlichen Räumen die Gesammthöhe des gußeisernen Cylinders gleich:

$$H = h + fD + 2h' = 1,1h + fD.$$

§. 317. Als ein Anwendungsbeispiel der Bestimmung der Hauptdimensionen und der manometrischen Höhen eines doppelt

wirkenden Cylindergebläses mit zwei Düsen, wollen wir annehmen, daß dasselbe in der Secunde $0^{mc},7$ Luft von einer Geschwindigkeit von 120^m liefern muß.

Da jede Düse $0^{mc},35$ ausblasen muß, so ist der Durchmesser

$$d=\sqrt{\frac{X}{0,738\,u_1}}=\sqrt{\frac{0^{mc},35}{0,738\times 120^m}}=0^m,063.$$

Die Temperatur der in die Düsen tretenden Luft darf man nicht höher, als 25^0 annehmen. Für ihre Manometerhöhen ergiebt sich hieraus:

$$c=\frac{(120^m)^2}{205225^m,2(1+0,004\times 25)-1,32\,(120^m)^2}=0^m,0696.$$

Den Durchmesser der Windröhre wollen wir $=0^m,3$ und die Länge $=100^m$ annehmen. Das Manometer des Regulators muß folglich eine Anzahl von Metern gleich:

$$c'=0^m,0696\left[1+0,0238\times 100^m\,\frac{(0^m,063)^4}{(0^m,3)^5}\right]=0^m,071$$

anzeigen, und folglich ist:

$$p'=13598^{kg}(0,76+0,071)=11299^{kg},94,$$

$$\delta'=\frac{1^{kg},3+1^{kg},713\times 0,071}{1+0,004\times 14}=1^{kg},3466,$$

wenn man $t=14^0$ annimmt.

Wir wollen 6^m für die Länge der Leitungsröhre, $0^m,4$ für den Durchmesser derselben, und $0^m,95$ für den Kurbelhalbmesser annehmen, von welchem der Kolben bewegt wird, so ergiebt sich hieraus:

$$h=2\times 0^m,95=1^m,9,$$

$$p''=11299^{kg},94+1^{kg},3466(1,9)^2\left(6,165+0,009\,\frac{6}{0,4}\right)=11330^{kg},566,$$

$$c''=\frac{p''-13598^{kg}\times 0,76}{13598^{kg}}=\frac{11330^{kg},566-10334^{kg},48}{13598^{kg}}=0^m,0732,$$

$$h''=1,05\times 1^m,9\left(1-\frac{10327^{kg},71}{11330^{kg},566}\right)=0^m,1766,$$

$$D=\sqrt{\frac{10,186\times 0^{mc},35}{1^m,9-0^m,1766}}=1^m,4383,$$

$e=0,15\times 1^m,4383=0^m,216$ und $H=1,1\times 1^m,9+0^m,216=2^m,306.$

Transportirende Gebläse.

§. 318. Zu diesen Maschinen rechnet man die drei folgenden Arten: das Wassersäulengebläse, das Ketten- oder Paternostergebläse, das Schneckengebläse; jedoch können wir letzteres Gebläse, welches von Cagnard herrührt, nicht beschreiben, weil sich blos in dem 7ten Bande der Annales des mines eine Erwähnung befindet, und in dem Folgenden keine Rede mehr davon ist, obgleich die Redactoren dieses Journales auf den 16ten Band desselben verwiesen haben.

Das Prinzip des Wassersäulengebläses ist eine Wassermasse, welche man vertical herabfallen läßt. Aus einer Zuleitung *A* (Fig. 9. Taf. V) geht das Wasser durch einen Trichter, dessen unterer Theil von einer verticalen cylindrischen oder prismatischen Röhre umschlossen wird. Bald läßt man eine kleine Oeffnung zwischen der äußern Fläche des Trichters und der innern Fläche der verticalen Röhre; bald läßt man sie sich durchschneiden, und bringt nahe bei ihrem Durchschnitte in der Wand der Röhre drei geneigte conische Löcher an, deren größte Oeffnung außerhalb liegt. Diese in derselben Höhe liegenden Oeffnungen theilen den Umfang der Röhre in drei gleiche Theile.

Der Fall des Wassers erzeugt einen Luftstrom in derselben Richtung, das Wasser zieht das Gas mit sich fort, welches durch die Oeffnungen eindringt, und fällt in einen großen Kasten *E*, wo ein mit Löchern durchbrochener Boden *F* die Geschwindigkeit aufhebt. Alsdann prallen die Flüssigkeiten zurück und trennen sich von einander; die schwerste fällt auf den Grund des Kastens, häuft sich daselbst an, füllt durch die Oeffnung *G* ein etwas höheres Gefäß *H* als dieselbe, und fließt daraus über, sobald das Niveau in dem Kasten die Höhe der Ränder des Gefäßes außerhalb erreicht. Da die Luft weder aus der Oeffnung *G* entweichen, noch in der verticalen Röhre aufsteigen kann, so nimmt sie eine größere Spannung an, als die der Atmospähre, und da sie genöthigt ist, wegen des beständig einen Strom einführenden Wassers den Ort zu verlassen, so entweicht sie durch die Windröhre *J* nach dem Ofen, welchen sie unterhalten soll.

Da sich die Luft während des Falles in der Röhre mit dem Wasser vermischt, so ist wohl einzusehen, daß die untere Oeffnung des Trichters so hoch wie möglich angebracht werden muß. Man läßt daher zwischen dieser Oeffnung und dem obern Wasserspiegel blos eine Entfernung von $0^m,4$. Was die Dimensionen des Trichters anlangt, so bestimmt man den Durchmesser der untern Fläche auf die Weise, daß das Niveau des zufließenden Wassers constant bleibt; den obern Durchmesser des Trichters macht man etwas größer, um nicht eine zu starke Contraction zu haben.

Der Kasten muß eine längliche Form, und wenn das Gebläse zur Unterhaltung eines Hohofens bestimmt ist, $3^m,5$ Länge und $1^m,5$ Höhe haben. Seine Breite hängt von der Anzahl der

darin mündenden Röhren ab. Man bringt sie alle an einem Ende in einer auf der Länge senkrechten Ebene an; die Windröhre sitzt am andern Ende, damit die Luft nicht zu sehr mit Wasser befeuchtet hinein tritt. Endlich liegt der Boden F ungefähr 1^m unter dem Deckel.

§. 319. Folgende Thatsachen hat man erhalten, indem man am Kasten ein Manometer angebracht und die Windröhre verschlossen hat. Die Spannung der innern Luft nimmt wenig zu, wenn der Trichter mit der verticalen Röhre zusammen eine geringere Höhe als 6^m haben; sie nimmt um so schneller zu, je größer das Verhältniß zwischen dem Querschnitte der verticalen Röhre und der Fläche der untern Oeffnung des Trichters ist; diese Zunahme hört jedoch auf, sobald das Verhältniß 2 übersteigt; eine vierte Oeffnung vermehrt die Luftmasse des Kastens nicht; macht man Oeffnungen in der Mitte der stehenden Röhre, so üben sie keinen Einfluß aus; aus denjenigen, welche man am untern Ende anbringt, würde das Wasser herausfließen, und sie würden daher dem Zuflusse der Luft schädlich sein.

Ein Wassersäulengebläse muß also, um brauchbar zu sein, eine verticale Röhre von wenigstens 6^m Höhe haben, deren Querschnitt genau doppelt so viel beträgt, als der der untern Fläche des Trichters, und welche an ihrem untern Ende keine Löcher hat. Gegen diese letzte Bedingung spricht ein unerklärliches Vorurtheil: die Hüttenbesitzer der Pyrenäen glauben nämlich, daß dieses Gebläse wenig Luft liefert, wenn nicht aus am untern Theile der Röhre befindlichen Löchern Wasser herausströmte.

Die eben angegebenen Facta lassen sich leicht erklären. Wenn der Fall des Wassers gering ist, so hat das mit Luft gemengte Wasser bei seinem Eintritte in den Kasten keine so große lebendige Kraft, daß sie augenblicklich den Widerstand überwinden kann, welchen die innere Luft durch ihre Spannung entgegensetzt, und die zurückgeworfene Flüssigkeit tritt theilweise aus einem der Löcher, welche sich nahe beim Trichter befinden. Die Reaction muß offenbar noch ähnliche Effecte hervorbringen, wenn eine große Röhre an ihrem untern Ende Löcher enthält. Jedoch sieht man ein, daß man mit Hülfe einer großen Röhre im Kasten nur eine Kraft erhalten kann, welche nahe zu dem atmosphärischen Drucke gleich ist, und daß die Luft durch die in der Mitte angebrachten Löcher weder ein- noch austreten kann.

Sobald die Wasserfäden einmal aus der Oeffnung des Trichters gegangen sind, trennen und erweitern sie sich; ihre Dicke nimmt um so mehr ab, je größer der Durchmesser der verticalen Röhre ist, folglich kann zwischen ihnen auch eine um so größere Luftmasse bleiben, und in den Kasten geleitet werden. Wenn aber der Querschnitt der Röhre so groß ist, daß ihn die Wassersäule nicht ausfüllen kann, so bleibt ein Theil der zuströmenden Luft zwischen dieser Säule und den Wänden, bildet dann einen Gegenstrom, und steigt zu den Löchern hinauf.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich auch, daß die cylindrische Form der Röhre der unterschriebenen prismatischen vorzuziehen ist, weil die zwischen beiden enthaltenen Keile keinen nützlichen Einfluß haben, wenn der Querschritt des Cylinders das doppelte von der untern Oeffnung des Trichters beträgt, und sie äußern einen schädlichen Einfluß, wenn darin ein aufsteigender Strom entsteht, welcher die dem Kasten zugeführte Luftmasse vermindern kann.

§. **320.** Um zu beweisen, daß die Wassersäule wirklich aus getrennten Strahlen besteht, wollen wir bemerken, daß die Mitte desjenigen Strahles, welcher in einem beliebigen Augenblicke durch die untere Trichteröffnung strömt, nach einer Zeit t sich in einer Entfernung $e=\frac{1}{2}gt^2$ befindet. Die Mitte der folgenden Abtheilung ist in demselben Augenblicke von dieser Oeffnung um eine Größe $e'=\frac{1}{2}gt'^2$ entfernt, und folglich ist zwischen beiden Mitteln ein Intervall:

$$e-e=\tfrac{1}{2}g(t^2-t'^2)=\tfrac{1}{2}g(t-t')(t+t')$$

enthalten.

Im Augenblicke des Durchganges durch die Oeffnung berührten sich die beiden auf einander folgenden Streifen aber, und die Entfernung ihrer Mitten, oder die Summe ihrer halben Dicken ist nahezu gleich $(t-t')u$, wenn u die beim Austritte aus dem Trichter stattfindende Geschwindigkeit bezeichnet. Da durch die Erweiterung des Strahles sich die Grundflächen der Abtheilungen verdoppeln, so reduciren sich die Dicken auf die Hälfte, und die wirkliche Entfernung dieser Basen nach der Zeit t wird durch die Formel:

$$\tfrac{1}{2}g(t-t')(t+t')-\tfrac{1}{2}(t-t')u$$

gegeben.

Wir wollen annehmen, daß die untere Oeffnung des Trichters $0^m,5$ unter dem Niveau des obern Wassers liegt, $t-t'=0'',001$ ist, und sehen, in welcher Enrfernung e von dem Trichter die Entfernung zwischen den beiden Abtheilungen $0^m,005$ beträgt. Zuerst ist:

$$u=\sqrt{2g.0^m,5}=3^m,133,$$

und:

$$0^m,005=\frac{9^m,81}{2}0,001(t+t')-\frac{0,001\times 3^m,133}{2},$$

$$t+t'=\frac{0^m,01+0,003133}{0,00981}=1'',34,$$

$$t=\frac{1'',34+0'',001}{2}=0'',6705;$$

endlich:

$$e=\frac{9^m,81}{2}(0,6705)^2=2^m,21.$$

Wenn wir bemerken, daß das Intervall der Mitten $e - e'$ wie die Summe $t + t'$ der Fallzeiten wächst, und daß durch eine Vermehrung der Geschwindigkeit u diese Zeiten für ein bestimmtes Niedersteigen abnehmen, so wird man einsehen, wie wichtig das ist, was wir über die Höhe vorgeschrieben haben, in welcher die untere Oeffnung des Trichters liegen muß (§. **318**).

§. **321.** Die Theilchen einer und derselben Abtheilung fallen nicht gleich schnell herab, weil sich die unterhalb befindliche Luft, welche sie trennt, zu heben strebt, und mehr die einen, als die andern preßt. Es strömt daher aus der untern Oeffnung der Röhre nicht abwechselnd ein Theil Wasser und ein Theil Luft, sondern es fließt in jeder Secunde ein undefinirbares Gemisch von beiden Flüssigkeiten. Hieraus folgt, daß man die von einem Wassersäulengebläse gelieferte Quantität Luft nicht direct bestimmen kann; die Bestimmung der Eintrittsgeschwindigkeit, die des Intervalles von zwei Abtheilungen in demselben Punkte, und die der Anzahl von Intervallen, welche in **1**″ hindurchgehen, würden ein Resultat geben, welches sich so weit von der Wirklichkeit entfernte, daß men es nicht einmal als eine Annäherung betrachten könnte.

Man hat daher experimental das Verhältniß bestimmen müssen, welches zwischen der Quantität Wirkung, die der durch die Düse ausgeströmten Luft mitgetheilt ist, und der Arbeit des bewegenden Wassers stattfindet, um aus der verbrauchten Füssigkeit das Volumen des hervorgebrachten Gases berechnen zu können. Aus den zahlreichen Versuchen, welche Thibaud und Tardy zu diesem Zwecke an dieser Art von Gebläsen in den Pyrenäen angestellt haben, und aus denen, welche d'Aubuisson an denselben und an andern bessern und den ersten ähnlichen Maschinen angestellt hat, und welche Resultate sich einander sehr nähern, geht hervor, daß das Verhältniß des nützlichen Effectes zu der geleisteten Arbeit gewöhnlich **0,1** beträgt, und daß es bei gut proportionirten und gut construirten Apparaten bis auf **0,15** steigen kann.

Wir wollen folglich durch H die verticale Entfernung des Niveaus des durch den Abflußkanal entweichenden Wassers von dem im Zuführungskanale, durch h die Entfernung der untern Oeffnung des Trichters von demselben Niveau, durch A die in Quadratmetern ausgedrückte Fläche dieser Oeffnung, durch a die des kleinen Kreises der Düse, durch u_1 die Geschwindigkeit der Luft beim Austritte, durch δ das Gewicht eines Cubikmeters dieser Flüssigkeit bezeichnen. Die ausgeflossene Wassermenge wird nach (§. **131**) durch den Ausdruck $C'' A \sqrt{2gh}$ bestimmt; das Gewicht dieses Volumens ist folglich gleich $\mathbf{1000}^{kg} C'' A \sqrt{2gh}$; die Arbeit des Bewegers ist in **1**″ gleich $\mathbf{1000}^{kg} C'' A H \sqrt{2gh}$; das in derselben Zeit durch die Düse ausgeströmte Volumen Luft ist nach (§. **287**) gleich mau_1, dessen Masse gleich $\frac{mau_1 \delta}{g}$ ist, und welches eine Quantität Wirkung

$$\frac{mau_1 \delta}{g} \times \frac{u_1^2}{2} = \frac{ma\delta u_1^3}{2g}$$

besitzt. Für die gewöhnlichen Fälle sind die praktischen Formeln:

$$\frac{ma\delta u_1^3}{2g} 100^{kg} C'' A H \sqrt{2gh},$$

und für die Fälle des größten Effectes:

$$\frac{ma\delta u_1^3}{2g} = 150^{kg} C'' A H \sqrt{2gh}.$$

Die Größe δ bestimmt man außerdem durch die Formel:

$$\delta = \frac{1^{kg},3 + 1^{kg},713c}{1 + 0,004t}$$

in §. 292, oder man nimmt für diese Größe den Werth $1^{kg},3$ an, welcher sehr wenig von der Wirklichkeit abweicht.

§. 322. In (§. 312) haben wir 0,686 für das Verhältniß zwischen dem Nutzeffecte eines Cylindergebläses und der Arbeit des Bewegers gefunden. Das Wassersäulengebläse steht also weit unter demselben; seine Unvortheilhaftigkeit wird selbst noch größer, wenn der Fall geringer als 6^m, ist, denn es liefert alsdann wenig Luft, und bringt einen Effect hervor, welcher weit unter 0,1 der geleisteten Arbeit liegt. Wenn jedoch der Fall groß und das Wasser im Ueberfluß da ist, so muß man das Wassersäulengebläse allen andern Gebläsen vorziehen; es ist sehr einfach und sehr leicht zu construiren; es erfordert wenig Sorgfalt, wenig Anlage- und Unterhaltungskosten; seine Wirkung wird sehr leicht regulirt oder moderirt vermittelst durchbrochener Spunde, welche die Luft mehr oder weniger verringern; endlich genügt es, mehrere Röhren auf denselben Kasten zu bringen, um von einer einzigen Düse so viel Wind zu erhalten, als der ganze Ofen erfordert, worin man Holzkohlen verbraucht.

Man macht dieser Art von Gebläsen den Vorwurf, daß sie einen Wind liefern, welcher für metallische Arbeiten schädlich ist, weil er eine sehr große Quantität Wasserdampf enthalten muß; jedoch ist bis jetzt noch nicht bewiesen, daß die feuchte Luft schädlich auf die Qualität des Eisens oder auf die durch ein bestimmtes Gewicht Kohlen hervorgebrachte Quantität desselben einwirkt; und die Versuche von Thibaud und Tardy beweisen, daß die in der Luft aus einem solchen Gebläse enthaltene Masse Wasser nicht viel bedeutender ist, als die desselben Volumens atmosphärischer Luft; das Entgegengesetzte kömmt sogar sehr oft vor.

§. 323. In dem Gebläse von Rancié, welches, wie alle andern in den Pyrenäen, fehlerhaft ist, hat der untere Durchmesser des Trichters eine Größe von $0^m,15$ und liegt $0^m,64$ unter dem Niveau des Zuflußkanales; der gesammte Fall beträgt $8^m,61$. Wir wollen annehmen, daß der Durchmesser der großen Basis des Trichters die kleine um $\frac{1}{4}$ übertrifft (§. 131), und daß die conische Düse (§. 291) einen Durchmesser von $0^m,03$ habe, so haben wir:

$$C'' = 0{,}8,\ m = 0{,}94,\ A = \frac{\pi\,(0^m{,}15)^2}{4} = 0^{mm}{,}0177,$$

$$a = \frac{\pi\,(0^m{,}03)^2}{4} = 0^{mm}{,}0007.$$

Die erste Formel in §. 321 giebt:

$$u_1 = \left\{ \sqrt[3]{\frac{2 \times 9^m{,}81 \times 100^{kg} \times 0{,}8 \times 0^{mm}{,}0177 \times 8^m{,}61 \sqrt{(2 \times 9^m{,}81 \times 0^m{,}64)}}{0{,}94 \times 0^{mm}{,}0007 \times 1^{kg}{,}3}} \right\} = 99^m{,}696,$$

und für die in 1″ nach dem Ofen geleitete Quantität Luft findet man:

$$mau_1 = 0{,}94 \times 0^{mm}{,}0007 \times 99^m{,}696 = 0^{mc}{,}0656.$$

§. **324.** Auf dem Harze existirt in einer Hütte ein Gebläse, welches aus einem Paternosterwerke besteht, ähnlich demjenigen, welches man zum Heben des Wassers anwendet. Die Kette ohne Ende *ABCLA* (Fig. 10. Taf. V) enthält die Mittelpunkte der quadratischen Platten *B*, welche sie trägt, und geht über eine Welle *D* mit 6 Armen, die sich um zwei Zapfen drehen kann. In dem Augenblicke, wo jede Platte vor das Gerinne *E* kommt, geht sie in eine hohle am untern Ende etwas gekrümmte Röhre *F*, empfängt eine Masse Wasser, welche aber nicht die ganze Capacität des zwischen den Wänden derselben und zwei auf einander folgenden Schaufeln gebildeten Raumes einnimmt, geht unter der Wirkung dieser Belastung nieder, comprimirt die Luft, welche die vorhergehende Platte über dem Wasser eines Behälters *G* gelassen hat, indem sie sich hineintaucht, giebt dem elastischen Fluidum die Spannung, welche dasselbe in dem Regulator *H* besitzt, nöthigt dasselbe, durch die Oeffnung *J* hineinzudringen, wodurch natürlich eine eben so große Masse Luft durch die Windröhre *K* austreten muß; dann geht diese Schaufel ihrer Seits unter das Wasser des Raumes *G*, um bald wieder zu der Welle *D* hinaufzusteigen. Folglich ist das Paternosterwerk zugleich das erzeugende Mittel uud die bewegende Maschine des Gebläses.

Die Platten müssen den hohlen Raum dicht verschließen, damit die auf ihnen liegende Wassermasse nicht abnimmt und die unter jeder Platte befindliche Luft nicht wieder zu dem Gerinne aufsteigen kann. Sie reiben sich folglich an den Wänden, wie ein Kolben an den Wänden des Cylinders eines Cylindergebläses.

Die Querschnitte der Röhre unterhalb der Oeffnung *I* sind etwas größer, als oberhalb, damit sich die Platten daselbst nicht reiben, und damit das in dem Raume *G* befindliche Wasser durch den Zwischenraum in die Höhe steigt, und beständig eine Fläche bildet, an welcher die Compression der bewewegten Luft stattfindet.

Endlich hat das Wasser in dem Raume *G*, welches immer unter der Oeffnung *I* in dem Raume *F* steht, außerhalb ein Niveau,

welches um eine Größe höher ist, durch welche das Gleichgewicht zwischen dem atmosphärischen Drucke und dem Drucke im Regulator hergestellt wird, so daß der Raum G und der untere Theil von F zusammen ein wirkliches Wassermanometer bilden.

§. **325.** Zur Aufstellung der Relation zwischen der Arbeit des Bewegers und dem Nutzeffecte sei u die Geschwindigkeit des Wassers beim Austritte aus dem Gerinne, M die in 1″ gelieferte Wassermasse, u' die constante Geschwindigkeit des Paternosterwerkes, l der zwischen zwei auf einander folgenden Schaufeln enthaltene Theil der Kette, d der Querschnitt der Röhre F, c' die Differenz des Niveaus in der Röhre und dem Gefäße G, oder die manometrische Höhe, welche den Druck in dem Reservoir angiebt, a die Oeffnung der conischen Düse in Quadratmetern, u die Geschwindigkeit der Luft beim Austritte, h der Fall, wenn die Maschine still steht, d. h. die verticale Entfernung des Gerinnes von dem gemeinschaftlichen Niveau, welches sich alsdann in dem Gefäße und in der Röhre herstellt, R die Länge der Arme des Rades von der Axe der Welle aus, und r der Halbmesser der Zapfen.

Sobald die Bewegung des Paternosterwerkes gleichförmig geworden ist, bleibt die Differenz c' des Niveaus beständig dieselbe, das Gefälle ist gleich $h+0{,}5c'$, und der Beweger kann in der Secunde eine Quantität Wirkung:

$$\frac{Mu^2}{2}+Mg(h+0{,}5c')$$

hervorbringen. Jedoch geht durch den Stoß der Masse M gegen die Platten, welcher vermöge der relativen Geschwindigkeit $u-u'$ stattfindet, in der Secunde eine Quantität Wirkung $=\frac{M(u-u')^2}{2}$ verloren. Die wahre Kraft des Bewegers ist also blos:

$$\frac{Mu^2}{2}-\frac{M(u-u')^2}{2}+Mg(h+0{,}5c').$$

Da die beiden ersten Glieder dieses Ausdruckes auf $M(u-u')u'+\frac{Mu'^2}{2}$ hinauskommen, welches die Summe der Quantität Wirkung $\frac{Mu'^2}{2}$, die das Wasser nach dem Stoße noch besitzt, und derjenigen ist, welche von der den Platten durch die Masse M ertheilten Quantität Bewegung $M(u-u')$ herrührt, so ist die Nutzbarkeit des Bewegers in jeder Secunde:

$$M(u-u')u'+\frac{Mu'^2}{2}+Mg(h+0{,}5c'),$$

welche der gesammten durch die verschiedenen Widerstände in der-

selben Zeit verbrauchten Quantität Wirkung gleich sein muß. Diese Widerstände bestehen aus der Reibung der Platten an den Wänden der Röhre, aus der Kraft, welche nöthig ist, um die Spannung der in jedem Intervalle enthaltenen Luft auf die Spannung der Luft im Regulator zu bringen, aus der Kraft, welche nöthig ist, um die elastische Flüssigkeit aus dem zweiten Raume in den ersten zu bringen, aus dem Hindernisse, welches das Wasser des Gefäßes der Bewegung der untergetauchten Platten entgegensetzt, und endlich aus der Reibung der Zapfen.

§. **326.** Wenn ein Kolben seine daran sitzende Stange wegschieben muß, so muß er, um nicht schief zu gehen, nach §. **309** eine Dicke fd haben; jedoch genügt nach Tregold's Angaben eine Dicke von $0{,}4\,fd$, wenn sie gezogen wird. Da nun die Platten beständig niedergehen, und bei ihrer Wirkung als Kolben die Kette, welche die Stelle der Kolbenstange vertritt, ziehen, so ist die reibende Fläche einer jeden Platte gleich $0{,}4fd\times 4d = 1{,}6f\,d^2$, und für n zu gleicher Zeit in der Röhre befindliche Platten ist sie gleich $1{,}6nf\,d^2$.

Die zusammengedrückte Luft strebt sich vermöge ihrer Spannung, welche gleich:

$$1000^{kg}\,c' + 13598^{kg}\times 0{,}76$$

ist, in die Höhe zu bewegen. Da es zur Verhinderung des Durchdringens der Luft genügt, wenn der Seitendruck einer Platte **0,1** von dem Drucke auf die Grundfläche beträgt, so ist die Reibung auf die Einheit der Fläche:

$$0{,}1f\,(1000^{kg}\,c' + 10334^{kg}{,}48),$$

und die Quantität Wirkung, welche für n Platten in jeder Secunde erforderlich ist, beträgt:

$$0{,}1f\,(1000^{kg}c' + 10334^{kg}{,}48)\,1{,}6\,nfd^2u' = (100^{kg}\,c' + 1033^{kg}{,}448)\times 1{,}6\,nf^2\,d^2\,u'.$$

§. **327.** In (§. **304**) haben wir gefunden, daß zur Veränderung der Spannung p' eines gewissrn Volumens Luft V in eine andere sich auf das Volumen V' beziehende Spannung eine Arbeit

$$2{,}3026\,p'\,V\,Log\,\frac{V}{V'}$$

erforderlich ist. Bezeichnet nun l' die Höhe des Wassers in jedem Intervalle, so ist $V = d^2\,(l - l')$ das Volumen, welches man auf die Spannung des Regulators bringen muß. Da diese Luft nicht mehr mit der Atmosphäre in Berührung steht, so drückt sie blos durch ihr Gewicht, welches für jede Flächeneinheit der Basis gleich

$$1^{kg}{,}3\,d^2\,(l - l') \text{ oder } 1^{kg}{,}3\,(l - l')$$

ist. Dieses würde also auch ungefähr der Druck sein, welchen sie auf ein mit dem untern Theile in Verbindung gebrachtes Barometer ausüben würde. Da der Druck in der obern Schicht Null ist, indem sie nicht zusammengedrückt ist, und also auch keine Kraft in sich besitzt, so findet man für den Ausdruck der mittlern Spannung:

$$p' = \frac{1^{kg},3\,(l-l')}{2}.$$

Außerdem hat man:

$$V : V' = 1000^{kg}\,c' + 13598^{kg} \times 0,76 : \frac{1^{kg},3(l-l')}{2},$$

folglich ist:

$$Log\,\frac{V}{V'} = Log\,\frac{1000\,c' + 10334,48}{0,65\,(l-l')},$$

und die Arbeit, welche nöthig ist, die Luft eines einzigen Intervalles auf die im Regulator stattfindende Spannung zu reduciren, ist gleich:

$$2,3026 \times 0^{kg},65\,(l-l')\,d^2\,(l-l')\,Log\,\frac{1000\,c' + 10334,48}{0,65\,(l-l')};$$

auf die zweite reducirt, verwandelt sie sich in:

$$\frac{(n-1)\,u'}{h + 0,5c'}\,2,3026 \times 0^{kg},65\,d^2\,(l-l')^2\,Log\,\frac{1000\,c' + 10334,48}{0,65\,(l-l')};$$

denn $\frac{h + 0,5\,c'}{u'}$ drückt die Zeit aus, welche der in der Röhre befindliche Theil des Paternosterwerkes gebraucht, um vor die Oeffnung des Regulators zu gehen, und da dieser Theil $n-1$ Intervalle enthält, so ist die Anzahl der in 1″ vor dieselbe Oeffnung tretenden Intervalle:

$$(n-1) : \frac{h + 0,5\,c'}{u'} = \frac{(n-1)\,u'}{h + 0,5\,c'}.$$

§. 328. Der Gesammtdruck, welchen das bewegende Wasser ausüben muß, um die Luft aus einem Intervalle in den Regulator zu bringen, ist offenbar gleich $1000\,c'\,d^2$, weil die atmosphärische Luft auf beide Seiten des Kolbens wirkt. Der Weg, auf welchem diese Kraft ausgeübt ist, ist der Höhe des Volumens V', d. h.

$$(l-l')\,\frac{0,65\,(l-l')}{1000\,c' + 10334,48} = \frac{0,65\,(l-l')^2}{1000\,c' + 10334,48}$$

gleich. Die für ein Intervall nöthige Quantität Wirkung ist folglich:

$$1000\,c'\,d^2\,\frac{0{,}65\,(l-l')^2}{1000\,c'+10334{,}48},$$

welches für 1″ giebt:

$$1000\,c'\,d^2\,\frac{0{,}65\,(l-l')^2}{1000\,c'+10334{,}48}\times\frac{(n-1)\,u'}{h+0{,}5\,c'}.$$

§. 329. Jede durch das Wasser des untern Gefäßes gehende Platte ertheilt der Elementarmasse dM' während der Zeit dt ihre Geschwindigkeit u', oder eine Quantität Bewegung $u'\,dM'$, und hieraus entsteht eine eben so große Reaction gegen die vordere Fläche. Die Basis des Volumens dM' ist aber d^2 und die Länge desselben du'; diese Wassermasse ist folglich gleich $\frac{1000^{kg}\,d^2\,du'}{g}$, ihr elementarer Widerstand gleich $\frac{1000^{kg}\,d^2}{g}u'\,du'$, und da sich die Geschwindigkeit u' nicht verändert, so hat der constante Widerstand, welcher sich der Bewegung einer Platte während einer beliebigen endlichen Zeit entgegenstellt, zum Ausdrucke:

$$\int\frac{1000^{kg}\,d^2}{g}u'\,du'=\frac{1000^{kg}\,d^2\,u'^2}{2g}.$$

Jedoch ist dieser theoretische Werth zu gering, weil er unabhängig von den Geschwindigkeitsverlusten aufgestellt ist, welche durch die Stöße hervorgerufen werden, die mit der Ertheilung der elementaren Quantitäten Bewegung $u'\,d'M'$ verbunden sind, und weil bei der Bewegung durch das Wasser der Druck vor der Platte bedeutender wird, als hinter derselben. Die Versuche haben gezeigt, sagt Navier, daß für Prismen, welche ihrer Länge nach in einem ruhenden Wasser bewegt werden, der Correctionscoefficient 1,2 beträgt, wenn die Länge des Prismas gleich der Quadratwurzel aus der Basis ist, und 1,1, wenn sie größer ist als diese Wurzel; denn die Differenz ist um so kleiner, je länger der Körper ist. Da nun die Dicke fd der Platte geringer als $\sqrt{d^2}$ ist, so kann man wenigstens hier 1,3 annehmen. Es folgt also $\frac{1300^{kg}\,d^2\,u'^2}{2g}$ für den constanten Widerstand, welchen das Wasser in dem Behälter der Bewegung jeder Platte entgegensetzt, $\frac{650^{kg}\,n'\,d^2u'^2}{g}$ für den Widerstand der auf einmal eingetauchten n' Platten, und $\frac{650^{kg}\,n'\,d^2u'^3}{g}$ für die in jeder Secunde absorbirte Quantität Wirkung.

§. 330. Die Belastung der Zapfen besteht aus dem Gewichte P des Paternosterwerkes und des Rades, und dem Gewichte

$Mg\frac{h+0{,}5c'}{u'}$ des in der Röhre enthaltenen Wassers; jedoch muß der Druck der Luft des Regulators auf die untere Fläche der zusammendrückenden Platte davon abgezogen werden. Nimmt man ihn daher als beständig gleich $1000c'd^2$ an, so findet man für die Reibung der Zapfen:

$$f'\left(P+Mg\frac{h+0{,}5c'}{u'}-1000\,c'd^2\right),$$

weil der Widerstand des Wassers in dem Behälter sie nicht bemerklich verändern kann, indem derselbe von unten nach oben auf die niedergehenden Platten und von oben nach unten auf die aufgehenden Platten wirkt. Nun ist aber der Weg eines beliebigen Punktes der Fläche der Zapfen offenbar in 1″ gleich $\frac{u'}{R}r$. Die durch ihre Reibung verbrauchte Quantität Arbeit ist folglich:

$$\frac{f'ru'}{R}\left(P+Mg\frac{h+0{,}5c'}{u'}-1000\,c'd^2\right)$$

und endlich ist die Gleichung der Maschine:

$$M(u-u')u'+\frac{Mu'^2}{2}+Mg(h+0{,}5c')=(100^{kg}c'+1033^{kg},448)1{,}6nf^2d^2u'$$
$$+\frac{(n-1)u'}{h+0{,}5c'}2{,}3026\times0{,}65\,d^2(l-l')^2\,Log\frac{1000c'+10334{,}48}{0{,}65(l-l')}$$
$$+1000c'd^2\frac{0{,}65(l-l')^2}{1000c'+10334{,}48}\times\frac{(n-1)u'}{h+0{,}5c'}+\frac{650n'd^2u'^3}{g}$$
$$+\frac{f'ru'}{R}\left(P+Mg\frac{h+0{,}5c'}{u'}-1000c'd^2\right)\quad\text{(I)}.$$

Zur Bestimmung von l' hat man außerdem die Relation:

$$l'=\frac{Mg}{1000\,d^2}\times\frac{h+0{,}5c'}{(n-1)u'};$$

denn das Volumen $l'd^2$ des in einem Intervalle enthaltenen Wassers ist der Quotient des Volumens $\frac{Mg}{1000^{kg}}$, welches in 1″ aus dem Gerinne fließt, dividirt durch die Anzahl $\frac{(n-1)u'}{h+0{,}5c'}$ von Intervallen, welche in derselben Zeit vor dem Gerinne hindurch gehen.

Die Zahl n ergiebt sich aus der einleuchtenden Gleichheit:

$$(n-1)l+nfd=h+0{,}5c',$$

welche:

$$n=\frac{l+h+0{,}5c'}{l+fd}$$

giebt.

Was die Länge der Arme des Rades anbetrifft, so wird sie durch die Formel:

$$R=l+fd$$

gegeben. Denn es ist in der That R oder AD der Seite des durch die Endpunkte der Arme gebildeten regelmäßigen Sechseckes gleich; AL ist gleich NAO, gleich der Entfernung zwischen den Mitten der Platten, damit jede über das Rad gehende Platte genau nach der Halbirungslinie des zwischen zwei auf einander folgenden Armen eingeschlossenen Winkels liegt und:

$$NAO=l+2\frac{fd}{2}=l+fd.$$

§. **331.** Wir müssen nun noch eine Relation zwischen der Geschwindigkeit u' des Paternosterwerkes und der Geschwindigkeit u_1 der Luft beim Austritte und der Düse aufstellen. Nun ist aber das in jedem Intervalle bei dem atmosphärischen Drucke enthaltene Volumen Luft gleich $d^2(l-l')$, und da die Anzahl der in $1''$ vor die Oeffnung des Regulators tretenden Intervalle $\frac{(n-1)u'}{h+0{,}5c'}$ ist, so liefert die Maschine in derselben Zeit ein Volumen Luft gleich:

$$d^2(l-l')\frac{n-1}{h+0{,}5c'}u'.$$

Die aus der Düse tretende Luft kann als eine Spannung habend angenommen werden, welche der der Atmosphäre gleich ist, und ihr Volumen in $1''$ ist nach (§. **291**) gleich $0{,}94\,au_1$. Folglich ist wegen der Verluste:

$$d^2(l-l')\frac{n-1}{h+0{,}5c'}u'=0{,}94\,au_1 \qquad \text{(II)}.$$

Endlich erhält man aus der Gleichung (II) in (§. **287**)

$$u_1=\sqrt{\frac{2g\times 1000c}{\delta}}, \qquad \text{(III)}.$$

wo δ das Gewicht eines in dem Regulator enthaltenen Cubikmeters Luft bezeichnet, wofür wir in (§. **292**) den Werth

$$\delta = p\,\frac{0{,}000126}{1+0{,}004\,t}$$

gefunden haben. Da der Druck $p = 1000\,c' + 10334{,}48$ ist, so hat man:

$$\delta = \frac{1^{kg},3 + 0^{kg},126\,c'}{1+0{,}004\,t} \qquad \text{(IV)},$$

für die vierte der Gleichungen, aus denen man eine der vier Größen u, u', c', u_1, δ bestimmen kann, wenn die fünfte gegeben ist. In der That müßte man eine Gleichung des dritten Grades auflösen, wenn zur Bestimmung von u' blos u bekannt wäre; jedoch ist ein solcher Fall sehr selten oder wenigstens kömmt es nicht vor, weil man immer weiß, mit welcher Geschwindigkeit die Luft aus einem anzulegenden Gebläse ausströmen muß.

§. **332.** Das Paternostergebläse auf dem Harze liefert nach dem Ofen in der Secunde $1^{mc},29$ Luft von einer Geschwindigkeit $u_1 = 71^m,667$. Nach einer unvollständigen Beschreibung kann man annehmen, daß:

$$h = 9^m,974, l = 3^m,105, d = 1^m,36, f = 0{,}15, u' = 0^m,785$$
$$r = 0^m,02, f' = 0{,}08 \text{ und } n' = 4$$

ist. Zur Vervollständigung dieser Daten wollen wir die Temperatur in der Düse gleich $t = 30^o$ annehmen.

Die Gleichung (IV) giebt:

$$\delta = \frac{1^{kg},3 + 0^{kg},126\,c'}{1{,}12}$$

und die Gleichung (III):

$$\delta = \frac{2 \times 9^m,81 \times 1000^{kg}\,c'}{(71{,}667)^2}.$$

Hieraus folgt:

$$c' = \frac{1^{kg},3\,(71^m,667)^2}{19^m,62 \times 1{,}12 \times 1000^{kg} - 0{,}126\,(71^m,667)^2} = 0^m,313,$$

$$h + 0{,}5\,c' = 9^m,974 + 0{,}5 \times 0{,}313 = 10^m,131,$$

$$n = \frac{3^m,105 + 10^m,131}{3^m,105 + 0{,}15 \times 1^m,36} = 4;$$

die Gleichung (II) verwandelt sich in:

$$(1^m,36)^2\,(l - l')\,\frac{3 \times 0^m,785}{10^m,131} = 0{,}94\,a u_1 = 1^{mc},29;$$

folglich ist:

$$l - l' = \frac{1^{mc},29 \times 10^{m},131}{(1^{m},36)^2 \times 2^{m},355} = 3^{m}.$$

Mithin ist:

$$l' = l - 3^{m} = 3^{m},105 - 3^{m} = 0^{m},105 = \frac{M \times 9^{m},81 \times 10^{m},131}{1000^{kg}\, d^2 \times 2^{m},355},$$

$$M = \frac{0,105 \times 1000\,(1,36)^2 \times 2,355}{9,81 \times 10,131} = 4,602,$$

und das Volumen Wasser, welches in 1″ aus dem Gerinne fließen muß, ist gleich:

$$X = \frac{Mg}{1000^{kg}} = \frac{4,602 \times 9^{m},81}{1000^{kg}} = 0^{mc},045,$$

welche Größe der Consumtion der Maschine genau gleich ist.

Wir wollen u aus der Gleichung (I) ableiten. Das erste Glied giebt:

$$M(u-u')u' = 4,602 \times 0^{m},785u - 4,602\,(1^{m},785)^2 = 3^{kg},613u - 2^{k},836;$$

das zweite Glied giebt:

$$\frac{Mu'^2}{2} = \frac{4,602\,(0^{m},785)^2}{2} = 1^{kg},418;$$

das dritte Glied giebt:

$$Mg\,(h + 0,5c') = 4,602 \times 9^{m},81 \times 10^{m},131 = 457^{kg},37.$$

Die erste Seite ist folglich gleich:

$$3^{kg},613u - 2^{k},836 + 1^{kg},418 + 457^{kg},37, \text{ oder } 3^{kg},613\,u + 455^{kg},952.$$

Die in 1″ von der Reibung der Platten consumirte Arbeit ist:

$$(100^{kg} \times 0,313 + 1033^{kg},448)1,6 \times 4(0,15)^2(1,36)^2 \times 0^{m},785 = 222_{k},616.$$

Die zur Veränderung der Spannung der Luft erforderliche Arbeit ist in jeder Secunde:

$$\frac{3 \times 0,785}{10,131}\, 2,3026 \times 0,65(1,36)^2 \times 9\, Log\, \frac{1000 \times 0,313 + 10334,48}{0,65 \times 3}$$

$$= 21^{k},644.$$

Die Arbeit, welche erforderlich ist, die Luft in den Regulator zu bringen, ist in jeder Secunde:

$$1000\times0{,}313\,(1{,}36)^2\,\frac{0{,}65\times9\times3\times0{,}785}{(1000\times0{,}313+10334{,}48)10{,}131}=0^k{,}074.$$

Die Arbeit, welche der Widerstand des Wassers in dem Behälter erfordert, ist in jeder Secunde:

$$\frac{650\times4\,(1{,}36)^2(0{,}785)^3}{9{,}81}=237^{kg}{,}133.$$

Zum specifischen Gewichte der Platten wollen wir das des gewöhnlichen Eichenholzes, welches nicht trocken ist, d. h. 1000^{kg} für den Cubikmeter nehmen. Da jede Platte ein Volumen von $d^2\times fd=fd^3$ hat, so ist ihr Gewicht $1000^{kg}\times0{,}15\,(1{,}36)^2$; das Paternosterwerk enthält 19 Platten; das Gewicht der Kette kann etwa gleich der Hälfte von diesem oder gleich dem von 10 Platten und das Rad gleich dem von 11 Platten angenommen werden. Folglich ist:

$$P=40\times1000^{kg}\times0{,}15\,(1{,}36)^3=15092^{kg}{,}74;$$

die Arbeit, welche die Reibung der Zapfen erfordert, ist in jeder Secunde:

$$\frac{0{,}08\times0{,}02\times0{,}785}{3{,}309}\left[15092{,}74+4{,}602\times9{,}81\,\frac{10{,}131}{0{,}785}-\right\}=5^k{,}73,$$

$$\left.1000\times0{,}313\,(1{,}36)^2\right]$$

weil

$$R=l+fd=3^m{,}105+0{,}15\times1^m{,}36=3^m{,}309$$

ist, und die Gleichung (I) giebt:

$$3^k{,}613u+455^k{,}952=222^k{,}616+21^k{,}644+0^k{,}074+237^k{,}133$$
$$+5_k{,}73=487^k{,}217;$$

ferner die Geschwindigkeit

$$u=\frac{487^k{,}217-455^k{,}952}{3^{kg}{,}613}=8^m{,}653,$$

welcher die Fallhöhe

$$h'=\frac{u^2}{2g}=\frac{(8^m{,}653)^2}{19^m{,}62}=3^m{,}816$$

entspricht. Der Gesammtfall ist folglich:

$$h+h'=9^m{,}974+3^m{,}816=13^m{,}79,$$

und der Beweger kann in jeder Secunde eine Quantität Arbeit von

$$Mg(h+h') = 45^{kg} \times 13^{m},79 = 620^{kg},55$$

leisten. Nun ist aber die Quantität Arbeit, welche die Luft bei ihrer Ankunft in dem Ofen besitzt, blos:

$$\frac{1^{kg},3 \times 1^{mc},29}{9^{m},81} \times \frac{(71^{m},667)^2}{2} = 439^{k},01.$$

und beträgt höchstens 0,71 von der ersten. Folglich geht durch das Spiel der Maschine 0,29 von der Energie des Bewegers verloren.

Dampfmaschinen.

§. 333. Diejenigen Arbeitsmaschinen, welche durch Pferde oder durch das Wasser bewegt werden, können auch durch den Dampf in Bewegung gesetzt werden. Man braucht sie nur mit einer bewegenden Maschine zu verbinden, welche geeignet ist, die Quantität Wirkung, deren das elastische Fluidum fähig ist, zu empfangen und zu übertragen. Diese bewegenden Maschinen heißen Dampfmaschinen; ihre Vollkommenheit hängt von dem Verhältnisse der Quantität Brennmaterial, welche zum Verdampfen des Wassers und zur Erhaltung einer bestimmten Spannung gebraucht ist, zu der Arbeit ab, welche der Receptor in derselben Zeit verrichten kann.

Ehe wir die allgemeine Formel des Verhältnisses aufstellen, vermittelst deren man den Werth der Dampfmaschinen beurtheilen kann, wollen wir erst die jetzt gebräuchlichen umständlich beschreiben, und dann ihre wichtigsten Theile im Detail durchgehen.

Die Dampfmaschinen sind von drei verschiedenen Arten: die des Systemes von Watt, die des Systemes von Wolf und die Locomotiven. Alle haben einen Feuerraum, worin man mittelst Steinkohlen, oder Cooks, oder Holz das Wasser eines Kessels erhitzt, dasselbe in elastische Flüssigkeit verwandelt, und auf eine solche Temperatur bringt, welche ihr eine gewisse Spannung giebt, vermittelst welcher sie einen bestimmten Druck ausüben kann.

Watt'sche Dampfmaschinen.

§. 334. Der Haupttheil einer Watt'schen Dampfmaschine ist ein Cylinder *C*, in welchem ein Kolben *D* (Fig. 11. Taf. V) auf- und niedergeht. An diesem Kolben sitzt eine Stange *DE*, welche durch eine am obern Deckel des Cylinders sitzende Stopfbüchse geht, und dann mit einem Balancier *EF* in Verbindung gebracht ist, dessen Axe *G* ein indifferenter Gleichgewichtsmittelpunkt ist. Am andern Ende des Balanciers sitzt eine Bläuelstange *FH*, welche die

Kurbel *HIK* und mit dieser die Welle *KL* der Räder der Arbeitsmaschine in Bewegung setzt. Gewöhnlich bringt man auf diese Welle ein Schwungrad *M*, um dadurch der Kurbel eine constante Geschwindigkeit zu ertheilen, weil sie keine Wirkung von dem Balancier in dem Augenblicke erhält, wo das Auf- oder Niedersteigen vollendet ist.

Der Kolben ist der wirkliche Receptor der Maschine, weil er durch die Wirkung des Dampfes seine auf- und niedersteigende Bewegung erhält; der Dampf geht von dem durch den Ofen *B* erheitzten Kessel *A* aus, und gelangt durch die Röhre *N* zur untern Basis des Cylinders, wenn der Hahn oder der Schieber *O* geöffnet ist. Der Kolben folgt dem Drucke der Flüssigkeit, und erhebt sich alsdann; hierauf schließt sich der Hahn *O* entweder am Ende des Aufsteigens, oder schon vorher; in diesem zweiten Falle wird jedoch der Receptor durch die Expansivkraft des Dampfes noch vorwärts getrieben, welcher sich vermöge der noch darin enthaltenen Wärme ausdehnt.

Wenn der Kolben seine höchste Stellung *D'* erreicht hat, so öffnet sich der Hahn *P*, und der Dampf wirkt über *D'*. Jedoch würde das Niedersteigen nicht vor sich gehen können, wenn sich nicht zu gleicher Zeit der Hahn *Q* öffnete, durch welchen das Ausströmen des bei dem Aufsteigen wirksam gewesenen Dampfes durch die Röhre *R* gestattet ist. Diese Röhre führt denselben in den Condensator *S*, worin beständig ein Strahl kalten Wassers sprudelt, welches durch die Röhre *T* herzuströmen muß. Der beim Aufsteigen wirsam gewesene Dampf verwandelt sich also in *S* wieder zu Wasser, der noch im Cylinder *C* befindliche Dampf verliert seine Spannung, und dem Niedergehen des Kolbens steht kein Hinderniß mehr entgegen. Sobald er in eine gewisse Entfernung von der Lage *D'* gekommen ist, schließt sich der Hahn *P*, um den Dampf durch seine Expansivkraft wirken zu lassen.

Der Receptor nimmt endlich seine erste Lage wieder ein; der Hahn *O* öffnet sich alsdann von neuem; aber zu gleicher Zeit öffnet sich auch der Hahn *U*, um dem Dampfe einen Ausgang zu verschaffen, welcher das Niedersteigen bewirkt hat; er entweicht also in den Condensator, während derjenige, welchen der Hahn *O* einströmen läßt, einen zweiten Aufgang des Kolbens bewirkt.

Die abwechselnde Bewegung des Kolbens und die Rotation der Welle *KL*, welche daraus folgt, rührt also von dem gleichzeitigen Oeffnen der Hähne oder Schieber *O*, *U* und von dem der Hähne oder Schieber *P*, *Q* ab, welche beständig einander folgen.

Wolfsche Dampfmaschinen.

§. **335.** Wolf hat seinen Maschinen zwei Cylinder gegeben, um dadurch alle mögliche Ausdehnung der Flüssigkeit zu benutzen. Nachdem der Dampf den Kolben *d* (Fig. **12.** Taf. V) aufbewegt

hat, geht er durch den Hahn *Q*, aber nicht mehr wie vorhin nach dem Condensator, sondern über den großen Kolben *D'*. Er bewegt also diesen Kolben vermittelst seiner Expansion nieder, während der durch den Hahn *P* zufließende Dampf den Kolben *d'* nieder bewegt. Sobald der Niedergang der beiden Receptoren beendigt ist, geht der Dampf aus dem kleinen Cylinder durch den Hahn *U* in den untern Theil des großen Cylinders, und treibt den Kolben *D* durch seine Expansivkraft in die Höhe, während der durch den Hahn *O* einströmende Dampf denselben Effect auf *d* hervorbringt. In demselben Augenblicke öffnet sich der Hahn oder das Ventil *V*, und der Dampf des Niederganges geht aus dem großen Cylinder in den Condensator *S*. Der Dampf des Aufsteigens desselben Cylinders gelangt seiner Seits durch den Hahn *X* dahin, welcher sich zu gleicher Zeit mit *Q* und *P* öffnet.

Aber von den Hähnen *O*, *P* bleibt einer während des ganzen Aufsteigens, der andere während des ganzen Niedersteigens offen, so daß die Flüssigkeit blos in dem großen Cylinder durch Expansion wirkt. Dieser Cylinder hat einen doppelt so großen Durchmesser als der kleine und ist eben so hoch, wodurch er einen viermal so großen Inhalt hat. Dieses ist erforderlich, weil sich der Dampf nicht auf mehr als vier und ein halb mal sein ursprüngliches Volumens ausdehnen kann, ohne sich zu sehr abzukühlen, und eine Spannung anzunehmen, welche in den Maschinen wenig wirken kann. Der Erfinder hat selbst die Nothwendigkeit eingesehen, beide Cylinder mit einem dritten Cylinder *Y* zu umgeben, damit die Temperatur nicht bis zu diesem Punkte sinkt. Der aus dem Kessel tretende Dampf circulirt durch dieses Intervall, ehe er in den kleinen Cylinder eintritt, und hält alle Theile des Apparates viel wärmer. Der dritte Cylinder ist also eine Art Fortsetzung der Röhre *N*; sie mündet in denselben und die hineingeströmte Flüssigkeit geht alsdann durch die in dem Cylinder *Y* liegenden Hähne *O*, *P* über und unter den kleinen Kolben. Besser würde es jedoch sein, wenn die Röhre *N* durch diesen Cylinder ginge, um zu dem kleinen zu gelangen, und wenn die Temperatur der Wände vermittelst des Dampfes erhalten würde, welcher schon die Expansion erfahren hat, weil der aus dem Kessel kommende Dampf in dem Raume verschwächt wird, ehe er auf den kleinen Kolben wirkt.

Endlich werden die Stangen der beiden Receptoren *d*, *D* durch das Querstück *ab* verbunden, von welcher aus eine Bläuelstange *ce* nach dem Ende *E* des Balanciers *EF* (Fig. **11**) geht. Es ist hieraus ersichtlich, daß die auf den Balancier ausgeübte Wirkung weniger veränderlich als in den Wattschen Maschinen ist; denn offenbar ist der Druck auf den großen Kolben bedeutend in einem Augenblicke, wo er auf den kleinen Kolben gering ist, und der Druck des ersten vergrößert den des zweiten in dem Maße, als er selbst abnimmt.

Locomotivmaschinen.

§. **336.** Die Maschinen von Watt und Wolf sind feststehende, aber es giebt Maschinen, welche augenblicklich ihren Ort verändern, und aus diesem Grunde Locomotiven genannt werden. Diese Fähigkeit erhalten sie daher, daß sie auf Rädern ruhen, welche mit ihren Achsen verbunden sind; diese Räder sind auf ihrer cylindrischen Fläche in Form einer halben Hohlkehle abgedreht, und laufen auf eisernen Stäben, welche Schienen heißen, wenn die Kurbel ***HKL*** der Achse ***KL*** (Fig. **11.** Taf. **V**) eine Rotationsbewegung ertheilt. Die Locomotiven haben keinen Condensator; er würde zu viel Platz einnehmen, und seine Speisung würde den Transport eines zu großen Volumens Wasser erfordern. Diese Maschinen sind so schon genöthigt, ihren Vorrath an Brennmaterial und eine Menge beladener Wagen mit sich fortzuziehen. Auch entweicht der Dampf in die Luft durch den Hahn ***U*** oder ***Y*** (Fig. **12.**) während des Aufsteigens, und durch den Hahn ***Q*** oder ***X*** während des Niedersteigens, je nachdem die Locomotive nach dem Systeme von Watt oder nach dem von Wolf construirt ist; das letzte ist das allgemein vorgezogene.

In den drei Arten von Maschinen werden die verschiedenen Hähne oder Schieber durch die auf- und niedergehende Bewegung der Kolbenstange geöffnet und verschlossen; in den beiden ersten wird der Kessel durch das warme Wasser des Condensators gespeist, indem es durch die Röhre **Z** (Fig. **11**) geleitet wird, welche mit einem Hahne versehen ist, der durch einen Mechanismus um die erforderliche Größe geöffnet wird, damit das Niveau constant bleibt.

Oefen.

§. **337.** Nach dieser Beschreibung der ganzen Dampfmaschinen müssen wir im Detail jeden der erwähnten Theile durchgehen. Wir wollen es in der Ordnung vornehmen, wie sie sich von dem Kessel bis zum Condensator darbieten. Der Ofen bietet fünf verschiedene Sachen dar; das Aschenblech, den Rost, den Feuerkasten, die Züge und den Schornstein.

Das Aschenblech muß zum horizontalen Querschnitte ein Rechteck gleich dem des Rostes haben, und ein gerades Prisma bilden, dessen Höhe hinreichend ist, damit die Abfälle von dem Verbrennen des Materiales darin eine zeitlang angehäuft werden können, ohne dasselbe anzufüllen, jedoch so, daß der Boden noch stark von der Hitze des Feuers erwärmt wird; denn es gewährt eine Ersparniß an Brennmaterial, wenn die Luft erhitzt wird, ehe sie zum Verbrennen benutzt wird. Wenn dieses nicht stattfände, so müßte man offenbar eine größere Quantität Kohlen oder Holz verbrauchen, um dieselbe Temperatur zu erreichen.

Die vordere Seite des Aschenbleches ist offen, kann aber ver-

mittelst einer Thür mehr oder weniger verschlossen werden, um die Intensität der Verbrennung modificiren zu können.

§. 338. Der Rost besteht aus gußeisernen Stäben. Der Querschnitt eines jeden ist ein symmetrisches Trapez, auf dessen großer Basis das Brennmaterial ruht. Zwei auf einander folgende Stäbe sind $0^m,025$ von einander entfernt, die Summe der Intervalle beträgt den vierten Theil der Breite des Feuerraumes für Holz, und den siebenten Theil für Steinkohlen. Da m Stäbe $m+1$ Intervalle geben, so erhält man, wenn man durch b die große Basis des Trapezes in Metern bezeichnet, die Formel:

$$(m+1)\,0^m,025 = \tfrac{1}{4}[mb+(m+1)\,0^m,025]$$

und

$$(b-0^m,075)\,m = 0^m,075$$

zur Bestimmung der Breite oder der Anzahl der Stäbe, wenn die eine oder andere dieser Größen bekannt ist, wenn man Holz brennt. Für Steinkohlen findet man:

$$(m+1)\,0^m,025 = \tfrac{1}{7}[mb+(m+1)\,0^m,025]$$

und

$$(b-0^m,15)\,m = 0^m,15.$$

Die Intervalle der Stäbe betragen nur $0^m,025$, weil die Steinkohlenstückchen höchstens die Größe eines Eies haben dürfen, wenn sie ein gleichförmiges Feuer hervorbringen sollen, und wenn man Holz brennt, so dürfen die Kohlen nur dann auf den Boden des Aschenbleches fallen, wenn sie schon sehr klein sind.

Der Rost hat eine Länge, die dem dritten Theile von der des Kessels gleich ist, und eine Oberfläche von so viel mal $0^{mm},062$ bis $0^{mm},077$, als die Anzahl der Pferdekräfte, welche die Maschine besitzen soll. Seine Entfernung von dem concaven Boden des Kessels, oder die Höhe des Ofens beträgt für Steinkohlen $0^m,3$ bis $0^m,4$; dieses Brennmaterial muß außerdem in Lagen von $0^m,05$ bis $0^m,06$ geschichtet werden. Wenn man Holz brennt, so beträgt die Höhe des Ofens $0^m,5$ bis $0^m,6$, und die Holzscheiter liegen parallel die einen über den Intervallen der andern, damit die Luft nicht durchströmt, ohne den größten Theil ihres Sauerstoffes abgegeben zu haben. In beiden Fällen sind die langen Seiten des Rostes ungefähr um die Hälfte der Höhe des Feuerraumes von dem Kessel entfernt.

§. 339. Der erste Zug fängt am Ende des Rostes an; seine untere Fläche liegt $0^m,15$ über den Stäben für Steinkohlen, und doppelt so hoch für Holz; seine Oeffnung beträgt nahe zu $\frac{1}{8}$ der horizontalen Fläche des Feuerraumes. Am hintern Theile des Kessels biegt er sich um, steigt in die Höhe, geht horizontal wieder nach vorn, indem er sich an dem tiefsten Theile befindet, und geht in derselben Höhe vorn herum und wieder zurück nach dem hintern

Theile des Kessels. Hier biegt er sich und steigt von Neuem, um in den so nahe als möglich am Ofen liegenden Schornstein einzumünden. Alle durch die Verbrennung erzeugten Flüssigkeiten haben also Zeit, den größten Theil ihrer Wärme dem Wasser in dem Kessel abzugeben, ehe sie sich in den Schornstein entfernen.

§. **340.** Der Schornstein ist um so höher, eine je größere Temperatur man nöthig hat; denn der Zug und die Energie der Verbrennung hängen von der verticalen Entfernnng ab, welche zwischen der obern Oeffnung und der Mitte der Aschenthür liegt. Wenn der Schornstein eine Höhe von **30**^{m} bis **36**^{m} hat, so beträgt der Querschnitt der Züge $\frac{1}{3}$ der Oberfläche des Rostes, und derselbe wird auf $\frac{1}{4}$ derselben Fläche vergrößert, wenn die Höhe des Schornsteins blos **15**^{m} bis **18**^{m} beträgt. In diesem letzten Falle ist offenbar mehr Platz für die durch die Verbrennung erzeugten Flüssigkeiten erforderlich; weil sie eine geringere Geschwindigkeit haben, indem der Zug geschwächt ist. Was den Querschnitt des Schornsteins anlangt, so beträgt er $\frac{5}{6}$ oder $\frac{4}{5}$ von dem der Züge.

Kessel.

§. **341.** Man wendet vier Arten von Kesseln an: die Wattschen für die Niederdruckmaschinen, in welchen die Spannung blos $\frac{5}{4}$ Atmosphären beträgt; die von Wolf für die Mitteldruck- und Hochdruckmaschinen, in welchen der Dampf eine Kraft von **3,5** Atmosphären und von **6** bis **10** Atmosphären hat; den Kessel mit mittlerm Feuerbox für die Locomotiven, und den Kessel mit kleinen Siederöhren für alle Arten von Hochdruckmaschinen.

§. **342.** Der Kessel von Watt wird wegen seiner Form Wagenkessel genannt, weil er in der That in seinem Durchschnitte einer gewissen Art von Wagen ähnlich ist; der obere Theil ist ein halber kreisförmiger Cylinder *A* (Fig. **13.** Taf. V); die Seitenflächen, so wie der Boden bestehen aus cylindrischen Flächen, deren Concavität nach oben gerichtet ist, damit die Wärme in mehrern Punkten mit dem Wasser in Berührung kömmt, und der Widerstand gegen den Druck des Wassers größer ist. Die Seitenflächen bilden in der That jede eine Wand der Seitenzüge *B*.

§. **343.** Der Kessel von Wolf ist cylindrisch und enthält zwei Röhren *D*, welche vermittelst senkrecht stehender Röhren mit demselben verbunden sind, und die größte Wirkung des Feuers erhalten (Fig. **14.** Taf. V); diese Röhren bestehen aus Eisenblech oder Kupfer, und werden in dem untern Zuge *E* angebracht. Was die Seitenzüge *B* anlangt, so befinden sie sich an den beiden Flächen des eigentlichen Kessels, welche unmittelbar unter der horizontalen diametralen Ebene liegen.

§. **344.** Der Kessel mit inwendigem Feuerraume besteht aus zwei in einander befindlichen Cylindern. Die inwendige Röhre ist zugleich Feuerraum und unterer Zug. Diese Form ist erfunden, um die Verluste an Wärme zu vermeiden; jedoch kann das vom Wasser umgebene Brennmaterial nicht die zu einer lebhaften Verbrennung erforderliche Temperatur annehmen.

§. **345.** Der Kessel mit kleinen Röhren gleicht einem Systeme von Gewehrläufen. Die Röhren durchkreuzen den Feuerraum in verschiedenen Richtungen, und da eine jede wenig Wasser enthält, so erzeugt sich der Dampf schnell darin.

§. **346.** Jeder Kessel ist an seinem obern Theile, welchen der Dampf einnimmt, mit **6** Oeffnungen durchbrochen. Die größte heißt das Mannloch; sie ist oval, wird hermetisch durch eine gußeiserne Platte verschlossen und dient als Einsteigeöffnung für einen Arbeiter, um den sich vom Wasser trennenden Niederschlag wegzubringen, oder Reparaturen vorzunehmen.

Zwei kreisförmige Oeffnungen von einem hinreichend kleinen Durchmesser werden von zwei Sicherheitsventilen verschlossen. Eins dieser Ventile bleibt der Disposition des Heitzers anheimgestellt; das andere jedoch ist in einer Büchse enthalten, welche von dem Director des Werkes verschlossen wird.

Die vierte Oeffnung ist für den Durchgang der Stange des Indicators bestimmt, durch welchen Apparat die Höhe des Wassers in dem Kessel angegeben wird.

Die beiden letzten sind die Oeffnung der Speiseröhre, und derjenigen, welche den Dampf in die Cylinder leitet.

Zuweilen giebt es auch noch zwei andere Oeffnungen, welche durch schmelzbare Platten, d. h. durch Platten verschlossen werden, die der Dampf schmelzen kann, wenn seine Temperatur diejenige überschreitet, welche der größten gesetzlichen Spannung entspricht.

Dimensionen der Kessel.

§. **347.** Man nennt Heitzfläche die Oberfläche von allen den Theilen des Kessels, welche die Wirkung der von dem Feuerheerde ausgestrahlten Wärme unmittelbar empfangen. Jeder Quadratmeter dieser Fläche erzeugt in der Secunde 30^{kg} Dampf bei dem Wattschen und 36^{kg} bei dem Wolffschen Kessel. Wenn folglich s die in Quadratmetern gemessene Heitzfläche und P das in einer Stunde nöthige Gewicht Dampf bezeichnet, so muß man:

$$P = 30^{kg}\, s$$

für eine Maschine nach dem Wattschen Systeme, und

$$P = 36^{kg}\, s$$

für eine Maschine nach dem Wolffschen Systeme haben.

In einem wie im andern Falle giebt jedes Kilogramm verbrannte Steinkohlen 6 bis 7^{kg} Dampf. Wenn also c die Anzahl von Kilogrammen bezeichnet, welche die in einer Stunde verbrauchten Steinkohlen wiegen, so hat man als Mittelwerth $P = 6^{kg},5\,c$. Da nun bei einem gut eingerichteten Roste 40^{kg} Steinkohlen auf jedem Quadratmeter in der Stunde verbrennen, so hat man folglich:

$$c = 40^{kg}\,s',$$

wenn s' die in Quadratmetern ausgedrückte Fläche des Rostes bezeichnet. Hieraus ergiebt sich:

$$P = 6{,}5 \times 40^{kg}\,s' = 260^{kg}\,s'.$$

Diese Relationen dienen zur Bestimmung der Heitzfläche und der des Rostes, wenn P bekannt ist.

§. 348. Zur Bestimmung des in einer Stunde verbrauchten Gewichtes Dampf P wollen wir annehmen, daß die Flüssigkeit immer dieselbe Dichtigkeit beibehält; alsdann besteht zwischen den Gewichten δ, δ' eines Cubikmeters Dampf von verschiedenen Temperaturen und Spannungen die Relation:

$$\delta = \delta' \frac{1 + 0{,}00375\,t'}{1 + 0{,}00375\,t} \cdot \frac{p}{p'},$$

welche wir in §. 292 aufgestellt haben. Da nun bei der Temperatur von 100° Centes. ein Cubikmeter Dampf $0^{kg},588$ und unter dem gewöhnlichen atmosphärischen Drucke

$$13598^{kg} \times 0{,}76 = 10334^{kg},48$$

wiegt, so folgt:

$$\delta = 0^{kg},588 \frac{1{,}375}{1 + 0{,}00375\,t} \times \frac{p}{10334{,}48} = \frac{0^{kg},8085}{1 + 0{,}00375\,t} \times \frac{p}{10334{,}48}.$$

Nimmt man n Atmosphären für p, so findet man:

$$p = 10334^{kg},48\,n, \delta = \frac{0^{kg},8085\,n}{1 + 0{,}00375\,t},$$

und das Gewicht des in 1 Stunde verbrauchten Volumens Dampf v ist gleich:

$$P = v\delta = \frac{0^{kg},8085\,nv}{1 + 0{,}00375\,t}.$$

Es sei nun v' das Volumen, welches das elastische Fluidum nach jeder Oscillation des Kolbens in dem Cylinder einnimmt, und k die Anzahl der in 1 Stunde erfolgten Oscillationen, so hat man

offenbar $v = kv'$. Da man aber aus der Erfahrung weiß, daß der von dem Dampfe im Kessel eingenommene Raum V ungefähr 13,5 mal so groß als v' sein muß, wenn die Temperatur t und die Spannung sich wenig verändern sollen, so hat man folglich:

$$v' = \frac{V}{13{,}5} \text{ und } P = \frac{0^{kg},8085\, n}{1 + 0{,}00375\, t} \times \frac{kV}{13{,}5}.$$

Andererseits beträgt V nur $\frac{1}{3}$ der gesammten Capacität und $\frac{2}{3}$ davon nimmt das Wasser ein. Bezeichnen l, d resp. die Länge und den Durchmesser eines cylindrischen Kessels in Metern, welches die jetzt am meisten angewandte Form ist, so ist $V = \frac{\pi d^2 l}{12}$, und endlich:

$$P = \frac{0^{kg},8085\, n}{1 + 0{,}00375\, t} \times \frac{k\pi d^2 l}{162}.$$

Man kann folglich leicht den Werth von P bestimmen, wenn man die Anzahl von Atmosphären, welche die Energie der Maschine anzeigt, die Anzahl der Oscillationen des Kolbens, den Durchmesser und die Länge des Kessels kennt. Die letzte dieser Dimensionen ist willkührlich, oder vielmehr, sie hängt blos von dem Werthe ab. welchen man den Volumen v' giebt; aber der Durchmesser d ist für Frankreich durch eine gesetzliche Bestimmung vom 25. Mai 1828 vorgeschrieben, nach welcher derselbe zur Verhütung von Explosionen der Gleichung:

$$e = 0{,}018\, d(n-1) + 0^{m},003.$$

genügen muß, worin e in Metern die Dicke der Wände des Kessels bezeichnet. Da diese Dicke nicht über $0^{m},014$ betragen darf, damit die Nähe des Wassers das Metall verhindert, sich außerhalb so zu erhitzen, daß es oxidirt, so wird das Maximum von d durch die Formel:

$$d = \frac{0^{m},014 - 0^{m},003}{0{,}0018\,(n-1)} = \frac{0^{m},011}{0{,}0018\,(n-1)}$$

bestimmt. Da nun die Dicke des Kessels blos $0^{m},014$ zu betragen braucht, wenn der Druck in einer Dampfmaschine wenigstens 8 Atmosphären beträgt, so ist folglich der größte Durchmesser, welchen man annehmen kann, gleich $0^{m},873$.

§. 349. Wenn n nicht bekannt wäre, so könnte diese Zahl aus einer über die Temperatur angestellten Beobachtung abgeleitet werden. Denn nach den Versuchen von Arago und Dulong ist die Spannung oder der Druck

$$p = 10334^{kg}\,(0{,}2847 + 0{,}007153\, t)^5,$$

und da $p = 10334^{kg}\, n$ näherungsweise ist, so ist

$$n = (0{,}2847 + 0{,}007153\, t)^5.$$

Sicherheitsventile.

§. **350.** Ein Sicherheitsventil besteht aus einer runden Metallplatte *A* mit einem Zapfen (Fig. **15.** Taf. V), welche durch einen Hebel *B* mit verschiebbarem Gewichte, ähnlich wie die römische Wage, gegen eine Oeffnung *C* von einem etwas kleinern Durchmesser gepreßt wird. An einem an dem Hebel sitzenden Griffe *D* kann man das Ventil von Zeit zu Zeit in die Höhe heben, um sich zu versichern, daß es nicht an den Rändern der Oeffnung adhärirt, und das Gewicht *q* ist in einer solchen Entfernung von dem festen Punkte *E* angebracht, daß die Expansivkraft des Dampfes die Passage öffnen kann, sobald sie mehr als **2** bis **3** Hectogramme auf den Kreiscentimeter beträgt, welche Spannung für das Spiel des Kolbens erforderlich ist.

Der Kreiscentimeter ist eine Flächeneinheit, welche von den Mechanikern angewandt wird; sie ist der Fläche eines Kreises gleich, dessen Durchmesser der lineare Centimeter ist, und ist in Quadratcentimetern gleich $\frac{1}{4}\pi$; so daß man, um die Fläche eines Kreises in Kreiscentimetern zu finden, blos das numerische Quadrat des in Centimetern ausgedrückten Durchmessers zu nehmen braucht, und daß man, um den Kreiscentimeter in Quadratcentimeter zu verwandeln, nur nöthig hat, die erste Zahl durch **0,7854**, den vierten Theil von **3,1416**, zu multipliciren.

Das Sicherheitsventil muß sich also heben können, so bald der Drucküberschuß ungefähr $\mathbf{0}^{kg},\mathbf{25}$ auf **0,7854** von einem Quadratcentimeter oder $\mathbf{25000000}^{kg}$ auf $\mathbf{7854}^{mm}$, oder endlich $\mathbf{3183}^{kgl}$ auf den Quadratmeter beträgt. Wenn aber die Dampfmaschine unter einem Drucke von *n* Atmosphären arbeitet, so ist der Gesammtdruck der elastischen Flüssigkeit im Kessel gleich $\mathbf{10334}^{kg}\,n + \mathbf{3183}^{kg}$, wenn das Ausströmen anfangen soll, und sein Effect auf die Fläche *s* der Durchgangsöffnung ist

$$(\mathbf{10344}^{kg}\,n + \mathbf{3183}^{kg})\,s.$$

Es seien folglich *a*, *b* resp. der Hebelarm des zu vernachlässigenden Gewichtes des Ventiles, und der von *q*; zieht man den auf das Ventil wirkenden atmosphärischen Druck ab, so erhält man die Gleichung:

$$q = \left[\mathbf{10334}^{kg}\,(n-1) + \mathbf{3183}^{kg}\right] s\,\frac{a}{b}$$

zur Bestimmung des Laufgewichtes *q*, wenn seine Lage bekannt ist, oder zur Bestimmung dieser Lage, wenn man *q* willkürlich angenommen hat.

Es ist in der That erforderlich, daß das Gewicht *q* auf dem Hebel verschiebbar ist; man muß die Einschnitte, in denen der Ring des Gewichtes ruht, nicht sehr tief machen, weil dasselbe in dem Augenblicke, wo das Aufheben erfolgt, gegen das Ventil zu gleiten

muß, um die Belastung schnell zu vermindern, und die Oeffnung vollständig frei zu machen.

§. **351.** Die Fläche s des runden Loches C muß wenigstens so groß sein, daß der in 1″ in dem Kessel erzeugte Dampf in derselben Zeit durch dieselbe ausströmen kann. Es sei wieder v' das Volumen des Theiles vom Cylinder, dessen Höhe dem Kolbenlaufe gleich ist, k die Anzahl der in einer Stunde gemachten Oscillationen, und u die Geschwindigkeit, mit welcher der Dampf unter dem Ventile ausströmt. Das verbrauchte und in 1″ hervorgebrachte Volumen Dampf ist $= \frac{kv'}{3600}$; das, welches in derselben Zeit durch die Oeffnung C ausströmen kann, ist $= us$, und es muß $us = \frac{kv'}{3600}$ sein, woraus

$$s = \frac{kv'}{3600\,u}$$

folgt. Nach (§. **287**) ist aber die Geschwindigkeit eines zwei entgegengesetzten Pressungen unterworfenen Gases gleich:

$$\sqrt{\frac{2g(p-p')}{\delta}};$$

da nun hier $p = 10334^{kg}\ n + 3183^{kg}$; $p' = 10334^{kg}$, gleich dem Drucke der Atmospähre auf einen Quadratmeter ist, so hat man folglich:

$$u = \sqrt{\frac{2g[10334(n-1)+3183]}{\delta}};$$

und da außerdem nach (§. **348**) $\delta = \frac{P}{kv'}$ ist, so folgt:

$$s = \frac{1}{3600}\sqrt{\frac{kv'P}{2g[10334(n-1)+3183]}}.$$

In der Praxis beträgt der Durchmesser des Kreises s für eine Pferdekraft $0^m,0227$, d. h. so viel mal $0^m,0227$ als die durch 75^k dividirte Kraft der Maschine angiebt, und die Belastung des Ventiles beträgt $0^{kg},91$ für jede Pferdekraft.

Indicator.

§. **252.** Zur Regelmäßigkeit des Ganges einer Dampfmaschine ist erforderlich, daß das Wasser in dem Kessel ein fast constantes

Niveau behält, und wegen der Ersparniß des Brennmateriales muß dieses Niveau so beschaffen sein, daß das Wasser ungefähr $\frac{2}{3}$ der Capacität des Gefäßes anfüllt.

Der Heitzer muß sich also von Zeit zu Zeit und vorzüglich im Anfange der Bewegung davon überzeugen können, daß die zweite Bedingung erfüllt ist. Ein Schwimmer mit einer Stange, welche durch eine Stopfbüchse aus dem Kessel heraustreten würde, könnte ihm das Mittel geben, wenn man außerhalb einen Punkt hätte, welchem das äußere Ende der Stange entsprechen müßte, wenn das Wasser das gewünschte Niveau hätte. Aber diese Stange müßte einen sehr dünnen Durchmesser haben, damit ihre Reibung in der Stopfbüchse nicht einen zu großen Schwimmer erforderte; auch könnte es möglich sein, daß er versagte.

Der gewöhnliche Indicator besteht auch aus zwei Röhren, welche an ihren obern Enden mit zwei Hähnen versehen sind. Diese Röhren haben nicht dieselbe Länge; eine derselben *A* geht etwas unter das vorgeschriebene Niveau *BC* (Fig. **16**. Taf. **V**), und die andere *D* erreicht es nicht ganz. Der Kessel befindet sich also in dem gehörigen Zustande, wenn aus dem geöffneten Hahn der ersten Röhre Wasser, und aus dem geöffneten Hahn der zweiten Röhre Dampf entweicht.

Die Constructoren bezeichnen diesen Indicator oft mit dem Namen Probirhähne.

Manometer.

§. **353**. Nahe beim Kessel befindet sich ein Manometer, welches mit dem innern Raume des Kessels communicirt und als ein Appendix dieses erzeugenden Organes betrachtet werden kann. Bei einigen Maschinen hat dasselbe die Form eines Hebers (§. **291**), und man bringt ihn alsdann an der Leitungsröhre *N* (Fig. **11**. Taf. **V**) an; bei andern besteht dasselbe aus einer langen geraden an beiden Enden offenen Röhre, welche in einem theilweise mit Queckſilber gefüllten und verschlossenen Behälter steht, wohin eine kleine von der Hauptröhre *N* ausgehende Seitenröhre mündet, und einen Schwimmer enthält, wie der des Hebers. Das in jetziger Zeit am meisten angewandte Manometer gleicht jedoch sehr dem Barometer; nur enthält seine oben geschlossene gerade Röhre Luft, und eine kleine Röhre mündet in das Gefäß, wie vorhin. Die Scalen der beiden letzten sind beweglich, weil der Nullpunkt derselben dem Niveau des Queckſilbers in dem Behälter entspricht, und dasselbe mit dem Drucke veränderlich ist.

§. **354**. Das Manometer des Kessels dient dem Heitzer als Richtschnur, und um es zu diesem Zwecke tauglich zu machen, bemerkt man auf der Scale den Punkt, worin sich der Indicator befinden muß, wenn die Dampfmaschine mit einem der bestimmten Anzahl

n von Atmosphären entsprechenden Drucke arbeiten soll. Dieser Punkt wird in dem Hebermanometer auf folgende Weise bestimmt. Es sei c die doppelte Anzahl von Metern, welche die feste Scale anzeigt, wenn die Spannung n Atmosphären beträgt, so ist c die Höhe der von dem Dampfdrucke gehobenen Queckſilbersäule, und $\frac{c}{0^m,76}$ die Anzahl der in dieser Säule enthaltenen Atmosphären. Fügt man folglich 1 für den atmosphärischen Druck hinzu, welcher durch den Druck der Flüssigkeit auch im Gleichgewichte erhalten wird, so erhält man:

$$\frac{c}{0^m,76} + 1 = n \text{ oder } c = 0^m,76\,(n-1),$$

und der gesuchte Punkt der Scale ist:

$$\tfrac{1}{2}c = 0^m,38\,(n-1).$$

Für eine Maschine, welche mit $\frac{5}{4}$ Atmosphären arbeiten muß, findet man die Entfernung des Punktes vom Nullpunkte der Scale gleich:

$$\tfrac{1}{2}c = 0^m,38\,(\tfrac{5}{4}-1) = 0^m,38\times\tfrac{1}{4} = 0^m,095,$$

und für eine Kraft von 6 Atmosphären gleich:

$$\tfrac{1}{2}c = 0^m,38\times 5 = 1^m,9.$$

Hieraus sieht man, daß das Hebermanometer für Hochdruckmaschinen nicht anwendbar ist, und daß man für sie eins der beiden andern anwenden muß.

Bei dem Manometer mit langer Röhre sind die Angaben der Scale die doppelten der vorhergehenden. Der zu bezeichnende Punkt wird folglich durch die Gleichung:

$$c = 0{,}76\,(n-1)$$

gegeben, und es ergiebt sich, daß er für 6 Atmosphären $3^m,8$ über dem Niveau in dem Gefäße liegen muß.

§. 355. Die Queckſilberhöhe c' in dem Manometer mit geschlossener Röhre ist wegen der Reaction der comprimirten Luft geringer als c. Es sei l die Länge der Röhre über der Flüssigkeit des Gefäßes, so wird $l-c'$ die Höhe des Volumens Luft von der Spannung p sein, welche dieselbe Temperatur t hat, als die Röhre des Manometers. Aber wenn man das Instrument construirt, so liegt der Nullpunkt im Niveau des Queckſilbers in dem Gefäße; die Röhre ist mit Luft von dem Drucke p' und der Temperatur t' der Atmosphäre angefüllt, und die Höhe des Luftvolumens ist sehr

nahe gleich l. Es besteht folglich zwischen den Gewichten δ, δ' des Cubikmeters Luft unter den beiden Umständen in (§. 348) die Relation:

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{1+0{,}00375\,t}{1+0{,}00375\,t'}\,\frac{p'}{p}.$$

Multiplicirt man durch das Verhältniß der Volumen, so erhält man:

$$\frac{\delta' l}{\delta\,(l-c')} = \frac{l}{l-c'}\cdot = \frac{1+0{,}00375\,t}{1+0{,}00375\,t'}\,\frac{p'}{p},$$

und da wegen der Unveränderlichkeit des Gewichtes der in der Röhre enthaltenen Luft $\delta' l = \delta(l-c')$ ist, so hat man:

$$p = \frac{l}{l-c'}\,\frac{1+0{,}00375\,t}{1+0{,}00375\,t'}\,p'.$$

Nimmt man für p' den mittlern Druck 10334^{kg} der Atmosphäre für den Quadratmeter, und für t' ihre mittlere Temperatur von 10°, so erhält man:

$$p = \frac{l}{l-c'}\,\frac{1+0{,}00375\,t}{1{,}0375}\,10334^{kg}.$$

Da der Druck, welchen der Dampf ausüben muß, gleich

$$10334^{kg}\,n = 13598^{kg}\,c' + p$$

ist, so hat man folglich:

$$n = \frac{c'}{0^{m},76} + \frac{l}{l-c'}\,\frac{1+0{,}00375\,t}{1{,}0375}:$$

Diese Gleichung giebt successive:

$$c'^{2} - (0^{m},76\,n + l)\,c' = \frac{0^{m},76\,l\,(1+0{,}00375\,t)}{1{,}0375} - 0^{m},76\,ln,$$

$$c' = \begin{cases} 0^{m},38\,n + 0{,}5\,l \pm \sqrt{\left[(0^{m},38\,n + 0{,}5\,l)^{2} - 0^{m},76\,ln + \right.} \\ \left. \dfrac{0^{m},76\,l\,(1+0{,}00375\,t)}{1{,}0375}\right], \end{cases}$$

$$c' = 0^{m},38\,n + 0{,}5\,l \pm \sqrt{\left[(0^{m},38\,n - 0{,}5\,l)^{2} + \frac{0^{m},76\,l\,(1+0{,}00375\,t)}{1{,}0375}\right]}.$$

Da die Wurzel größer ist, als $0^{m},38\,n - 0{,}5\,l$, so würde das Zeichen $+$ derselben $c' > 0^{m},76\,n$ und $> c$ machen, was nicht sein

kann. Man muß daher das Zeichen — nehmen und erhält alsdann endlich:

$$c' = 0^m,38n + 0,5l - \sqrt{[(0^m,38n - 0,5l)^2 + 0^m,73253l + 0^m,002747\,lt]}.$$

Wir wollen die Röhre $0^m,46$ hoch machen, $t = 30^0$ annehmen und den Punkt der Scale suchen, welcher einen Druck von 6 Atmosphären anzeigen muß, so finden wir:

$$c' = 0^m,38 \times 6 + 0,5 \times 0^m,46 - \sqrt{[(0^m,38 \times 6 - 0,5 \times 0^m,46)^2 + 0^m,73253 \times 0^m,46 + 0^m,002747 \times 0^m,46 \times 30]} = 2^m,28 + 0^m,23 - \sqrt{[(2^m,05)^2 + 0^{mm},336964 + 0^{mm},036909]} = 2^m,51 - \sqrt{4^{mm},576373} = 2^m,51 - 2^m,139 = 0^m,371.$$

§. 356. Wir wollen noch bemerken, daß das Hebermanometer eine sehr gute Sicherheitsröhre abgeben würde, wenn sein Querschnitt dem einer Oeffnung gleich wäre, welche die Explosionen verhindern sollen; man würde dann weder die Adhäsion, noch eine Ueberlastung der Ventile zu befürchten haben. Jedoch müssen die beiden Quecksilbersäulen für den Stillstand der Maschine eine gemeinschaftliche Höhe haben, welche mit der für die Arbeit festgesetzten Anzahl n von Atmosphären im Verhältnisse stände, und diese Höhe würde für Hochdruckmaschinen sehr groß sein, weil diese viel mehr gegen Explosionen gesichert sein müssen.

In der That müßten die beiden Säulen nur eine einzige in der aufsteigenden Röhre des Manometers bilden, wenn die Spannung des Dampfes nach (§. 350) gleich

$$10334^{kg}\,n + 3183^{kg}$$

würde. Denn alsdann würde die Säule des niedergehenden Schenkels auf Null reducirt werden, das Quecksilber würde durch den aufsteigenden Schenkel ausgeworfen werden, und der Dampf würde in solcher Masse ausströmen, wie er in dem Kessel erzeugt wird. Man würde folglich $13598^{kg}\,c = 10334^{kg}\,(n-1) + 3183^{kg}$, oder $c = 0^m,76\,(n-1) + 0^m,234$ und für die Höhe der beiden gleichen Säulen $\frac{1}{2}\,c = 0^m,38\,(n-1) + 0^m,117$ finden, wofür man für 6 Atmosphären $\frac{1}{2}\,c = 1^m,9 + 0^m,117 = 2^m,017$ erhalten würde.

Speisevorrichtungen.

§. 357. Das Speisewasser, d. h. dasjenige, welches das in Dampf verwandelte ersetzen muß, geht nicht direct von dem Condensator nach dem Kessel; denn es müßte, um hinein gehen zu können, in der Speiseröhre eine Säule bilden, deren Druck die

Spannung der elastischen Flüssigkeit überwinden kann. Das Condensationswasser fließt zuerst in ein Gefäß, aus welchem es durch eine Druckpumpe, die von der Dampfmaschine in Bewegung gesetzt wird, in den Cylinder *A* gepumpt wird, indem es durch die Röhre *B* (Fig. 17. Taf. V) zugeleitet wird. Dieses Gefäß *A* enthält zwei Ventile, welche sich in verschiedenen Sinnen öffnen; das eine *C* derselben verschließt die Speiseröhre *D*, das andere *E* die Ausflußröhre *F*. Die Röhre *D* geht bis auf den Grund des Kessels *J*; ehe sie diesen jedoch erreicht, biegt sie sich und geht noch etwas weiter, indem sie sich nach der dem Feuerraume entgegengesetzten Seite etwas neigt, damit sich das Speisewasser mit dem vermischt, welches die geringste Temperatur hat, und so um desto weniger die innere Wärme vermindert. Es ist wohl einzusehen, daß, wenn das Wasser in den vom Dampfe eingenommenen Raume fiele, die Spannung des letztern sehr große Veränderungen erfahren würde.

Die Ventile *C*, *E* haben eine gemeinschaftliche Stange, welche mit einem beweglichen Hebel verbunden ist, und durch ein Gegengewicht *G* beständig im Gleichgewichte erhalten wird. Auf der Seite dieses Gegengewichtes ist mit dem Hebel ein Schwimmer *H* verbunden, welcher aus einer hohlen metallenen Halbkugel besteht, deren convexe Seite auf dem Wasser des Kessels ruht.

Wenn das Niveau die gehörige Höhe hat, so ist der Hebel horizontal, das untere Ventil *C* ist offen, das obere *E* geschlossen, und das Wasser, womit die Pumpe den Raum *A* angefüllt hat, geht in den Kessel, um die Verluste wieder zu ersetzen. Wenn jedoch eine größere Quantität hineinfließt, als die verdampfte war, so steigt der Schwimmer, das Ventil *C* schließt sich, das Ventil *E* öffnet sich, das Wasser hört auf in die Speiseröhre *D* zu fließen, und ergießt sich durch die Ausflußröhre *F*. Durch die Verdampfung wird das Niveau im Kessel bald sinken; der Schwimmer steigt, der Hebel nimmt seine horizontale Lage wieder an, das Ventil *C* öffnet sich, das Ventil *E* schließt sich, und das Wasser fließt nicht mehr aus der Ausflußröhre, sondern in den Kessel.

Ventile.

§. **358.** Im Allgemeinen giebt man den Namen **Ventil** jedem Gegenstande, welcher angewendet wird, um eine zur Bewegung einer Flüssigkeit dienende Röhre successive zu schließen und zu öffnen. Die Ventile der Dampfmaschinen sind sehr verschieden; sie variiren mit den Theilen, an welchen man sie anbringt, und mit dem Geschmack des Constructeurs. Sie müssen jedoch alle folgenden vier Bedingungen genügen: **1**) sie müssen eine Oeffnung darbieten, deren Fläche wenigstens gleich dem kleinsten Querschnitte der Leitungsröhre ist; **2**) sie dürfen die Geschwindigkeit des Wassers nur sehr wenig verändern, indem sie die Richtung der Bewegung verändern; **3**) sie müssen zu ihrer Bewegung wenig Kraft erfordern; **4**) sie

müssen sich mit hinreichender Schnelligkeit bewegen, damit ihre beiden Functionen jede in dem gewünschten Momente erfüllt werden.

Die verschiedenen Ventile können unter folgende Tabelle gebracht werden;

- Ventile
  - mit drehender Bewegung
    - um ein Charnier . . . . Klappen
    - um eine Axe . . .
      - in der Scheibe sitzend,
      - senkrecht auf der Scheibe,
      - Hähne,
  - mit einer geraden Aufhebung
    - nach einer Axe . . .
      - conische Ventile,
      - sphärische Ventile,
    - in Leitungen . . .
      - prismatischen,
      - cylindrischen.

Klappen.

§. **359.** Die Klappe ist ein großes Kreissegment von Leder, dessen gerade Kante BB' auf einem Falze befestigt ist und das Charnier bildet (Fig. 18. Taf. V). Ihre Dimensionen sind etwas größer als die Oeffnung von derselben Form, welche sie verschließen muß. Um ein Entweichen zu verhindern, beschwert man sie mit Gewichten, indem man unten eine weniger große Metallplatte und oben eine Metallplatte damit verbindet, deren Rand etwas übersteht. Die Klappe bewegt sich in einem Gehäuse, dessen Breite DE etwas größer ist, als der Durchmesser AB der Leitungsröhre, und damit die Klappe leicht niederfällt, ist das Aufsteigen derselben über **30°** verhindert.

Wenn eine Klappe als Ventil für einen Strom von hoher Temperatur dient, so wird das Leder durch eine mit Sorgfalt abgedrehte Metallplatte ersetzt.

Aus der ersten Bedingung, denen die Ventile genügen müssen, bestimmt sich der Durchmesser des Raumes, worin das Ventil spielt. Er muß in der That so beschaffen sein, daß alles Wasser, welches aus der von dem horizontalen Kreise AB und dem geneigten Kreise BC gebildeten Oeffnung austritt, in derselben Zeit und ohne Contraction durch den Querschnitt DE der Büchse geht, wenn derselbe um die horizontale Projection CF des Kreises BC vermindert ist. Folglich muß die Oberfläche des Kreises DE wenigstens der eben angegebenen Oeffnung und der Fläche der Ellipse CF gleich sein, wenn man die Klappe als einen vollen Kreis betrachtet.

Es seien D, d die Durchmesser DE, AB, so ist die Fläche des ersten Kreises $\frac{\pi D^2}{4}$, der Umfang des zweiten πd, gleich der Länge der entstehenden Oeffnung. Der Umfang, zu welchem der Bogen AC gehört, ist $= 2\pi d$; da dieser Bogen **30°** mißt und $\frac{1}{12}$ desselben beträgt, so ist er $= \frac{2\pi d}{12} = \frac{\pi d}{6}$; die Hälfte desselben, als Mittel aller

parallel in der Oeffnung durch die Punkte des Umfanges der Klappe beschriebenen Kreise, ist $\frac{\pi d}{12}$, und folglich ist die Oberfläche der Oeffnung:

$$\frac{\pi d}{12} \times \pi d = \frac{\pi^2 d^2}{12}.$$

Was die Ellipse anbetrifft, so ist d ihre große Axe und CF oder BG die kleine Axe; $\overline{BG}^2 = d^2 - \overline{CG}^2$, und da CG als Hälfte der Sehne von 60° gleich $\frac{d}{2}$ ist, so ist:

$$BG^2 = d^2 - \frac{d^2}{4} = \tfrac{3}{4} d^2,$$

woraus $BG = \frac{d}{2}\sqrt{3} = 0{,}866\, d$ folgt. Da nun die Fläche einer Ellipse der eines Kreises gleich ist, dessen Durchmesser die große Axe ist, multiplicirt durch das Verhältniß der kleinen Axe zur großen, so ist die Ellipse CF gleich $0{,}866\, \frac{\pi d^2}{4}$.

Folglich ist:

$$\frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi^2 d^2}{12} + 0{,}866\, \frac{\pi d^2}{4},$$

oder

$$D^2 = \frac{\pi d^2}{3} + 0{,}866 d^2,$$

und

$$D = d\sqrt{\frac{\pi}{3} + 0{,}866} = d\sqrt{1{,}9132} = 1{,}38 d.$$

Gewöhnlich macht man $D = 1{,}5\, d$, weil wenig Flüssigkeit durch den Theil der Büchse geht, dessen verticale Projection das Rechteck $BFEH$ ist.

Register.

§. 360. Eine Scheibe A, welche sich um eine durch sie gehende Axe BC (Fig. 19. Taf. V) dreht, heißt ein Register, oft auch Drosselventil, weil es sich in einer in Form eines Kropfes DE gestalteten Erweiterung der Röhre bewegt. Das Register wird als Ventil in Schornsteinen, in Dampfröhren und im Allgemeinen in allen Leitungsröhren angewandt, um die Geschwindigkeit des Stromes dadurch zu reguliren; es ist hierzu hinreichend, den Durch-

gang zu verkleinern oder zu vergrößern, indem man die Scheibe in Beziehung auf die Horizontalebene mehr oder weniger neigt.

Durchbrochene Scheiben.

§. **361.** Wenn die Scheibe eine auf ihrer Rotationsaxe senkrechte Ebene bildet, so ist sie mit einer Oeffnung durchbrochen, und liegt über einer andern festen Platte, welche ebenfalls eine Oeffnung hat. Wenn durch die drehende Bewegung die beiden Löcher gerade übereinander zu stehen kommen, so ist die Passage geöffnet, im entgegengesetzten Falle schließt die erste Scheibe die Oeffnung der zweiten zu.

Zuweilen sind die Scheiben concentrisch (Fig. **20.** Taf. V) und die Löcher *A, B* sitzen excentrisch, so daß ihre Mittelpunkte in demselben Rotationskreise *AB* liegen, und zuweilen sitzt das Loch *B* der festen Scheibe mit ihr concentrisch (Fig. **21**), und die Drehungsaxe *C* der beweglichen Scheibe liegt außerhalb. Durch diese zweite Einrichtung wird die Bewegung des Ventiles viel erleichtert.

Hähne.

§. **362.** Der Hahn hat zwei bis vier Oeffnungen; in allen Fällen besteht er jedoch aus einem abgestumpften Kegel, dessen äußere Durchmesser höchstens um $\frac{1}{6}$ der Länge von einander verschieden sind; denn es würde sehr schwierig sein, Cylinder herzustellen, welche sich mit sanfter Reibung in den hohlen Cylindern drehten, und leicht bewegt werden könnten.

Der durchbrochene Theil, worin sich der Hahn befindet, heißt das Gehäuse und seine Höhlung unterbricht die Verbindung zwischen der Höhlung des Cylinders auf beiden Seiten.

Der Hahn mit zwei Oeffnungen ist mit einem durchgehenden Kanale *A* von demselben Durchmesser als der der Röhre *B* (Fig. **22**) und senkrecht auf der Axe des abgestumpften Kegels durchbrochen. Der Hahn ist offen (Fig. **22**), wenn die Axe seines Kanales mit der der Röhre zusammenfällt, und er ist vollkommen verschlossen (Fig. **23**), wenn diese beiden Axen auf einander senkrecht sind. Diese Art von Hähnen haben wir bei der Beschreibung der Dampfmaschine vorausgesetzt. Sie sind leichter zu construiren, als die andern, und erfordern eine einfachere und weniger kostspielige Anordnung der Röhren; aber ihr Gehäuse ist eher dem Umstande unterworfen, eine elliptische Form anzunehmen, wegen des Druckes des hindurchströmenden Dampfes. Dieser Druck bewirkt auch eine große Reibung, welche der Leichtigkeit des Spieles schädlich ist.

§. **363.** Der Hahn mit drei Oeffnungen wird selten angewandt; er hat übrigens viel Analogie mit dem Hahn mit vier Oeff-

nungen. Dieser letzte hat zwei verschiedene Formen von denen die eine von dem Franzosen Papin, dem wahren Erfinder der Dampfmaschinen, und die andere von dem Engländer Bramah angegeben ist.

Der Papinsche Hahn ist von zwei nach entgegengesetzten Seiten gekrümmten Kanälen *ag*, *bc* (Fig. 24) durchbrochen, deren correspondirende Enden *a*, *b* durch einen Bogen getrennt werden, welcher dem Bogen *cc'* gleich ist, den die Concavität eines jeden auf der Oberfläche des abgestumpften Kegels einnimmt. Wenn der Kolben *P* den höchsten Punkt seines Laufes erreicht hat, so stellt der Kanal *bc* die Communication zwischen der von dem Kessel kommenden Röhre *D* und der in den obern Theil des Cylinders *F* mündenden Röhre *E* her; der Kanal *ag* bringt die vom untern Ende des Cylinders gehende Röhre *H* mit der den Dampf in den Condensator oder in die Atmosphäre leitenden Röhre *I* in Verbindung. Der Hahn dreht sich um seine Axe etwas vor dem Punkte, wo der Kolben seinen Niedergang vollendet hat, entweder damit der Dampf durch Expansion wirkt, oder um die Geschwindigkeit des Kolbens vor dem Zustande der Ruhe zu vermindern. Im ersten Falle geht der Punkt *b* gegen die Linke um eine dem Durchmesser *bc'* gleiche Größe zurück, und der Kanal *ag*, welcher etwas breiter ist, als in der Figur, verbindet noch *H* und *I*, während der Dampf nicht mehr von *D* nach *E* gehen kann. Im zweiten Falle nimmt der Punkt *b* die Lage *b'* ein, der Punkt *c* geht nach *b*, der Punkt *a* nach *g*, der Punkt *g* nach *g'*, und der durch *D* und *H* zuströmende Dampf geht alsdann in den untern Theil des Cylinders *F*, während der des obern Theiles schon durch die Röhren *E*, *I* mit dem Condensator oder mit der Luft in Verbindung steht und seine Spannung verliert.

Da der Dampf den Papinschen Hahn in krummen Kanälen durchströmt, so entstehen dadurch convergirende Pressungen, deren Resultante viel größer ist, als der in dem Hahne mit zwei Oeffnungen stattfindende Druck. Jedoch wird der letzte immer auf dieselben Punkte ausgeübt, während die Kräfte hier bald senkrecht auf den Bögen *b'g*, *c'c*, bald in einer auf dieser senkrechten Richtung. Wenn jedoch die Formveränderung des Gehäuses auch nicht mehr dieselbe ist, so findet sie doch wenigstens statt, und um sie zu verhüten oder zu vermindern hat Bramah die andere Form angegeben.

§. **364.** Der Dampf kömmt von dem Kessel durch die Röhre *K* (Fig. **25.** Taf. V) an, geht in eine Höhlung, welche der Kopf des Hahnes bildet, und dringt durch ein Loch von der Form eines krummlinigen Dreieckes *L* in den abgestumpften Kegel. Diese Oeffnung befindet sich nahe bei einer von den vier Oeffnungen *m*, und wenn sie sich, wie in der Figur, vor der Röhre *N* befindet, welche den Dampf über den Kolben leitet, so beginnt der Niedergang; denn der Dampf des Cylinders tritt alsdann durch die Röhre *O* aus, tritt durch die Oeffnung *p* in den Hahn, durch die Oeffnung *q* wieder heraus, und geht durch die Röhre *R* nach dem Condensator oder in die Atmosphäre.

Wenn der Hahn eine Viertelumdrehung von der Rechten zur Linken macht, so kömmt seine Oeffnung *m* vor die Röhre *O*, und der Dampf von *K* strömt unter den Kolben. Die Oeffnung *p* nimmt also die Stelle von *q*, *q* die Stelle von *s*, und *s* die Stelle von *m* an. Der Dampf, welcher den Cylinder anfüllt, kann folglich aus der Röhre *N* in den Hahn treten und von diesem in die Röhre *R* entweichen.

Eine von der Linken zur Rechten vorgenommene Viertelumdrehung bringt die vier Oeffnungen in ihre ersten Lagen, und der Kolben geht von neuem nieder.

Es läßt sich nicht abläugnen, daß der Bramahsche Hahn complicirt und schwer auszuführen ist; dagegen verändert er aber auch die Form des Gehäuses nicht merklich; da der Dampf beständig den prismatischen Raum *L* und den Raum *T*, welcher die Communication mit den drei Oeffnungen *p*, *q*, *s* herstellt, ausfüllt, so übt er auf alle Berührungspunkte des Gehäuses und der vollen Theile des Hahnes fast gleiche Pressungen aus.

Conische Ventile.

§. 365. Von den conischen Ventilen giebt es zwei Arten: bei den einen bewegt sich die Scheibe, bei den andern der hohle abgestumpfte Kegel, welchen die Scheibe zudeckt, um die Passage genau zu verschließen.

In den Fabriken nennt man das conische Ventil mit beweglicher Scheibe auch oft Teventil, weil sein Querschnitt die Form eines T hat. Es besteht aus einem sehr dünnen abgestumpften Kegel *A* (Fig. 1. Taf. VI), an welchem eine Stange *B* solide befestigt ist. Die nach der Axe des Kegels gerichtete Stange bewegt sich vertical in zwei Leitungen *C*, *D*, und die Reibung, welche sie darin erfährt, genügt, um das Ventil ungeachtet des Gewichtes offen zu erhalten. Dieses System ist in einer cylindrischen Büchse *E* enthalten, in welche der Dampf durch die Röhre *F* eintritt und deren Boden die Ventilöffnung *G* bildet. Die Stange geht durch eine im Deckel befindliche Stopfbüchse; ihr äußerer Theil trägt einen Arm, vermittelst welches die Scheibe durch eine an dem Arme und dem Balancier der Dampfmaschine befestigte Stange auf- und niederbewegt werden kann. Die Amplitute *HI* des Aufsteigens beträgt gewöhnlich $\frac{1}{4}$ des Durchmessers der kleinen Basis des abgestumpften Kegels. Endlich ist die erzeugende Gerade der Kegelfläche unter 45° geneigt. Wenn sie der Verticale mehr genähert wäre, so würde die Scheibe wegen der Zerlegung der darauf wirkenden Kraft zu sehr Neigung zum Gleiten haben; im entgegengesetzten Falle würde, wenn die untere Basis dieselbe bleibt, die obere Basis einen zu großen Durchmesser erhalten; das Ventil würde zu viel Raum erfordern, und der Druck auf die Scheibe würde zu groß sein.

Der Durchmesser *D* der Büchse *E* hängt von dem Durchmes-

ser d der großen Basis ab. In der That muß der Dampf, welcher durch den zwischen dem Cylinder und dem aufgehobenen abgestumpften Kegel enthaltenen ebenen Ring geht, ohne Contraction und ohne Ausdehnung durch die cylindrische Fläche, deren erzeugende Gerade HI ist, in derselben Zeit ausströmen. Wenn man nun $H=\frac{1}{4}d$ annimmt, so wird diese Fläche ausgedrückt durch:

$$\pi d \times HI = \pi d \times \frac{d}{4} = \frac{\pi d^2}{4},$$

und der Ring ist gleich der Differenz $\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$ der beiden ihn bildenden Kreise. Folglich ist:

$\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^2}{4}$ oder $D^2 = 2d^2$ und $D = d\sqrt{2} = 1{,}414d$.

Die Constructoren machen gewöhnlich $D = 1{,}5d$.

Aus ähnlichen Motiven macht man die Aufsteigungshöhe HI gleich $\frac{1}{4}$ von d'; denn die Gleichheit der untern Ventilöffnung und der cylindrischen Fläche, welche $H'I'$ erzeugt, deren Länge wir durch a bezeichnen wollen, giebt die Relation $a\pi d' = \frac{\pi d'^2}{4}$, woraus $a = \frac{d'}{4}$ folgt.

Durch den Druck des Dampfes auf große conische Ventile wird das Oeffnen derselben sehr erschwert. Um diesem abzuhelfen, hat Watt an der Stange B einen Kolben K von einem Durchmesser gleich d angebracht, welcher sich in einem Cylinder L um eine Länge gleich a bewegt. Die Stange geht durch den Kolben, den Cylinderdeckel und erfordert keine Stopfbüchse mehr. Es ist ersichtlich, daß der Druck des Dampfes auf die untere Fläche des Kolbens den aufhebt, welchen er auf die Scheibe ausübt, und daß das Gesammtgewicht des Ventiles der einzige Widerstand ist, welcher sich dem Aufsteigen entgegensetzt.

§. **366.** Das conische Ventil mit beweglichem Cylinder ist aus denselben Ursachen erfunden, als das Ventil mit dem Kolben, aber wenn es auch den Kolben unnöthig macht, so hebt es doch nicht vollständig den Druck des Dampfes auf, wie der Apparat von Watt.

Die feste Scheibe ist der volle abgestumpfte Kegel A (Fig. 2. Taf. VI); er ruht auf einem massiven Cylinder und hat einen mit einem Loche versehenen Ansatz C, in welchem die Stange B auf- und niedersteigt. Diese Stange geht auch durch eine in dem Deckel des cylindrischen Dampfbehälters E befindliche Stopfbüchse. Der bewegliche Ring enthält den hohlen abgestumpften Kegel G, und ist mit einem darin sitzenden Querstück D mit der Stange verbunden. Dieser Ring endigt oben in eine conische Erweiterung M, um das

Eintreten des durch die Röhre *F* in den Raum *E* geleiteten Dampfes zu erleichtern. Der durch die Erweiterung entstehende Rand *N* ist oben und unten conisch und legt sich auf einen Ring *O* von derselben Form, wenn das Ventil geschlossen ist, d. h. wenn der abgestumpfte Kegel *G* den vollen abgestumpften Kegel *A* überdeckt. Der Ring *O* bildet den Boden des Dampfbehälters *E*, und da er elastisch ist, so wird durch seine beständige Berührung mit dem hohlen Cylinder *L* blos die Passage durch diesen gestattet.

Die Erhebungshöhe *HJ* muß auch hier den vierten Theil des Durchmessers *d'* der kleinen Basis von *A* betragen; dieser Durchmesser muß offenbar dem der Röhre *F* und dem der Röhre *P* gleich sein, durch welche der Dampf in den Cylinder geleitet wird. Es ist einleuchtend, daß die zum Oeffnen des Ventiles nöthige Kraft blos dem Gewichte des mit der Stange verbundenen hohlen Ringes *L* und dem von dem Dampfe auf den Rand *N* und das Querstück *D* ausgeübten Drucke gleich ist; wenn man endlich $L = \frac{d'}{2}$ macht, so ist die Gesammthöhe des Dampfbehälters *E* gleich $d' + \frac{d'}{2} = \frac{3}{2} d'$.

Sphärische Ventile.

§. **367.** Die sphärischen Ventile bestehen aus ganzen Kugeln, oder aus sphärischen Segmenten, welche in einer nach demselben Halbmesser ausgedrehten Vertiefung ruhen; die Segmente sind gebräuchlicher als die Kugeln. Man hat sie als Sicherheitsventile angewandt, indem man unter dem Segmente *A* (Fig. **3.** Taf. **VI**) das Gewicht *B* anbringt, welches bestimmt ist, der nothwendigen Spannung des Dampfes das Gleichgewicht zu halten. Der Erfinder behauptet, daß eine Adhärenz dabei nicht zu befürchten sei; jedoch scheint seine Behauptung nicht durch die Erfahrung bestätigt zu sein; die gehörig belasteten Abschnitte spielen nicht schöner auf ihren Oeffnungen *c* als die Scheiben.

Schieber mit prismatischer Leitung.

§. **368.** Die Schieber mit prismatischer Führung findet man jetzt an einer großen Anzahl von Dampfmaschinen. Der einfachste ist der gerade Schieber, eine Nachahmung des gewöhnlichen Schützes der Wasserbehälter, welcher zur Regulirung des aus dem Kessel erfolgenden Dampfstromes angewandt werden kann. Er besteht aus einer vollkommen abgedrehten Metallplatte *A* (Fig. **4.** Taf. **VI**), welche die Leitungsröhre *B* durch eine abwechselnde geradlinige Bewegung mehr oder weniger öffnet oder schließt und beständig durch eine Feder angepreßt wird. Es ist klar, daß die Führung *C* einen Theil einer der Wände eines Dampfbehälters *D* ausmacht,

in welchen die Röhre mündet. Die Bewegung wird zuweilen durch eine Bläuelstange *E* hervorgebracht, welche durch ein Getriebe mit einer Kurbel und eine Zahnstange mit dem Schieber verbunden wird, nachdem die letztere durch eine Stopfbüchse gegangen ist.

§. **369.** Der hutförmige Schieber *A* ist sehr einfach und sehr sinnreich (Fig. 5. Taf. IV); da er jedoch wie der ebene Schieber durch den zuströmenden Dampf beständig angepreßt wird, so hat er eine bedeutende Reibung zu überwinden. Seine verticalen Führungen bilden auch einen Theil eines Dampfkastens *B*, in welchen die von dem Kessel kommende Röhre *C* mündet. Wenn die Lappen des Schieber auf dem Theile *D* der Wand *E* sich befinden, wie es die Figur anzeigt, so tritt der Dampf durch die Röhre *F* über den Kolben, und derjenige, welcher das Aufsteigen bewirkt hat, geht durch die Röhren *G*, *H* nach dem Condensator. Wenn die Lappen des Schiebers auf der Wand *E'* und dem Theile *D'* sind, so geht der durch *C* ausströmende Dampf durch die Röhre *G* unter den Kolben, und derjenige, welcher das Niedersteigen bewirkt hat, geht durch die Röhre *F* zurück, und gelangt durch *H* in den Condensator. Der Schieber wird vermittelst einer Stange *J* auf- und nieder bewegt, welche bei ihrem Eintritte in den Dampfkasten durch eine Stopfbüchse geht.

Ein ähnlicher Apparat könnte auch auf die Maschinen mit Expansion angewandt werden; denn es würde hierzu offenbar genügen, daß man zur Weite der Höhlung des Schiebers den Durchmesser der Röhren *F*, *G* hinzufügte, damit die Oeffnung von *F* z. B. schon verschlossen wird, ehe die Communication zwischen G und dem Condensator unterbrochen ist. Alsdann würde der untere Lappen um eine demselben Durchmesser gleiche Größe weiter unten sein, als in der Figur, und er würde mit der Oeffnung *G* gleich stehen, wenn der obere Lappen schon *F* schlösse. Das Aufsteigen des Schiebers müßte in diesem Punkte unterbrochen, und erst am Ende des Niedersteigens des Kolbens vollendet werden.

§. **370.** Der Schieber in Form eines *D* ist erfunden um die große Reibung, welche der vorhergehende Schieber darbietet, zu vermeiden. Die beiden Theile *D* und *D'* sind durch eine Wand *D* ersetzt (Fig. 6. Taf. VI); der Schieber hat keine Lappen mehr und die Röhren sind so angeordnet, daß der Dampfkasten mit Dampf angefüllt ist, welcher durch *H* nach dem Condensator gelangt, während der hohle Raum mit dem angefüllt ist, welcher durch die Röhre *C* von dem Kessel hergeleitet wird. Es folgt offenbar daraus, daß die Ränder blos gegen die Wände *D*, *E*, *E'* durch die schwache Spannung des Dampfes gepreßt werden, welcher mit dem kalten Wasser des Condensators in Verbindung steht.

Die Figur stellt die Einrichtung für eine Expansionsmaschine dar. Man sieht, daß der obere Rand des Schiebers *A* die Oeffnung *F* schließt, wenn der untere Rand die Oeffnung *G* noch nicht erreicht

hat. Folglich wird der Dampf aufhören über den Kolben zu treten, ohne daß der Dampf, welcher die Aufsteigung bewirkt hat, aufhört, nach dem Condensator zu entweichen.

Wenn der Lauf lang ist, so würde es vortheilhaft sein, statt eines Schiebers deren zwei in Form eines *D* anzuwenden, weil der erste sehr schwer gut zu justiren ist, und Verluste an Dampf sowohl am obern, als am untern Ende herbeiführt. Dieselbe Stange *J* würde nicht mehr ausreichend sein; aber die Röhre *C* müßte so getheilt werden, daß der Dampf unter beide hohlen Räume strömen könnte.

Schieber mit cylindrischer Leitung.

§. **371.** Der Schieber mit cylindrischer Leitung heißt auch Kolbenventil, weil wirklich durch die Oscillationen eines kleinen Kolbens der Dampf zugelassen und abgesperrt wird. Für eine Maschine sind deren zwei *A*, *A'* (Fig. 7. Taf. VI) erforderlich, jedoch werden sie gewöhnlich durch dieselbe Stange *J* in Bewegung gesetzt. Die Figur stellt den Moment dar, worin der Dampf anfängt, in dem Hauptcylinder zu expandiren. Die Oeffnung *F* wird vollständig durch den obern Kolben *A* geschlossen, und der untere Kolben *A'* hat noch nicht angefangen, die Oeffnung *G* zu decken. Wenn er dieselbe schließt, so hat der Kolben *A* die Oeffnung *F* noch nicht frei gemacht, so daß in diesem Momente der Hauptcylinder weder Dampf empfängt, noch ausströmen läßt. Es ist gut, daß dieses gegen das Ende des Niederganges stattfindet, damit der Lauf wegen der Reaction einer am Boden des Cylinders gelassenen Dampfschicht sanft vollendet wird. Sobald er vollendet ist, geht der Kolben *A'* mehr nieder, läßt den vom Kessel durch die Röhre *C* ankommenden Dampf unter den großen Kolben *P* treten, und das Aufsteigen beginnt, während der in dem obern Theile des Cylinders befindliche Dampf durch die Röhre *H* in den Condensator oder in die Atmosphäre entweicht.

Bewegung der Ventile.

§. **372.** Die Mechanismen, welche man zum Oeffnen und Schließen der Ventile in den passenden Zeitpunkten anwendet, gehören unter eine der folgenden fünf Arten:

- Mechanismus
  - mit Hebeln
  - mit Excentrix
    - kreisförmigen,
    - dreieckigen,
  - mit Daumen
    - drehenden,
    - oscillirenden.

Sie müssen durch die Dampfmaschine selbst in Bewegung gesetzt werden, damit der etwas vor dem Ende des Aufsteigens über den Kolben und der etwas vor dem Ende des Niedersteigens unter

den Kolben strömende Dampf allmählig die erlangte Geschwindigkeit vermindert, und so die heftigen Stöße verhindert, welche stattfinden würden, wenn die Veränderung der Richtung genau in dem Punkte stattfände, wo die lebendige Kraft ihr Maximum erreicht hätte. Außerdem ist bei den Expansionsmaschinen erforderlich, daß die Zulassung des Dampfes für das Aufsteigen und für das Niedersteigen gegen die Mitte des Kolbenlaufes unterbrochen wird.

Hieraus folgt, daß die Mechanismen mit Excentrix und die drehenden Daumen blos den Maschinen entsprechen, welche die abwechselnde geradlinige Bewegung des Kolbens in eine continuirliche Kreisbewegung umwandeln. Was den Mechanismus mit Hebeln und oscillirenden Daumen anlangt, so kann man sie an allen Arten von Dampfmaschinen anbringen; jedoch sind diese Mittel vorzüglich für diejenigen erdacht, welche keinen rotirenden Theil haben.

Hebelvorrichtung.

§. **373.** Der Mechanismus mit Hebelverbindung besteht aus einer Bläuelstange *A* (Fig. 8. Taf. VI), welche mit dem Balancier nahe bei dem Punkte verbunden ist, wo die Kolbenstange daran sitzt, sich zwischen zwei Führungen *B* befindet, durch welche sie genöthigt ist, sich vertical zu bewegen, und welche mit zwei Pflöcken *C*, *C'* versehen ist. Wenn der Kolben auf dem Punkte steht, daß er seinen aufsteigenden Lauf vollendet hat, so bewegt der untere Pflock *C* den drehenden Hebel *D* in die Höhe; dieser Hebel dreht die Sperrklinke *E*; ein kleiner Zahn *F* eines gebogenen und drehenden Hebels entweicht unter der Sperrklinke, ein an dem Arme *H* befestigtes Gewicht *G* fällt schnell nieder, und der sich drehende Arm *J* zieht eine Stange *K*. Damit das Niedergehen dieser Stange dem Dampfe eine Passage verschafft, ist es nur nöthig, daß sie mit einem Schieber oder der Kurbel eines Hahnes, oder mit dem drehenden Hebel *L* verbunden wird, dessen eines Ende einen Einschnitt enthält, durch welchen die mit einem Ansatze versehene Stange eines conischen Ventiles geht.

Das Gewicht *G* muß cylindrisch sein und sich in einem mit Wasser gefüllten Cylinder bewegen, dessen Durchmesser etwas größer ist, als der seinige. Der Cylinder steht in einem andern Gefäße, welches auch mit Wasser gefüllt ist, und communicirt damit an seiner obern Basis und durch ein an seiner untern Basis befindliches Ventil *N*. In dem Augenblicke, wo die Klinke ausgehakt ist, fällt das Gewicht wie ein schwerer Körper vermittelst seines Ueberschusses über den Druck des Wassers; jedoch schließt das comprimirte Wasser bald die Klappe und erzeugt gegen das Niedersteigen einen immer größer werdenden Widerstand. Die Oeffnung des Ventiles geschieht folglich plötzlich, während der Rest der Bewegung mit einer Geschwindigkeit vollendet wird, welche sehr schnell abnimmt, bald Null wird und jeden Stoß verhindert.

Kurz nach dem Augenblicke, in welchem der Dampf einen freien Zutritt zu der obern Fläche des Kolbens erlangt, beginnt das Niedersteigen; der untere Pflock *C* entfernt sich von dem Hebelarme *D*; da dieser Arm schwerer ist, als der andere, so fällt er nieder, die Klinke *E* dreht sich in entgegengesetztem Sinne, und ihr Arm drückt gegen die Axe des gebogenen Hebels *H*. Wenn das Zuströmen unterbrochen werden soll, so drückt der obere Pflock *C'* auf einen dritten *O* des gebogenen Hebels, bringt das Gewicht *G* in seine ursprüngliche Lage zurück, preßt den Zahn *F* gegen den Hebel der Klinke, und stellt den Eingriff derselben wieder her, während sich der Hebel *J* erhebt, und das Ventil oder den Hahn schließt, oder das conische Ventil auf die Oeffnung nieder fallen läßt.

Uebrigens bietet das Gewicht *G* seinem Erheben keinen andern Widerstand dar, als seinen Ueberschuß über den Druck des Wassers, denn das Ventil erlaubt dem Wasser des Gefäßes in den untern Theil des Cylinders zu fließen.

Endlich wird durch einen ähnlichen Mechanismus und zwei auf der entgegengesetzten Fläche der Bläuelstange **A** von der, worauf **C** und **C'** sitzen, angebrachte Pflöcke das untere Ventil *M* etwas vorher geöffnet, ehe das Niedersteigen vollendet ist, und der Zufluß gehindert, wenn der Kolben gegen die Mitte seines Laufes ist, oder denselben bald vollendet hat.

Kreisförmiges Excentrix.

§. **374.** Es giebt zwei Arten von Mechanismen mit kreisförmigem Excentrix; in einem Falle bewegt das Excentrix einen gebogenen Hebel, im andern ertheilt dasselbe einer zwischen Leitungen gehenden Bläuelstange eine oscillirende Bewegung. Beide bewirken die Veränderungen der Richtung ohne den geringsten Stoß zu verursachen.

Der erste (Fig. **9.** Taf. **VI**) besteht aus einem sehr kurzen Cylinder *A*, welcher excentrisch auf der Welle *B* befestigt ist, die von dem Kolben durch Vermittelung der Kurbel *C* ihre Bewegung erhält. Dieser Cylinder wird von einem Ringe *D* umgeben, dessen innerer Durchmesser sehr wenig größer ist, als der seinige, und an welchen zwei Stangen *E*, *E'* angeschweißt sind, welche sich vereinigen, und mit dem Arme *F* eines gebogenen Hebels verbunden sind. Der andere Arm dieses letztern ist mit einer Stange *G* verbunden, durch welche das Ventil wie im vorhergehenden Falle bewegt wird.

Aus der Stellung der Kurbel *C* und dem Sinne ihrer Bewegung ist ersichtlich, daß der Kolben eben seinen Niedergang vollenden will. Alsdann befindet sich der Mittelpunkt *a* des Excentrix vertical unter dem Mittelpunkte *B* der Welle; die Stangen *E*, *E'* stellen den Arm *F* vertical und den Arm *H* desselben Hebels horizontal; die Kurbel *I* des Bramach'schen Hahnes hat auch eine

horizontale Lage und die Oeffnung *K* dieses Hahnes befindet sich vor keiner Röhre. Durch die Fortsetzung der Bewegung wird der Mittelpunkt *a* gegen die Lage *a'*, der Arm *F* gegen die Lage *F'*, *H* gegen *H'*, *I* gegen *I'* und die Oeffnung *K* gegen die Oeffnung *K'* der Röhre zu bewegt, welche den Dampf unter den Kolben leitet. Von *a* aus fängt der Hahn also an zu öffnen, und er ist ganz offen, wenn sich *a* in *a'*, oder wenn sich der Kolben sehr nahe bei der Mitte seines Aufsteigens befindet, weil *F* alsdann *F'* deckt, *I* deckt *I'* und *K* die Oeffnung *K'*. Einen Augenblick nachher fängt der Hahn an, sich zu schließen, weil die Kurbel gegen *C''*, *a'* gegen *a''* gehen, und die Arme *F'*, *I'* in ihre ersten Lagen zurückkehren, und ebenso verhält es sich mit der Oeffnung *K*. Der Verschluß der Röhre *K'* ist vollständig wenn der Mittelpunkt des Excentrix sich in *a''* und die Kurbel in *C''* befindet, welche Lagen mit *a* und *C* symmetrisch sind. Das Aufsteigen wird bald vollendet; aber in diesem Momente fängt die Oeffnung *K''* der Röhre, welche den Dampf über den Kolben leitet, an, der Oeffnung *K* des Hahnes zu entsprechen, weil *F* sich gegen *F''*, *H* gegen *H''*, und *I* gegen *I''* bewegt. Die Röhre *K''* ist ganz frei, wenn *a''* der Mittelpunkt des Excentrix wird; die Kurbel befindet sich in *C'''* und das Niedersteigen ist bis zur Hälfte verrichtet. Alsdann strebt das System seine erste Lage wieder anzunehmen, für welche die Kurbel in *C* und der Mittelpunkt des Excentrix in *a* sich befinden; die Röhre *K''* fängt an, sich zu verschließen, und ist es ganz, wenn das Niedersteigen vollendet ist, und in demselben Momente fängt die Röhre *K'* an, sich zu öffnen.

§. **375.** Der zweite Mechanismus mit kreisförmigem Excentrix besteht aus einer horizontalen Welle *A*, welche ihre Rotation von dem Schwungrade durch ein Vorgelege erhält (Fig. **10.** Taf. **VI**), aus zwei kurzen Cylindern *B*, *B'*, welche excentrisch auf dieser Welle sitzen; dann aus zwei verticalen Bläuelstangen *C*, *C'*, welche durch Leitungen *D*, *D'* gehalten werden, und an ihren Enden mit Rollen *E*, *E'* versehen sind, welche vermittelst ihres Gewichtes beständig gegen die Excentrix gedrückt werden. Die Bläuelstange *C* erhebt sich mit dem Kolben und die Bläuelstange *C'* bewegt sich im Gegentheil nieder, weil die Welle *A* zwischen den Mittelpunkten der beiden Excentrix liegt.

Gegen die Mitte des Aufsteigens schließt ein an *C* sitzender Pflock das Ventil von unten, damit die Expansion anfängt, und wenn das Aufsteigen vollendet ist, so öffnet ein anderer Pflock derselben Bläuelstange das Ventil von oben. Das Niedersteigen findet folglich statt, und die Bläuelstange *C'* geht ihrer Seits in die Höhe; diese Bläuelstange schließt gegen die Mitte des Laufes das Ventil von oben, und öffnet das Ventil von unten etwas vor dem Stillstande.

Dreieckiges Excentrix.

§. **376.** Das dreieckige Excentrix *A* (Fig. **11.** Taf. **VI**) ist ein eisernes Stück von einigen Centimetern Stärke, und durch drei gleiche Kreisbogen von **60°** eingeschlossen. Dieses Stück sitzt auf einer kreisrunden Platte *B*, welche am Endpunkte einer horizontalen Welle befestigt ist, die ihre Bewegung von dem Schwungrade mittelst Räderwerk erhält. Die Excentricität *CD*, welche die Lage der Schraube *D* angiebt, ist gleich $\frac{2}{3}$ des von der Spitze *C* auf die Sehne des entgegengesetzten Bogens gefällten Perpendikels, so daß sich diese Spitze *C* im Mittelpunkte der Platte *B* befindet.

Das so angebrachte Excentrix befindet sich in einem gemischtlinigen Rechtecke *EFGH*, welches durch zwei gleiche und parallele Stäbe *EH*, *FG*, als Sehnen eines mit der Platte *B* concentrischen eisernen Ringes *I* gebildet wird, und perpendikulär auf der Mitte der Stäbe sind an den Ring die beiden Theile *K*, *K'* einer ebenfalls aus Eisen bestehenden Bläuelstange angeschweißt. Der Halbmesser des inneren Umfanges des Kreises *I* ist dem der Bogen des Excentrix und der Entfernung *EF* der Stäbe gleich, so daß die Bogen *EF*, *GH* des Rechteckes **60°** betragen und denen des krummlinigen Dreieckes *A* gleich sind.

Hiernach sieht man ein, daß, wenn sich die Platte *B* in dem Sinne *FEH* herumdeht, der Bogen *CE* wie ein Daumen auf den Stab *EH* wirkt, und denselben bis in die Lage *E'H'* erhebt, und zwar mit einer abnehmenden Geschwindigkeit, welche zuletzt gleich Null wird. Die Bläuelstange erreicht alsdann ihr größtes Aufsteigen und vollendet das Oeffnen des Ventiles von oben. Uebrigens behält sie diese Lage während der ganzen Zeit, wo der Bogen *EF* das Excentrix von *E'H'* tangirt, d. h. während $\frac{1}{6}$ des doppelten Kolbenlaufes oder $\frac{1}{3}$ des Aufsteigens. Der in der Lage *CH* gekommene Bogen *CE* drückt gegen den untern Stab *FG*, welcher sich in *F'G'* befindet und bewegt die Bläuelstange durch die beiden andern Drittel des Kolbenlaufes, oder bis *FG* in *F''G''* ankömmt. Das Ventil vollendet dann seine Oeffnung von unten; die Bläuelstange steht während des ersten Drittels des Aufsteigens des Kolbens still, dann tangirt der Bogen *CE* wieder an dem obern in die Lage *CF'* gekommenen Stabe *EH*, und die Bläuelstange steigt während der beiden andern Drittel des Aufsteigens des Kolbens nieder.

Drehende Daumen.

§. **377.** Jeder Mechanismus mit drehenden Daumen enthält deren zwei *A*, *B* (Fig. **12.** Taf. **VI**), welche aus einem Stücke bestehen und auf der Welle *C* des Schwungrades oder auf einer andern Welle befestigt sind, welche durch diese in Bewegung gesetzt wird. Sie wirken auf zwei Rollen *D*, *D'* welche in zwei rechtwinkligen und verticalen Rahmen sitzen, die mit einander durch vier horizontale Stangen *E*, *E'* verbunden sind; diese Stäbe gleiten mit

sanfter Reibung in den rechtwinkligen Einschnitten zweier concentrisch auf der Welle *C* sitzender Rollen *F*. In der Mitte eines Rahmens sitzt in der Richtung der verticalen Ebene der Daumen, eine Art Dreieck *G*, welches an der entgegengesetzten Spitze zwei Pflöcke enthält, zwischen denen der Arm *H* eines gebogenen Hebels festgehalten wird; der andere Arm wirkt auf das Ventil wie im ersten oder zweiten vorhin beschriebenen Mechanismus.

Die Figur stellt den Moment dar, worin das Niedersteigen des Kolbens vollendet ist; die Kurbel *I* ist alsdann vertical nach unten gerichtet; der Daumen *A* verläßt die Rolle *D*, nachdem er dieselbe von der Rechten zur Linken in die weiteste Entfernung vom Mittelpunkte geschoben hat; der Arm *K* des gebogenen Hebels erreicht alsdann seine größte Höhe, weil der Arm *H* sich in der kürzesten Entfernung von *C* befindet, und der mit dem gebogenen Hebel durch eine Zugstange verbundene Balancier *L* ertheilt dem Schieber *M*, *M'* seine tiefste Stellung; so daß der durch die Röhre *N* zuströmende Dampf durch die Röhre *O* unter den Kolben gelangen und der Dampf des Niedersteigens durch die Röhre *P* den Condensator erreichen kann.

Diese Verhältnisse dauern so lange fort, bis der Daumen *B* die Rolle *D'* erreicht, und das Aufsteigen erfolgt. Wenn der Kolben in der Hälfte seines aufsteigenden Laufes ist, so ist die Kurbel in *I'*; der Daumen *B*, welcher in einer Entfernung von 180° von *I* endigt, verläßt die Rolle *D'*, nachdem er sie von *C* entfernt hat, und durch denselben *H* in die Lage *H'*, *K* in die Lage *K'*, *L* in die Lage *L'*, und *M* vor *O* gebracht ist. Der Dampf tritt nicht mehr unter den Kolben, und der im Cylinder befindliche Dampf wirkt durch seine Expansion. Am Ende des Aufsteigens ist die Kurbel in *I''*. Da der Daumen *A* in einer Entfernung von 90° von *I* endigt, so verläßt er die Rolle *D'*; aber er hatte sie zuerst von *C* entfernt, als der Kolben erst ungefähr auf $\frac{5}{6}$ seines aufsteigenden Laufes war, weil sein dem Mittelpunkte zunächst liegendes Ende ungefähr 120° von *I* entfernt ist; übrigens ist der geradlinige Weg, welchen er derselben Rolle ertheilt, doppelt so groß, als der, welchen sie unter dem Daumen *B* zurücklegt, weil die in der Richtung des Halbmessers gemessene Höhe dieses Daumens die Hälfte von der des Daumens *A* beträgt. Der Arm *H* hat folglich den Bogen *H' H''*, das Doppelte von *HH'*, durchlaufen, der Arm *K* befindet sich in *K''*, *L* in *L''*, und *M''*, welches mit dem untern Rande der Röhre *P* gleich stand, hat einen der doppelten Weite derselben gleichen Weg zurückgelegt, wodurch dasselbe die Lage *M''* angenommen und diese Röhre frei gemacht hat. Die Oeffnung *P* ist also am Ende des Aufsteigens völlig frei, und hat sich zu öffnen angefangen, ehe das Aufsteigen vollendet war.

Da nun *D'* in seiner größten Entfernung von *C* ist, so ist *D* in seiner kleinsten Entfernung. Diese letzte Rolle wird folglich durch den Daumen *B* zurückgeschoben, wenn sich die Kurbel dem Punkt *I''* nähert; in dem halben Niedergange ist der Arm *H* von *H''* nach *H'''*

gekommen; die andern Arme haben außerdem die Lagen K''', L''', und folglich bewegt sich M'' um eine seiner Höhe gleiche Größe niederwärts und bedeckt P, während M mit dem obern Rande von O gleich steht. Endlich bewegt der Daumen A vor dem Ende des Niederganges den Schieber nieder und beginnt die Röhre P zu öffnen; dann bringt er die Sachen in den Zustand der Figur zurück, indem er H von seiner Lage H''' in seine ursprüngliche Lage zurückbringt.

Oscillirende Daumen.

§. **378.** Der Mechanismus mit oscillirenden Daumen enthält deren vier, welche zwei an den entgegengesetzten Flächen einer Bläuelstange A (Fig. **13.** Taf. **VI**) befestigte Theile bilden. Diese durch den Balancier der Dampfmaschine in Bewegung gesetzte Bläuelstange geht mit dem Kolben auf und nieder. Sie geht wie die Daumen durch einen rechtwinkligen Rahmen, dessen zwei entgegengesetzte Seiten die Axen zweier Rollen B, C bilden; diese Rollen können sich zwischen zwei festen horizontalen Ebenen D, D' bewegen, und ihre Entfernung ist dem Vorsprunge des einen großen Daumens E, vermehrt um die Breite der Bläuelstange, gleich. An dem Rahmen sitzt endlich eine Stange F, die sich in eine Dechse endigt, worin die Kurbel G des Hahnes festgehalten wird.

Der Apparat ist in dem Momente dargestellt, worin der Niedergang des Kolbens vollendet ist. Der große Daumen E hat die Rolle B so weit als möglich von der Bläuelstange entfernt, weil die Rolle C dieselbe berührt; die unter den Kolben gehende Röhre H ist ganz frei und das Aufsteigen kann beginnen. Wenn es zur Hälfte vollendet ist, so ist die Rolle C durch den kleinen Daumen I in die Lage c gebracht; die Kurbel G befindet sich in G'; die Oeffnung des Hahnes entspricht H'' und der Dampf kann nur durch Expansion wirken. Aber sobald der Anfang e des großen Daumens E' die Rolle c berührt, geht diese Rolle gegen c', G' gegen G'' und die Oeffnung des Hahnes fängt an, vor die Oeffnung der Röhre H'' zu treten, welche den Dampf über den Kolben leitet. Das Aufsteigen ist zu Ende, wenn diese Röhre gänzlich geöffnet ist. Der Daumen E' hat die Rolle C bis nach c' geschoben, und B, welche sich in b' befindet, berührt die Bläuelstange A. Das Niedergehen beginnt sogleich. Gegen die Mitte dieses zweiten Laufes faßt der kleine Daumen I' die Rolle b', schiebt sie bis b zurück, bringt G'' nach G' und die Oeffnung des Hahnes vor H'. Da endlich der große Daumen E etwas vor dem Ende des Niedersteigens auf b wirkt, so fängt die Röhre H an, sich zu öffnen.

Hiernach ist klar, daß, wenn das Intervall H' dem Durchmesser der Röhren H, H'' gleich ist, jeder der großen Daumen in Beziehung auf die Bläuelstange einen doppelt so großen Vorsprung darbietet, als der von einer der kleinen; daß die verticale Entfernung EE' der am weitesten abstehenden Punkte der ersten dem Laufe des Kolbens gleich ist, und daß die am weitesten abstehenden Punkte der beiden andern die Hälfte von EE' betragen müssen.

§. 379. Wir wollen diesen Artikel mit einer allgemeinen Bemerkung schließen, welche sich auf den Anfang der Bewegung der Dampfmaschinen bezieht. Offenbar können sie sich von selbst nicht in Bewegung setzen, weil das Spiel des Kolbens von dem des Ventiles und umgekehrt abhängt. Es ist folglich erforderlich, daß eine fremde Wirkung das eine oder andere bestimmt. Diese ist nämlich der Heitzer; er wirkt auf einen der drehenden Hebel des Mechanismus des Ventiles, um dasjenige zu öffnen, welches den Zutritt des Dampfes unter den Kolben erlaubt; dieses Stück öffnet durch sein Aufsteigen das obere Ventil, und von jetzt an geht die Maschine durch ihre eigenen Kräfte.

Kolben.

§. 380. Die Kolben sind bekanntlich volle Cylinder, welche sich in hohlen Cylindern bewegen. Sie müssen drei Bedingungen erfüllen: 1) ihre ebenen Flächen müssen senkrecht auf der Kolbenstange stehen; 2) sie dürfen nur einen kleinen Theil der bewegenden Kraft zur Ueberwindung ihrer Reibung in Anspruch nehmen; 3) sie müssen den hohlen Cylinder vollkommen verschließen, so daß jeder Durchgang des Dampfes abgesperrt wird.

In §. 309 haben wir gesehen, wie die erste Bedingung erfüllt werden kann; die beiden andern erreicht man vermittelst einer Liederung von Hanf oder Metall.

Hanfkolben.

§. 381. Der Kolben mit einer Liederung aus Hanf ist für die Dampfmaschinen der gebräuchlichste (Fig. 14. Taf. VI). Sein unterer Theil enthält zwei kreisrunde Erhöhungen, von denen die im Mittelpunkte befindliche *A* ein abgestumpfter Kegel ist, welcher dieselbe Axe hat und mit einem conischen Loche versehen ist, worin das Ende der Kolbenstange *B* sitzt, die darin mittelst eines Keiles oder Bolzens befestigt wird. Die andere Erhöhung *C* bildet einen um diese gehenden Ring, dessen innere krumme Fläche conisch ist, und dessen äußere Fläche zwei Krümmungen hat.

Der obere Theil oder der Deckel besteht gewöhnlich aus zwei Stücken; aus einem mit einem Rande versehenen ebenen Ringe *D*, dessen äußerer Umfang ebenfalls zwei Krümmungen darbietet, und aus einer Preßplatte *E*, welche einige Schraubengänge enthält, mittelst welcher sie auf den untern Theil der Kolbenstange festgeschroben wird. Der Ring des Deckels ist mit dem der Basis durch Stifte *F* verbunden, welche das Drehen, aber nicht das Auf- und Niedersteigen derselben verhindern. Einer dieser Stifte trägt ein Getriebe *G*, welches mit dem gezahnten Umkreise der Preßplatte im Eingriff steht, und damit die Axe dieses Getriebes den Lauf des Kolbens nicht verkürzt, befindet sich in dem Cylinderdeckel ein Loch, auf welches auswendig eine dichte Kapsel *H* geschraubt ist.

Die Hanfliederung *I* wird um den Ring der Basis gewickelt und durch den Ring des Deckels zusammengepreßt. Wenn sie durch die Reibung abgenutzt ist, und den Dampf zwischen sich und der Wand des Cylinders hindurch gehen läßt, so ist man genöthigt, diesen Zwischenraum dadurch auszufüllen, daß man den Deckel der Basis nährt. Um dieses zu verrichten, muß man den Kolben in seiner höchsten Stellung anhalten, die Kapsel *H* los machen, und das Getriebe *G* vermittelst einer auf die Axe gesteckten Schlüssels drehen. Der auf den Ring des Deckels ausgeübte verticale Druck läßt sich in zwei Theile zerlegen, von denen der eine vormal auf der doppelt gekrümmten Fläche wirkt und die Liederung gegen den Cylinder preßt; derselbe Effect wird durch die doppelt gekrümmte Fläche des Bodens hervorgebracht, welche eine Reaction gegen den Druck der untern Faden der Hanfliederung ausübt.

Jedoch kann die Dampfmaschine lange Zeit gehen, ohne daß man die Liederung horizontal auszubreiten braucht. Die Wirkung des Dampfes ist hinreichend, um einen vollständigen Anschluß hervorzubringen, wenn die Liederung nicht gar zu sehr abgenutzt ist. Der Dampf dringt in der That durch die Bolzenlöcher, durch die von den beiden Theilen des Deckels gebildete Fuge in den Raum *K* ein, welcher diese Theile von dem Boden trennt, geht von hier in die Liederung, treibt sie auseinander und preßt sie horizontal nach außen.

Wenn sich ein Kolben sanft bewegen soll, so muß er gut geschmiert werden. Von Zeit zu Zeit muß man daher eine dicke Flüssigkeit auf die reibende Fläche gießen; gewöhnlich besteht die Schmiere aus geschmolzenem Talg, welcher aus einer im Deckel befindlichen und mit einem Hahn versehenen Schmierbüchse *L* fließt.

Kolben mit Metalliederung.

§. **382.** Bei den Kolben mit Metalliederung (Fig. **15.** Taf. **VI**) bilden der Deckel *A*, der Boden *B* und der Körper *C* gewöhnlich ein Stück. In den zwischen dem Körper und den beiden äußern Theilen gebildeten hohlen cylindrischen Raume befinden sich inwendig ebene Ringsegmente *D* aus Metall, welche die Liederung bilden, und aus zwei übereinander liegenden Schichten bestehen, welche zur Verhütung von Dampfentweichungen so liegen, daß die Fugen der obern Schicht nicht vertical denen der untern entsprechen. Die von zwei auf einander folgenden Segmenten derselben Schicht gebildete Ecke wird von dreieckigen Keilen *E* aus Messing ausgefüllt. Jeder Keil ist in seiner Basis mit einem cylindrischen Loche versehen, worin sich eine gewundene Feder aus Stahl befindet, die über einen Stift geht und auf einer Seite gegen den Körper *C*, auf der andern aber gegen den Keil drückt, wodurch die Metallsegmente gezwungen werden, beständig mit den Wänden des Cylinders *F*, worin sich der Kolben bewegt, in Berührung zu sein. Zur Hervorbringung dieses Effectes trägt der Dampf selbst mit bei, indem er durch die zwischen den

horizontalen Segmenten und dem Deckel oder Boden gebildeten Fugen hinter die Keile dringt.

Einige Constructoren haben die Spitze jedes Keiles in die äußere Fläche der Segmente gelegt; jedoch haben sich hierdurch in dem gußeisernen Cylinder bald Reifen eingeschliffen. Die Segmente derselben Lage müssen sich je zwei in einer Fuge berühren, welche nach einem Halbmesser des Kolbens gerichtet ist, und eine solche Länge haben, daß die Keile den Cylinder nur erreichen können, wenn die Spiralfedern ganz aus einander gespannt sind, und eine Erneuerung des ganzen Systemes erfordern.

§. **383.** In einigen Maschinen giebt es Kolben mit Metallliederung, welche dem vierkantigen Gewinde der Schrauben gleich ist. Diese Kolben sind wie die Kolben mit einfacher Hanfliederung construirt, außer daß der Körper cylindrisch ist, statt zwei Krümmungen zu haben. Die elastische Windung mit quadratischem Querschnitt wird um den Körper gewickelt, oberhalb befindet sich eine dünne Hanfliederung, und die durch den Deckel gegen einander gepreßten Windungen müssen beständig mit der Wand des Cylinders in Berührung bleiben.

Vergleichung der Kolben.

§. **384.** Um in Beziehung auf die Oekonomie der bewegenden Kraft zu wissen, welchen von beiden Kolben man anwenden muß, genügt die Bemerkung, daß bei den Kolben mit Metalliederung der Coefficient der Reibung $\frac{1}{8}$ und bei den andern $\frac{1}{6}$ beträgt; jedoch wollen wir den Vortheil des ersten über den zweiten genauer angeben.

Es seien l, d die Länge und der Durchmesser der reibenden Fläche in Metern. Diese cylindrische Fläche ist in Quadratmetern gleich $l\pi d = f\pi d^2$, weil man nach §. **309** haben muß $l = fd$. Aber der Druck derselben Fläche ist wenigstens gleich dem Drucke des Dampfes; denn wenn er geringer wäre, so würde der Dampf, welcher immer durch die Fugen einzudringen strebt, bald die Berührung aufgehoben haben. Man kann folglich für diesen Druck auf jeden Quadratmeter die Zahl $\mathbf{10334}^{kg}\, n$ annehmen, welche die Kraft des Dampfes angiebt. Folglich findet auf jedem Quadratmeter der Liederung eine Reibung $\mathbf{10334}^{kg}\, nf$ statt, und die Gesammtreibung ist $\mathbf{10334}^{kg}\, nf \times f\pi d^2 = \mathbf{10334}^{kg}\, nf^2\pi d^2$.

Die Dimensionen der Stopfbüchse, durch welche die Stange hindurchgeht, sind so beschaffen, daß darin eine Reibung stattfindet, welche ungefähr dem zehnten Theile der vorhergehenden gleich ist. Der Kolben absorbirt folglich eine Kraft $F = 1{,}1 \times \mathbf{10334}^{kg}\, nf^2\pi d^2$.

Wenn man den constanten Druck auf die Flächen des Kolbens während des Auf- und Niedergehens im Ganzen mit Q bezeichnet, so erhält man:

$$Q = 10334^{kg}\, n \frac{\pi d^2}{4},$$

weil der Durchmesser dieser Basen auch d ist. Folglich ist $10334^{kg}\, n. \pi d^2 = 4Q$, und $F = 4{,}4 f^2 Q$.

Die durch die Reibungen eines Kolbens mit Metalliederung verbrauchte bewegende Kraft kann also durch die Gleichung:

$$F = \frac{4{,}4}{64} Q = 0{,}069 Q$$

bestimmt werden, und für die, welche ein Kolben mit Hanfliederung verbraucht, findet man die Gleichung:

$$F = \frac{4{,}4}{36} Q = 0{,}122 Q.$$

Bewegungsvorrichtungen der Kolben.

§. 385. Die Kolbenstange muß sich vertical bewegen, damit ihre Reibung in der Stopfbüchse und die des Kolbens an den Wänden des Körpers des Cylinders nicht einen zu großen Theil der bewegenden Kraft absorbiren; außerdem können Dampfverluste vorkommen, wenn die Kolbenstange eine geneigte Lage annimmt und der Kolben gezwungen ist, auf einen Punkt einen größern Druck auszuüben, als auf den entgegengesetzten. Ferner enthält eine Dampfmaschine gewöhnlich Wellen und Räder, deren Rotation durch einen verticalen Druck des Dampfes hervorgebracht werden muß. Diese beiden Bedingungen erreicht man durch besondere Mechanismen, welche nur von einander durch die zur Führung der Stange angewandten Mittel verschieden sind, weil sich bei allen eine abwechselnde geradlinige Bewegung vermittelst einer Bläuelstange und einer Kurbel in eine continuirliche Kreisbewegung umwandelt. Wir können daher die hierzu angewandten Mechanismen der Kolben unter folgende Arten zusammenfassen:

Mechanismus { mit Rollen; mit Balancier { mit Gegenlenker. mit Parallelogramm.

Mechanismus mit Rollen.

§. 386. Der Mechanismus mit Rollen ist bei weitem der einfachste von den dreien, und obgleich er viel weniger angewandt wird, als die beiden andern, so übertrifft er sie doch wenigstens in Beziehung auf seine Wirkung, weil er die Bewegung der Stange vollkommen vertical macht, während dieses durch den Gegenlenker und das Parallelogramm nur näherungsweise geschieht.

Die Kolbenstange *A* (Fig. 16. Taf. VI) ist an ihrem Ende mit einem Handschuh *B* versehen, durch dessen beide Seiten eine Axe *C* geht. Diese Axe ist wie zwei Zapfen einer andern Axe *D* gebildet, durch welche sie in der Mitte und senkrecht hindurch geht. Die Axe *D* bildet die Welle für zwei Rollen oder Laufräder *E* von gleichem Durchmesser und einer solchen Größe, die der Entfernung der beiden verticalen Leitungen *F* und der Entfernung zweier andern den ersten parallelen *G* gleich ist. Endlich befinden sich an beiden Enden derselben Achse *D* zwei Bläuelstangen *H*, welche der Welle *K* vermittelst der Krummzapfen *I* eine drehende Bewegung ertheilen.

Die Kolbenstange kann also offenbar keine Ablenkung in dem Sinne der Achse *D* erfahren; es ist daher blos das daran auszusetzen, daß die Wirkungen der Bläuelstange *H* gegen eine auf der Axe perpendikulare Richtung geneigt erfolgen. Durch die in den Geradführungen *F* enthaltenen Rollen *E* sind sie jedoch verhindert, diesen Wirkungen zu folgen. Zur Vermeidung der Schwankungen der Achse *D*, sowohl wenn sie von der Stange *A* in den obern Theil der Leitung bewegt wird, als wenn sie von derselben nach dem Cylinder *L* zugezogen wird, ist es übrigens erforderlich, zwei Bläuelstangen anzuwenden. Endlich erfordert ein solcher Mechanismus, daß die Welle *K* unter dem Cylinder liegt, und daß die Axe dieser Welle und die der Welle *D* in einer und derselben verticalen Ebene liegen.

Mechanismus mit Gegenlenker.

§. 387. Ein Balancier, ein Gegenbalancier und das sie verbindende Gelenk, machen die zweite Art von Mechanismus aus; die gleichzeitigen Bewegungen des ersten und dritten Theiles haben Aehnlichkeit mit denen der beiden Theile des Instrumentes, welches zum Dreschen des Kornes dient.

Die beiden Arme *AB*, *AC* des Balanciers (Fig. 17. Taf. VI) und der einzige Arm *DE* des Gegenlenkers haben gewöhnlich jeder eine Länge von 4^m; die horizontale Entfernung *AF* der Schwingungsmittelpunkte *A*,*D* beträgt 8^m; ihre verticale Entfernung *DF* ist gleich 2^m und halb so groß als *AB*; dieselbe Länge hat man dem Gelenke *BE* gegeben, und die Kolbenstange in der Mitte *G* dieses Theiles befestigt. Es folgt, daß das Verbindungsstück eine verticale Lage hat, wenn der Balancier und Lenker horizontal sind; daß sich der Aufhängepunkt *G* sehr wenig von der Verticale entfernt, wenn der Balancier ungefähr einen Winkel von 15° oberhalb und unterhalb der Horizontalen beschreibt; daß der Mittelpunkt *G* der Geraden *AD* der Mittelpunkte sich fast in der Mitte des Laufes des Aufhängepunktes befindet und daß endlich dieser Lauf ungefähr 2^m beträgt.

Um diese verschiedenen Folgerungen zu beweisen, wollen wir den Mechanismus in einer beliebigen Lage betrachten. A (Fig. 18) sei der Anfangspunkt der Coordinaten, x die Abscisse AH von G, y die Ordinate desselben Punktes, α der von dem Balancier und der Horizontalen AF gebildete Winkel, β der von dem Lenker und der Horizontalen DI gebildete Winkel, und γ der von dem Verbindungsstücke BE und der Horizontalen BK gebildete Winkel, endlich wollen wir die Verticalen BL, EN, die Horizontale GO ziehen, und wollen dann die Relationen der Coordinaten von G und der Winkel α, β suchen.

Zuerst sieht man, daß

$$AH = AL + LH = AL + BQ,$$

folglich:

$$\left.\begin{array}{l} \\ \\ 1 = \end{array}\right| \quad x = 4\cos\alpha + \cos\gamma$$

ist. Es ist aber auch $AH = AF - FN - HN = AF - DI - GO$, und

$$x = 8 - 4\cos\beta - \cos\gamma;$$

folglich

$$2x = 8 + 4\cos\alpha - 4\cos\beta$$

oder:

$$x = 2(2 + \cos\alpha - \cos\beta).$$

Die Ordinate y wird durch die Relationen bestimmt:

$$GH = GQ + QH = GQ + BL,$$

$$GH = ON = OI + IN = EI - EO + IN = EI - EO + DF;$$

denn sie geben:

$$y = \sin\gamma + 4\sin\alpha, \text{ und } y = 4\sin\beta - \sin\gamma + 2$$

und

$$2y = 2 + 4\sin\alpha + 4\sin\beta \text{ oder } y = 2(\tfrac{1}{2} + \sin\alpha + \sin\beta).$$

Da die Winkel α, β einer von dem andern abhängen, so muß man noch den Werth des zweiten als Function des ersten bestimmen, damit man x und y für jede Lage des Balanciers finden kann. Da nun:

$$AF = AL + LN + NF = AL + BR + ID$$

ist, so erhält man:

$$8 = 4\cos\alpha + 2\cos\gamma + 4\cos\beta, 4 = 2\cos\alpha + \cos\gamma + 2\cos\beta$$

und:

$$\cos\gamma = 4 - 2(\cos\alpha + \cos\beta).$$

Außerdem ist:

$$DF = IN = IR + RN = ER - EI + BL,$$

welches

$$2 = 2\sin\gamma - 4\sin\beta + 4\sin\alpha$$

giebt, woraus folgt:

$$\sin\gamma = 1 - 2(\sin\alpha - \sin\beta).$$

Folglich ist:

$$\cos^2\gamma = 16 - 16(\cos\alpha + \cos\beta) + 4(\cos\alpha + \cos\beta)^2,$$

$$\sin^2\gamma = 1 - 4(\sin\alpha - \sin\beta) + 4(\sin\alpha - \sin\beta)^2,$$

$$1 = \left\{\begin{array}{c} 17 - 16(\cos\alpha + \cos\beta) + 4\cos^2\alpha + 8\cos\alpha\cos\beta + 4\cos^2\beta - \\ 4(\sin\alpha - \sin\beta) + 4\sin^2\alpha - 8\sin\alpha\sin\beta + 4\beta\sin^2\beta \end{array}\right.$$

$$o = 16 - 16(\cos\alpha + \cos\beta) + 4 + 8(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + 4 - 4(\sin\alpha - \sin\beta)$$

$$o = 6 - 4(\cos\alpha + \cos\beta) + 2(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) - (\sin\alpha - \sin\beta),$$

$$2\sin\alpha\sin\beta - \sin\beta = 6 + \cos\beta(2\cos\alpha - 4) - (4\cos\alpha + \sin\alpha).$$

Wenn wir der Kürze wegen

$$2\sin\alpha - 1 = A, 2\cos\alpha - 4 = B, 4\cos\alpha + \sin\alpha - 6 = C$$

setzen, so kommt:

$$A\sin\beta = B\cos\beta - C, A^2(1 - \cos^2\beta) = B^2\cos^2\beta - 2BC\cos\beta + C^2,$$

$$\cos^2\beta - \frac{2BC}{A^2 + B^2}\cos\beta = \frac{A^2 - C^2}{A^2 + B^2},$$

$$\cos\beta = \frac{BC}{A^2+B^2} \pm \sqrt{\left\{\frac{A^2-C^2}{A^2+B^2} + \frac{B^2C^2}{(A^2+B^2)^2}\right\}} = \frac{BC \pm A\sqrt{(A^2+B^2-C^2)}}{A^2+B^2}.$$

Wir wollen nun annehmen, daß die größte Abweichung des Balanciers AB unter der Horizontalen AF blos bis zur Verbindungslinie AD der Mittelpunkte (Fig. 17) reicht. Die Tangente des größten Werthes von α ist $\frac{BG}{AB} = \frac{1}{4} = 0{,}25$; folglich ist für dieses Maximum:

$$\alpha = 14^o\,2'\,10'', \cos\alpha = 0{,}9701 \text{ und } \sin\alpha = 0{,}2425$$

und es ergiebt sich:

$$A = -0{,}515, B = -2{,}0598, C = -1{,}8771$$

und

$$\cos\beta = 0{,}744 \text{ oder } 0{,}9709.$$

Von diesen beiden Werthen von $\cos\beta$ muß man den zweiten **0,9709** nehmen. Denn wenn AB unter die Horizontale AF geht, so nimmt das Verbindungsstück BE eine geneigte Lage an und die verticale Entfernung der Aufhängepunkte B, E nimmt ab. Der Winkel β nimmt also nicht so viel zu, als der Winkel α, und da diese beiden Winkel in Fig. **17** einander gleich sind, so muß man $\beta < \alpha$ in Figur **18**, und folglich $\cos\beta > \cos\alpha$ haben. Außerdem entspricht $\cos\beta = 0{,}744$ einer Lage BE', worin E über B liegt (Fig. **18**).

Es ist also:

$$\beta = 13^{\circ}\,51'\,20'' \text{ und } \sin\beta = 0{,}239.$$

Substituirt man in den allgemeinen Werth der Abscisse des Punktes G, so erhält man für AH:

$$x = 2(2^m + 0^m{,}9701 - 0^m{,}9709) = 2(2^m - 0^m{,}0008) = 4^m - 0^m{,}0016.$$

Da nun bei einer verticalen Lage des Verbindungsgliedes der Punkt G in einer horizontalen Entfernung gleich 4^m von A liegt; so entfernt er sich folglich während der zweiten Hälfte des Niedergehens des Balanciers auf der linken Seite ungefähr um $0^m{,}0016$ von der Verticale BE.

Wenn wir die zweite Hälfte des Aufsteigens von AB betrachten, so haben wir wieder $\alpha = 14^{\circ}\ 2'\ 10''$ und dieselben Zahlen für $\cos\alpha$, $\sin\alpha$; aber diese letzte Linie muß negativ genommen werden, weil sie ihre Richtung verändert. Folglich ist in diesem Falle:

$$A = -(2\sin\alpha + 1) = -1{,}485, \quad B = 2\cos\alpha - 4 = -2{,}0598,$$

$$C = 4\cos\alpha - \sin\alpha - 6 = -2{,}3621 \text{ und } \cos\beta = 0{,}5399 \text{ oder } 0{,}969.$$

Diese Werthe sind beide kleiner als der von $\cos\alpha = 0{,}9701$, und hieraus folgt, daß bei den beiden geneigten Lagen $B'E''$, $B'E'''$ des Verbindungsstückes, welche der höchsten Lage von AB entsprechen können, β größer als α sein muß. Dieses muß auch wirklich so sein, weil die verticale Entfernung der Punkte B, E abnimmt, wenn sich AB von der horizontalen Lage des Lenkers DE entfernt, und dieser einen größern Weg zurücklegen muß. Was die beiden Werthe anlangt, von welchen man einen für $\cos\beta$ nehmen muß, so ist dieses natürlich der größte **0,969**; er entspricht dem Punkte E'' und dem kleinsten Werthe von β, durch welchen DE geht, ehe sie den andern erreicht.

Für die Abscisse des höchsten Punktes G hat man also:

$$x = 2(2^m + 0^m{,}9701 - 0^m{,}969) = 4^m + 0^m{,}0022,$$

woraus hervorgeht, daß sich diese Verbindung alsdann auf der rechten Seite der Verticale BE etwas mehr entfernt, als in der tiefsten Stellung zur Linken derselben. Jedoch sind beide Abweichungen

so gering, daß man die Bewegung der Kolbenstange *GP* durch den Mechanismus mit Gegenlenker als vertical annehmen kann.

Die Substitution der Werthe von $\sin\alpha$ und $\sin\beta$, welche sich auf das Ende des Niederganges beziehen, giebt für die Ordinate *GH* den Werth:

$$y = 2(0^m,5 + 0^m,2425 + 0^m,239) = 1^m,963.$$

Zieht man $BG = 1^m$, als die der horizontalen Lage des Balanciers entsprechende Ordinate davon ab, so findet man $0^m,963$ für das Niedergehen, welches die Stange erfährt, während *AB* unter der Horizontalen *AF* einen Bogen von $14^o\,2'\,10''$ beschreibt.

Wir haben $\cos\beta = 0{,}969$ für das Ende des Aufsteigens von *AB* gefunden, woraus:

$$\beta = 14^o\,18'\,10'',\ \sin\beta = -0{,}247,$$

$y' = 2(0^m,5 - 0^m,2425 - 0^m,247) = 0^m,021$ und $y + y' = 1^m,984$

folgt. Der Lauf des Kolbens beträgt folglich bis auf einen und einen halben Centimeter genau 2^m. Fügt man außerdem $BG = 1^m$ zu dem Werthe von y' hinzu, so erhält man $1^m,021$ für den aufsteigenden Weg, welchen die Stange *GP* zurücklegt, während *AB* über der Horizontalen *AF* einen Bogen von $14^o\,2'\,10''$ beschreibt. Den beiden gleichen Wegen des Balanciers entsprechen folglich zwei ungleiche Wege der Kolbenstange; aber der halbe Lauf des Kolbens beträgt:

$$\frac{y + y'}{2} = 0^m,992 \text{ und } 1^m,021 - 0^m,992 = 0^m,029.$$

Folglich liegt die Mitte *G* der Geraden *AD* der Mittelpunkte blos $0^m,029$ unter der Mitte des Kolbenlaufes; dieser Lauf ist zur Hälfte vollendet, wenn der Balancier *AB* etwas über der horizontalen Lage liegt, und die Geschwindigkeiten dieses Balanciers sind nahe zu denen der Stange proportional.

§. 388. Im Grunde beschreibt der Punkt *G* einen wenig gekrümmten Bogen einer Lemniscate, deren Axe auf der Mitte der Geraden *AD* der Mittelpunkte (Fig. 19. Taf. VI) senkrecht steht. Dieser Mittelpunkt ist der Knoten der Curve in Form einer 8, oder der Punkt, in welchem die beiden Biegungen stattfinden, und durch die Neigung der Axe *YZ* wird der größte Theil des durchlaufenen Bogens vertical gemacht.

Die Lemniscate eines Mechanismus mit Gegenlenker ist leicht zu verzeichnen. Man bezeichne auf einem Streifen Papier am Rande die beiden Endpunkte und die Mitte *G'* der Geraden *DF*, welche dem Verbindungsstücke gleich ist, man beschreibe die Bogen *B' B''*, *E' E''*, welche das Ende *B* des Balanciers und das Ende *E* des Gegenlenkers durchlaufen müssen; dann bringe man den Streifen Papier in verschiedenen Lagen *B' E'*, *B'' E''*, *B''' E'''*, ꝛc. so, daß die

Punkte *F*, *D* auf einem der Bogen *B' B''*, *E' E''* sich befinden, so werden alle Lagen von *G'* Punkte der Curve sein. Der Knoten *G* wird durch *G'* bestimmt, wenn der Streifen senkrecht auf *AB* wird, und die Endpunkte *Y*, *Z* der Axe entsprechen *G'*, wenn der Streifen parallel zu *AD* ist.

Mechanismus mit Parallelogramm.

§. 389. Der Mechanismus mit Parallelogramm ist erfunden und angewandt, um die Längen des Mechanismus mit Gegenlenker auf die Hälfte und den ganzen eingenommenen Raum auf drei Viertel zu vermindern. Der Gang des einen ist genau so wie der des andern; bei beiden ist der verticale Weg des Aufhängepunktes der Kolbenstange derselbe. Jedoch besitzt der erste außer dem Vortheile der geringern Dimensionen noch den, daß man zwei Kolben zugleich damit führen kann.

Wir wollen in der Mitte *B'* des Balanciersarmes *AB* (Fig. 20. Taf. VI.) eine Verbindung anbringen und das Parallelogramm *BB' E' G* vollenden, worin *BB'* gleich *BE* und *BG* die Hälfte davon beträgt; an der Spitze *E'* wollen wir noch eine Verbindung anbringen und den Schwingungsmittelpunkt des Gegenlenkers *DE* nach *D'*, der Mitte der Geraden *AD* der Mittelpunkte, verlegen; für *DE* wollen wir *D' E'* nehmen, die Hälfte *GE* von *BE* hinweglassen, und in *G* die Verbindung mit der Kolbenstange *GP* anbringen; das System des Armes *AB*, des daran befindlichen Parallelogrammes und des Gegenlenkers *D' E'* macht den Mechanismus mit Parallelogramm aus.

Ungeachtet der Veränderungen der Winkel des Viereckes *BB' E' G*, oder der Umgestaltungen, welche es während der Rotation von *AB* und von *D' E'* erfährt, bleibt diese Figur immer ein Parallelogramm, weil die gegenüberliegenden Seiten immer einander gleich bleiben. Folglich behalten *B' E'* und *BE* immer ihren Parallelismus; da $B'E' = \frac{BE}{2}$ und $AB' = \frac{AB}{2}$ ist, so liegt die Spitze *E'* immer in der Geraden *AE*, und zwar in ihrer Mitte, wie *D'* die Mitte von *AD* ist. Die verschiedenen Lagen von *D' E'* sind folglich den correspondirenden Lagen von *DE* parallel; der Winkel β' ist immer dem Winkel β gleich und hat zu den verschiedenen Werthen von α dieselben Relationen. Uebrigens bleibt die Spitze *G* des Parallelogrammes in der Mitte von *BE*, wie *E'* in der Mitte von *AE*, weil *E' G* immer zu *AB* parallel ist. Wenn folglich die Kolbenstange *GP* zugleich in der Spitze *G* und in der Mitte von *BE* angebracht wäre, so könnte der Mechanismus mit Parallelogramm zu gleicher Zeit mit dem Mechanismus mit Gegenlenker arbeiten, ohne daß sich die Kolbenstange anders bewegte, als in dem Falle, wo sie blos mit dem zweiten verbunden ist. Folglich kann dieser Mechanismus durch den ersten ersetzt werden.

Außerdem sieht man ein, daß der Mechanismus mit Parallelogramm einen kleinen Mechanismus mit Gegenlenker enthält, dessen Theile *AB'*, *B'E' D'E'* halb so groß sind, als *AB*, *BE*, *DE* des großen. Eine in der Mitte von *B'E'* angehängte verticale Stange würde sich folglich auch vertical bewegen, und ihr Lauf würde halb so groß als der von *GP* sein. Man benutzt diese Eigenschaft des Parallelogrammes, um dadurch zu gleicher Zeit mit dem Kolben des Dampfcylinders den Kolben einer Pumpe in Bewegung zu setzen.

Die großen Seiten *BB'*, *E'G* eines Parallelogrammes und der Gegenlenker *D'E'* betragen gewöhnlich die Hälfte des Balancierarmes *AB*, die kleinen an diesem Arme sitzenden Seiten den vierten Theil desselben; diese letzte Größe ist auch der verticalen Entfernung *D'H* der Schwingungsmittelpunkte *A*,*D'* gleich; ihre horizontale Entfernung *AH* ist der ganzen Länge des Armes gleich, und die Kolbenstange ist an dem am weitesten vom Punkte *A* entfernten Punkte *G* angehängt.

Stopfbüchsen der Kolbenstangen.

§. 390. Die Stopfbüchsen, durch welche die Kolbenstangen und Ventilstangen ohne Dampfverlust hindurch gehen, sind von drei Arten: die Stopfbüchsen mit Lederliederung, mit Hanfliederung und mit Metallliederung.

Stopfbüchsen mit Lederliederung.

Diese Stopfbüchsen können nur bei Niederdruckmaschinen angewandt werden; da die Wärme des Dampfes das Leder noch allmählig austrocknet, so verliert es zuletzt seine Elasticität. Diese animalische Substanz wird auf zwei Arten angewandt; entweder in Scheiben oder in Ringen. Die Scheiben sind mit einem dem Durchmesser der Kolbenstange gleichen Loche durchbrochen, und werden eine gegen die andere und gegen den Rand der Oeffnung vermittelst Schrauben gepreßt, welche durch den Deckel der Stopfbüchse gehen. Der Boden eines Ringes ist auch mit einem Loche von demselben Durchmesser als die cylindrische Stange durchbrochen; der Druck, welchen der Deckel der Stopfbüchse gegen den obern Rand ausübt, nöthigt den untern Rand, ungeachtet der Abnutzung, beständig mit der Kolbenstange in Berührung zu stehen.

Stopfbüchsen mit Hanfliederung.

§. 391. Diese Stopfbüchsen bestehen aus einem kurzen Cylinder *A* (Fig. 21. Taf. VI.), welcher inwendig einen Hanfring *B* enthält, von dem die Kolbenstange fest umgeben wird. Der Hanfring

ruht auf einem ebenen Ringe *C*, welcher auf dem Cylinderdeckel *D* von der Oeffnung dieses Deckels und dem Cylinder der Büchse gebildet wird, und damit dieselbe nicht aufhört, die Kolbenstange einzuklemmen, werden die Fäden desselben durch den Deckel *E* der Stopfbüchse zusammengepreßt, von welchem ein Theil in den Cylinder hineingeht. Dieser Deckel bildet übrigens zwei Aushöhlungen, von denen die untere nach oben gerichtet ist und dazu dient, den verticalen Druck so zu zerlegen, daß der Hanf gegen die Stange gepreßt wird; die obere enthält das Schmiermittel.

Stopfbüchse mit Metallliederung.

§. **392.** Die Metallliederung einer cylindrischen Büchse *A* (Fig. **22.** Taf. **VI**) ist eben so construirt, wie bei dem Kolben; sie ist davon blos durch die Form der Theile, durch die Abwesenheit jedes leeren Raumes, durch eine dünne Lage Hanf *B* zwischen der Wand und der Metallliederung, und durch zwei Stahlringe *C*, welche mit den Spiralfedern zugleich die Theile dieser Liederung gegen die Stange *D* des Kolbens pressen, verschieden. Die stark angespannten Kreise pressen in der That die Dreiecke *E* und die Rechtecke *F*, während diese Rechtecke von den Dreiecken und den Spiralfedern, welche über einen Stift gehen, gepreßt werden.

Die ausgehohlten Seiten der Rechtecke enthalten drei kreisrunde Falze; der obere *H* und der untere *I* enthalten jeder einen Stahlring, welcher sich federt und einen sehr hermetischen Verschluß hervorbringt, ohne eine große Reibung zu bewirken. Der mittlere Falz *K* ist ein Reservoir zum Schmieren, da er jedoch nur für den untern Theil hier zu gebrauchen ist, so hat man einen andern *L* angebracht, indem man die Mitte des Deckels der Stopfbüchse hohl gewölbt hat.

Moderator.

§. **393.** Der Kolben einer Dampfmaschine muß in jeder Secunde beständig dieselbe Anzahl von Oscillationen machen, damit die Kurbel, das Schwungrad und folglich die arbeitende Maschine eine gleichförmige Bewegung haben. Das Aufsteigen und das Niedersteigen müssen also beständig durch dieselben Kräfte verrichtet werden. Da aber die Spannung des Dampfes mit der Temperatur veränderlich ist, so sieht man, daß der Heitzer immer die nothwendige Geschwindigkeit erreichen kann, wenn er das Brennmaterial vermehrt; jedoch ist es ihm unmöglich, das Material im Ofen so zu reguliren, daß er die Temperatur nicht überschreitet, welche diese Geschwindigkeit erfordert. Die Bewegung des Kolbens würde sich daher jedesmal beschleunigen, sobald der Ofen gespeist wäre, wenn die Maschine keinen Apparat hätte, welcher geeignet ist, den Zufluß des Dampfes proportional mit der Zunahme der Spannung zu

machen. Dieser Apparat, welchen man Regulator nennt, besteht aus einem Drosselventile *A*, welches in der Dampfröhre nahe bei dem Cylinder angebracht ist, worin sich der Kolben bewegt (Fig. 23. Taf. VI.), und aus einem Mechanismus, welcher dieses Ventil vermittelst der kreisförmigen Geschwindigkeit bewegt, die ihm von der Schwungradswelle ertheilt wird. Dieser Mechanismus wird das conische Pendel genannt. Seine verticale Welle *BB'* ist am untern Ende mit einer Rolle *C* versehen, welche durch einen Riemen ohne Ende mit einer andern Rolle in Verbindung steht, die concentrisch auf der Schwungsradswelle sitzt; außerdem geht bei ihrer Mitte die Achse von zwei gebogenen Hebeln *EDF*, *E'D'F* durch sie, und weiter oben geht ihr cylindrischer Theil durch eine Hülse *G*, welche durch zwei gleiche Stangen *FG*, *F'G* mit den Hebeln verbunden ist. Auf dieser Hülse sitzt ein Winkel *H*, dessen langer Arm mit einen Ausschnitte versehen ist, um die Kurbel *I* des Ventiles aufzunehmen.

Die untern Arme der Hebel sind mit zwei eisernen Kugeln *E*,*E'* versehen, welche im Zustande der Ruhe an den in der Welle *BB'* sitzenden Stützen *K*,*K'* liegen; die obern Arme sitzen gewöhnlich rechtwinklig auf den beiden andern und sind den Stangen *FG*, *FG* gleich. Das Viereck *DFGF* ist folglich eine Raute, deren vier Spitzen beweglich sind.

Wenn die Maschine mit ihrer nothwendigen oder gewöhnlichen Geschwindigkeit geht, so entfernt die aus der Kreisbewegung des conischen Pendels resultirende Centrifugalkraft die Kugeln etwas aus ihrer Lage bei der Ruhe, macht den Winkel *EDL* ungefähr gleich 30°, giebt der Raute die Durchmesser *DG*, *FF'* und erhält das Ventil in einer horizontalen Ebene. Die Leitungsröhre ist folglich gänzlich offen, und der Zufluß des Dampfes, welcher sowohl oben, als unten auf den Kolben drückt, hat das ganze Volumen, welches er haben kann. Aber wenn die Geschwindigkeit dieses Kolbens zunimmt, so beschleunigt sich die Bewegung des Schwungrades; die Centrifugalkraft nimmt zu, die Kugeln entfernen sich, die obern Arme erheben und nähern sich einander; die Winkel *D*,*G* der Raute nehmen ab, so wie auch die horizontale Diagonale, während im Gegentheil die Winkel *F*,*F'* und die verticale Diagonale zunehmen; da der Punkt *D* fest ist, so steigt die Hülse *G*; das Ventil dreht sich, schließt die Röhre mehr oder weniger, und vermindert durch den geringen Dampfzufluß die Geschwindigkeit des Kolbens. Im Verhältniß wie diese Geschwindigkeit abnimmt, geschieht es auch mit der Centrifugalkraft des conischen Pendels; die Kugel nähern sich einander, die Hülse *G* fällt wieder, der Durchgang des Dampfes vergrößert sich, und ist wieder ganz geöffnet, wenn die untern Arme der Hebel sich in einem Winkel von 30° von der Welle *BB'* befinden, und die Maschine hat alsdann ihren gewöhnlichen Gang wieder angenommen.

Die Geschwindigkeit kann so groß werden, daß es nöthig wird, den Dampfzufluß während einiger Augenblicke ganz zu unterbrechen.

Das Ventil muß folglich eine verticale Lage annehmen können, und das Pendel diejenige, welche durch den punktirten Linien angegeben ist. Die Hülse muß sich also bis nach g, der Punkt F bis bis f und die Kugel E bis e bewegen können.

§. **394.** Wir wollen nun die Bedingungen bestimmen, welche diese beiden äußersten Lagen dem conischen Pendel auflegen. Wir wollen von den unbedeutenden Reibungen der Achsen abstrahiren, und durch v die Rotationsgeschwindigkeit der Mittelpunkte E, E', durch r die Entfernung jedes derselben von der Verticale DL, durch h die willkührliche Höhe der Axe D über der horizontalen Rotationsebene EE', und durch F die aus v sich ergebende Centrifugalkraft bezeichnen. Bekanntlich ist $F = \frac{v^2}{r}$; aber diese Kraft zerlegt sich, weil der mit D verbundene Punkt E genöthigt ist, dem verticalen Bogen ELE' zu folgen. Der tangentiale Theil bildet mit der horizontalen Richtung von F einen Winkel gleich EDL und ist gleich $F \cos 30^0$.

Die Schwere g zerlegt sich auch, und da ihre tangentiale der Kraft $F \cos 30^0$ entgegengesetzte Seitenkraft mit der Verticale einen Ergänzungswinkel von EDL bildet, so ist sie gleich $g \sin 30^0$. Dieser Widerstand hebt die Kraft auf, wenn die Maschine mit ihrer gewöhnlichen Geschwindigkeit arbeitet, weil E in einer constanten Entfernung r von DL bleibt.

Folglich ist:

$$F \cos 30^0 = g \sin 30^0 \text{ und } \frac{v^2}{r} = g \operatorname{tang} 30^0.$$

Da diese Relation unabhängig von dem Gewichte der Kugeln ist, so sieht man, daß es willkührlich bleibt; jedoch muß es so groß sein, daß die Schwerpunkte der Arme DE, DE' sehr nahe bei den Mittelpunkten der beiden Kugeln liegen, worin wir die Kraft g wirkend annehmen.

Wir wollen in die letzte Gleichung für tang 30^0 ihren Werth $\frac{r}{h}$ substituiren, um v unabhängig von jedem Winkel zu bestimmen; so folgt daraus:

$$v = r\sqrt{\frac{g}{h}}$$

für die kreisförmige und horizontale Geschwindigkeit, welche die Mittelpunkte der Kugeln schicklich haben müssen. Die Geschwindigkeit am Ende des Halbmessers 1 ist folglich:

$$\frac{v}{r} = \sqrt{\frac{g}{h}}$$

und die welche am Umfange der Rolle C stattfinden muß, deren Halbmesser gleich R ist:

$$\frac{R}{r}v = R\sqrt{\frac{g}{h}}.$$

Bezeichnet aber v' die Winkelgeschwindigkeit des Schwungrades und R' den Halbmesser der Rolle, wovon C seine Bewegung erhält, so ist die Geschwindigkeit am Umfange dieser Rolle $R'v'$, und da zwei einander führende Räder an ihren Umkreisen dieselbe Geschwindigkeit besitzen, so ist:

$$R\sqrt{\frac{g}{h}} = R'v';$$

folglich ist:

$$R = \frac{R'v'}{\sqrt{\frac{g}{h}}}$$

der Halbmesser, welchen die Rolle C haben muß, damit sich die Kugeln mit einer schicklichen Geschwindigkeit v bewegen.

Außerdem giebt die Relation $\frac{r}{h} = \text{tang } 30^0$:

$$r = h \text{ tang } 30^0,$$

und wenn man mit l die Länge des untern Armes DE jedes gebogenen Hebels bezeichnet, so hat man:

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = h\sqrt{1 + \text{tang}^2\, 30^0}.$$

Was die Länge c der Seiten der Raute anlangt, so muß sie geringer sein, als l, damit die von der Centrifugalkraft herrührende Kraft, welche in F größer als in E ist, eine hinreichend große Seitenkraft nach FG und nach GB' hat. Wenn anderer Seits c nur einen geringen Theil von l betrüge, so erforderte dieses eine große Entfernung der Kugeln, wenn die Amplitude der Bewegung der Hülse G die Klappe A schicklich sollte bewegen können. Die Erfahrung zeigt, daß man c nicht über $\frac{2}{3}\,l$ und nicht unter $\frac{l}{2}$ nehmen darf.

§. 395. Wir haben nun noch zu untersuchen, welchen Effect eine Vermehrung der Geschwindigkeit hervorbringen würde. Wir wollen diese Vermehrung durch das beliebige Vielfache kv bezeichnen; so verwandelt sich die gewöhnliche Geschwindigkeit v am Ende des

Halbmessers r in $v+kv$ oder $v(k+1)$; die Zunahme der Centrifugalkraft bringt die Kugeln in die neuen Lagen e, e', welche beide in einer Entfernung r' von DL liegen; der Winkel EDL von 30° nimmt die Größe eDL an, welche wir mit α bezeichnen wollen; die Höhe h von D über der Horizontalen der Mittelpunkte verwandelt sich in $h'=DL'$, und das Gleichgewicht erfordert zwischen der neuen Centrifugalkraft F' und der Schwere die Relation $F'\cos\alpha = g\sin\alpha$, welche im vorhergehenden §. aufgestellt ist.

Nun war aber die im ersten Zustande des Mechanismus am Ende von r' stattfindende Geschwindigkeit gleich $\frac{v\,r'}{r}$; sie ist folglich jetzt $\frac{v\,r'}{r}(k+1)$, und die Relation $F\cos\alpha = g\sin\alpha$ verwandelt sich in:

$$\frac{\frac{v^2\,r'^2}{r^2}\left(k+1\right)^2}{r'} = g\,\text{tang}\,\alpha, \text{ oder } \frac{v^2\,r'}{r^2}\left(k+1\right)^2 = g\,\frac{r'}{h'},$$

weil $\text{tang}\,\alpha = \frac{r'}{h'}$ ist. Substituirt man für $\frac{v^2}{r^2}$ den Werth $\frac{g}{h}$, so erhält man:

$$\frac{(k+1)^2}{h} = \frac{1}{h'}, \text{ oder } h' = \frac{h}{(k+1)^2},$$

woraus

$$h-h' = h - \frac{h}{(k+1)^2} = \frac{k^2+2k}{(k+1)^2}\,h$$

für die Abnahme folgt, welche h erleidet, wenn die Geschwindigkeit um kv zunimmt. Da der größte Werth von k bei gut behandelten Maschinen nicht 0,1 übersteigt, so kann die bedeutendste Verminderung von h blos

$$\frac{0{,}01+0{,}2}{1{,}21}\,h = 0{,}17\,h$$

betragen. Nichts destoweniger zeigt diese Veränderung, welche fast das Doppelte von v beträgt, daß das conische Pendel hinreichend empfindlich ist für die Veränderungen der Geschwindigkeit.

Jedoch kann man die Sache deutlicher machen, wenn man die Verlängerung der verticalen Diagonole d der Raute $DFGF'$ berechnet.

Wir wollen zunächst bemerken, daß das gleichschenkliche Dreieck EDE' einen Winkel D von 60° enthält und gleichseitig ist, und daß das Dreieck DFG es auch ist, weil seine Seiten rechtwinklich auf denen

von *EDE'* stehen. Hieraus folgt $d=c$, gleich der Seite der Raute, und im Allgemeinen

$$\frac{d}{c}=\frac{2r}{l}, \text{ oder } d=\frac{2cr}{l}.$$

Die Dreiecke eDe', Dfg sind aus demselben Grunde einander ähnlich und geben für die verticale Diagonale Dg:

$$\frac{d'}{c}=\frac{2r'}{l}, \text{ oder } d'=\frac{2cr'}{l};$$

folglich ist die Verlängerung von d:

$$d'-d=\frac{2c}{l}(r'-r),$$

welches den allgemeinen Werth des Aufsteigens der Hülse G angiebt.

In der Voraussetzung einer Oeffnung von 30° für den Winkel *EDL* findet man:

$$d'-d=\frac{2d}{l}(r'-r)$$

und in dem Falle, wo $c=\frac{2}{3}l$ ist, findet man:

$$d'-d=\frac{4}{3}(r'-r).$$

Nun ist h der Sinus des Winkels DEE' für den Halbmesser l; dieser Winkel ist gleich 60° und folglich:

$$h=0{,}87\,l,\ 2r=l;$$

also:

$$r=\frac{l}{2}=\frac{h}{1{,}74}=0{,}575\,h.$$

Ferner ist $r'^2=l^2-h'^2$, und für den Fall der größten Zunahme an Geschwindigkeit:

$$h'=\frac{h}{\left(\frac{11}{10}\right)^2}=\frac{1}{1{,}21}h,$$

und hieraus folgt:

$$r'=\sqrt{\frac{h^2}{(0{,}87)^2}-\frac{1}{(1{,}21)^2}}=h\sqrt{\frac{1}{0{,}757}-\frac{1}{1{,}464}}=$$

$$h\sqrt{1{,}321-0{,}683}=h\sqrt{0{,}638}=0{,}8h,$$

und

$$d' - d = \tfrac{4}{3}(0{,}8 - 0{,}575)\,h = 0{,}3\,h.$$

Während also die Größe h um **0,17** ihres ursprünglichen Werthes abnimmt, nimmt die Diagonale um **0,3** dieses Werthes zu; in andern Worten, das Aufsteigen der Hülse G ist um ein Drittel größer als die der Rotationsebene EE'.

§. **396.** Die Länge des zwischen der Axe des Ventiles A und dem Winkel H enthaltenen Theiles der Kurbel I hängt von der Lage des conischen Pendels in dem Momente ab, wo die Röhre vollständig verschlossen ist. Wir wollen annehmen, daß die Verbindungen und der Zuwachs der Seitenkraft von g, welche der entgegengesetzten Seitenkraft von F widerstrebt, den Winkel α für das Maximum auf **75°** bringen; so muß das Ventil vertical werden, sobald der Arm DE durch die Zunahme der Geschwindigkeit die sich auf das Maximum beziehende Richtung annimmt. Alsdann hat man aber:

$$d' - d = \frac{2c}{l}(r' - r) = \tfrac{4}{3}\left(l \sin 75^0 - \frac{l}{2}\right),$$

weil der Arm c oder DF gleich $\frac{2}{3}\,l$, $r = \frac{1}{2}\,l$ und $r' = l \sin\alpha = l \sin 75^0$ ist. Da $\sin 75^0 = 0{,}966$ ist, so hat man:

$$d' - d = \tfrac{4}{3}\,l\,(0{,}966 - 0{,}5) = 0{,}62\,l = MM'.$$

Es sei m die Länge MA der Kurbel des Ventiles, welche in horizontaler Lage einen Winkel von **45°** mit dieser Geraden bildet. Der Winkel MAM' ist gleich **90°**, weil AM' der verticalen Lage von A entspricht; so ist:

$$\overline{MM'}^2 = 2m^2 \text{ und } m = \frac{MM'}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}62\,l}{1{,}414} = 0{,}44\,l.$$

§. **397.** Wenn man die Geschwindigkeitszunahme wissen will, welche die Röhre ganz verschließt, wenn m einen Theil gleich **0,44** von dem Arme l oder DE beträgt, so muß man auf die in (§. **395**) zwischen h und h' aufgestellte Relation zurückgehen. Aus derselben folgt $(k+1)^2 = \frac{h}{h'}$, und außerdem:

$$h' = \sqrt{(l^2 - r'^2)},\ r' = l \sin 75^0 = 0{,}966\,l;$$

ferner:

$$h' = \sqrt{l^2 - (0{,}966)^2 l^2} = l\sqrt{1 - 0{,}933} = 0{,}26\,l.$$

Nun haben wir aber vorhin $h = 0{,}87\,l$ gefunden; folglich ist

$$(k+1)^2 = \frac{0{,}87l}{0{,}26l} = 3{,}35, k+1 = \sqrt{3{,}35} = 1{,}83 \text{ und } k = 0{,}83.$$

Der Dampf hört also blos auf in den Cylinder des Kolbens zu strömen, wenn die Kreisgeschwindigkeit des Endpunktes des Halbmessers r oder LE gleich $v + 0{,}83v$ wird.

Condensator.

§. 398. Der Cylinder A des Condensators (Fig. 24. Taf. VI) steht in einem Behälter B mit kaltem Wasser, welchen eine Druckpumpe durch die Röhre C beständig voll erhält. Diese Pumpe wird durch den Balancier der Dampfmaschine in Bewegung gesetzt (§. 389). Die Injectionsröhre D endigt sich in eine Brause, und liegt hinreichend tief, damit das in ihrem Niveau liegende Wasser in Folge des durch die obern Schichten hervorgebrachten Druckes aussprudelt. Aber durch einen Hahn, welchen man vermittelst eines an einer Stange sitzenden Griffes F drehen kann, kann man diese Röhre nach Belieben öffnen oder schließen; jedoch bleibt sie während des Ganges der Maschine beständig offen.

Das Injectionswasser und das von der Condensation des Dampfes herrührende Wasser würden bald den Cylinder anfüllen, wenn es nicht weggeschafft würde, sobald es auf den Grund fällt. Beide lassen übrigens Gase, vorzüglich Luft, zurück, und diese sich anhäufenden Flüssigkeiten würden bald eine solche Spannung annehmen, daß dadurch der Gang des Kolbens gehemmt werden könnte. Der Condensator muß folglich auch eine Pumpe enthalten, welche den Cylinder leeren kann. Man nennt sie Luftpumpe, wegen ihrer besonderen Bestimmung, und ihrer Aehnlichkeit mit der eigentlichen Luftpumpe. Sie hat einen mit zwei Oeffnungen durchbrochenen Kolben G, dessen Ventile sich nach oben öffnen. Wenn der Kolben des Dampfcylinders in die Höhe steigt, so steigt der Kolben der Luftpumpe, welcher an demselben Arme des Balanciers angehängt ist, auch; seine Ventile schließen sich, die Klappe H öffnet sich vermöge des unter G entstehenden leeren Raumes, und das Wasser des Cylinders A geht in den Cylinder H'. Während des Niederganges beider Kolben schließt das in I geströmte Wasser das Ventil H, öffnet die Ventile von G und tritt in den Theil I'. Beim zweiten Aufgange wiederholt sich das vom ersten Gesagte, und außerdem öffnet das über dem Kolben G befindliche Wasser das Ventil K und geht in einen Behälter L, woraus die Gase in die Atmosphäre entweichen, während das warme Wasser durch eine Pumpe M aufgehoben und zur Speisung in den Kessel geleitet wird.

Also besteht der Condensator aus vier Hauptheilen: aus dem Behälter B, durch welchen die Injection geschieht, und welcher einen Theil der von dem Dampfe herrührenden Wärme absorbirt, aus dem Cylinder A, worin die Condensation erfolgt, aus der Luftpumpe H',

und dem Behälter *L*, welchen man auch als das Reservoir der Speisepumpe betrachten kann. In aller Strenge bildet die Röhre *N* einen fünften Theil; jedoch bleibt sie während des Ganges der Maschine bedeckt, und dient blos dazu, um die Maschine in Bewegung zu setzen, wie wir später sehen werden.

Druck des Kolbens.

§. 399. Die Röhre *O*, welche die Communication zwischen dem Cylinder des Condensators und dem Cylinder herstellt, worin der Dampf seine Kraft ausübt, enthält einen Manometer *P*, welches ganz dem des Kessels ähnlich ist (Fig. 24. Taf. VI). Der auf den bewegenden Kolben ausgeübte Druck wird vermittelst der Differenz der Angaben dieser beiden Instrumente bestimmt.

In (§. 354) haben wir in der That für die in Atmosphären ausgedrückte Spannung *n* des zufließenden Dampfes

$$n = \frac{\frac{1}{2}c}{0^m,38} + 1$$

gefunden, worin $\frac{1}{2}c$ die Anzahl der auf der Scale des Manometers des Kessels angezeigten Meter bezeichnet. Ist n' die Spannung der Flüssigkeit im Condensator *A*, und $\frac{1}{2}c'$ die Angabe des Manometers *P*, so haben wir auch:

$$n' = \frac{\frac{1}{2}c'}{0^m,38} + 1.$$

Der von dem bewegenden Kolben ausgehaltene Druck ist offenbar gleich dem Ueberschusse der ersten Spannung über die zweite, und sein Werth ist folglich:

$$n - n' = \frac{\frac{1}{2}c}{0^m,38} + 1 - \frac{\frac{1}{2}c'}{0^m,38} - 1 = \frac{\frac{1}{2}c - \frac{1}{2}c'}{0^m,38}.$$

Die Condensation ist als vollkommen anzusehen, wenn $\frac{1}{2}c' = 0^m,025$ ist. Jedoch erreicht man selten diesen Grad, und die Maschinen werden für gut gehalten, wenn $\frac{1}{2}c' = 0^m,04$ ist. In diesem letzten Falle ist der Druck

$$n - n' = \frac{\frac{1}{2}c - 0^m,04}{0^m,38},$$

oder vielmehr, er ist einer Queckfilbersäule gleich, deren Höhe $c - 0^m,08$ beträgt, weil jeder Meter der Scale des Manometers einer Differenz von 2^m in dem Niveau der beiden Schenkel entspricht.

Wir wollen $\frac{1}{2}c = 1^m,14$ annehmen, so wird der Druck des Kolbens in Metern der Queckſilberſäule gleich $1^m,14 \times 2 - 0^m,08 = 2^m,2$ und in Atmoſphären ſehr nahe gleich:

$$n - n' = \frac{1^m,14 - 0^m,04}{0^m,38} = \frac{1^m,1}{0^m,38} = 2,9$$

Atmoſphären ſein. Jedoch ſind die Wände des Keſſels einem innern Drucke von:

$$n = \frac{\frac{1}{2}c}{0^m,38} + 1 = \frac{1^m,14}{0^m,38} + 1 = 4$$

Atmoſphären und einem äußern Drucke gleich dem der Atmoſphäre ausgeſetzt, welches einen reſultirenden Druck von 3 Atmoſphären giebt. Es iſt in der That einzuſehen, daß, wenn die Spannung des Dampfes des Condenſators den auf den Kolben ausgeübten Druck vermindert, ſie zu den Widerſtänden hinzukömmt, welche dem Auf- und Niederſteigen entgegenwirken und die Spannung des zufließenden Dampfes und mithin auch die von den Wänden des Keſſels ausgehaltene Spannung beſtimmen.

Injectionswaſſer.

§. 400. Das durch die Röhre *C* in den Behälter eingeleitete Waſſer muß beſtändig an Quantität dem gleich ſein, welches in den Condenſationscylinder *A* ſprudelt, damit der Druck auf die Oeffnung der Injectionsröhre nicht abnimmt, aber auch kein Ueberfließen ſtattfindet. Die Dimenſionen der Waſſerpumpe hängen folglich von dem für jeden Lauf zur Condenſation erforderlichen Gewicht Waſſer P' ab, welches jedoch mit der Wärme des Dampfes veränderlich iſt.

Die Einheit der Quantitäten Wärme iſt die ſpecifiſche Wärme des Waſſers, d. h. die Wärme, welche die Temperatur von 1^{kg} Waſſer um 1° erhöhet, und wird Wärmeeinheit genannt. Nach den Verſuchen von Clement, welche zu beweiſen ſcheinen, daß der Waſſerdampf immer dieſelbe Quantität Wärme enthält, abſorbirt 1^{kg} dieſer Flüſſigkeit 650 Wärmeeinheiten, um in Dampf von einer beliebigen Temperatur und Spanuung verändert zu werden. Nach dem Engländer Southern iſt eine Anzahl von $550 + t$ Wärmeeinheiten erforderlich, um 1^{kg} Waſſer von 0° in Dampf von einer Temperatur t und einer beliebigen Spannung zu verändern. Dieſe Behauptung, nach welcher die Wärmeeinheiten mit der Temperatur veränderlich ſind, führt auf dieſelben Reſultate als die von Clement, wenn $t = 100^o$ iſt, und auf wenig davon verſchiedene Reſultate, wenn t etwas über oder unter 100° variirt. Aber da ihr Unterſchied in allen andern Fällen einen Einfluß ausübt, ſo muß man zwiſchen ihnen wählen. Wir wollen die von Southern annehmen, welche uns die rationalſte zu ſein ſcheint.

Das Gewicht Dampf P_1 von der Temperatur t, welches man nach jeder Oscillation des bewegenden Kolbens condensiren muß, enthält eine durch $P_1\ (550+t)$ ausgedrückte Quantität Wärme. Da nun das Gewicht P' des Injectionswassers $P'\ t''$ Wärmeeinheiten enthält, wenn t'' die Temperatur des Behälters bezeichnet; so enthält das Gewicht $P'+P_1$ des Wassers, welches auf den Boden des Cylinders fällt, $(P'+P_1)\ t'$ Wärmeeinheiten, wenn t' die Temperatur der Mischung bezeichnet. Die Wärme dieser Mischung gleich nach der Condensation ist nothwendig der Summe der Wärmeeinheiten gleich, welche einen Augenblick vorher stattfanden, und mithin ist:

$$(P'+P_1)\ t'=P'\ t''+P_1\ (550+t),$$

woraus:

$$P'=P_1\ \frac{550+t-t'}{t'-t''}$$

folgt.

Die Temperatur t'' beträgt wegen der constanten Temperatur des Brunnens, woraus das Wasser gepumpt wird, und der Temperatur des Locales, worin der Condensator steht, gewöhnlich 12°. Die Anzahl der Grade t' kann willkührlich angenommen werden, wenn sie nur unter t und über t'' liegt. Wenn sie der ersten dieser Gränzen gleich wäre, so würde sie jede Condensation verhindern, wenn sie die zweite erreichte, so würde sie P' unendlich groß machen. Um das Injectionswasser nützlich zu verwenden, ohne die Kraft des bewegenden Kolbens zu sehr zu verschwächen, läßt man t' bis auf 50° steigen, eine viel höhere Temperatur, als eine Hand im Wasser ertragen kann. Folglich ist:

$$P'=P_1\ \frac{550+t-50}{50-12}=P_1\ \frac{500+t}{38}.$$

In (§. 348) haben wir das in einer Stunde verbrauchte Gewicht Dampf gleich:

$$P=\frac{0^{kg},8085\,nv}{1+0{,}00375\,t}$$

gefunden, worin v das Volumen der Flüssigkeit bezeichnet. Ist folglich v_1 das von dem Dampfe im Cylinder des bewegenden Kolbens eingenommene Volumen, so ist das bei jeder Oscillation verbrauchte Gewicht gleich

$$P_1=\frac{0^{kg},8085\,nv_1}{1+0{,}00375\,t},\ P'=\frac{0^{kg},8085\,nv_1}{1+0{,}00375\,t}\times\frac{500+t}{38},$$

und betrachtet man 1000^{kg} als das Gewicht des Cubikmeters Injectionswasser, welches der Wahrheit sehr nahe kommt, so hat man

allgemein für das Volumen V', welches für jeden Kolbenlauf erforderlich ist:

$$V' = \frac{0{,}8085\, n v_1}{1000 + 3{,}75\, t} \times \frac{550 + t - t'}{t' - t''},$$

und unter den oben angegebenen Umständen:

$$V' = \frac{0{,}8085\, n v_1}{1000 + 3{,}75\, t} \times \frac{500 + t}{38}.$$

Wir wollen $n = 3$ annehmen, so giebt die Formel in §. 349:

$$t = \frac{\sqrt[5]{3} - 0{,}2847}{0{,}007153} = 134^{0}{,}35,$$

und wir erhalten:

$$V' = \frac{0{,}8085 \times 3 v_1}{1000 + 3{,}75 \times 134{,}35} \times \frac{500 + 134{,}35}{38} = 0{,}027\, v_1.$$

Dieses ist also auch das Volumen Wasser, welches die Pumpe bei jedem Kolbenlaufe in den Behälter schaffen muß.

Niveau in dem Behälter.

§. 401. Die eben zwischen den Volumen V' und v, aufgestellte Relation kann zur Bestimmung der Höhe des Wassers in dem Behälter dienen.

Es sei d der Durchmesser der Injectionsröhre, h die Höhe, welche zu der Geschwindigkeit gehört, welche das Wasser bei seinem Austritte aus der von der Brause entblößten obern Oeffnung dieser Röhre annimmt, und τ die Dauer einer Oscillation in Secunden ausgedrückt. Das während dieser Zeit in den Condensator dringende Volumen Wasser ist gleich

$$V' = \frac{\pi d^2}{4} \tau \sqrt{2gh},$$

und wenn wir der Kürze wegen:

$$\frac{0{,}8085\, n}{1000 + 3{,}75\, t} \times \frac{500 + t}{38} = k$$

setzen, so kommt

$$V' = k v_1,$$

$$\frac{\pi d^2}{4} \tau \sqrt{2gh} = k v_1 \text{ und } h = \frac{16 k^2 {v_1}^2}{2g \pi^2 \tau^2 d^4}.$$

Es sei ferner h' die Entfernung des Mittelpunktes der Oeffnung von der Oberfläche des Wassers in dem Behälter. Die in diesem Punkte befindliche Wasserschicht wird von unten nach oben durch eine Wassersäule, deren Volumen $\frac{\pi d^2}{4} h'$ und deren Gewicht

$1000^{kg} \frac{\pi d^2 h'}{4}$ ist, und durch die atmosphärische Säule gepreßt,

deren Wirkung $10334^{kg} \frac{\pi d^2}{4}$ ist, und von oben nach unten durch die in dem Condensator enthaltene elastische Flüssigkeit, welche nach (§. 399) mit einer Kraft von:

$$13598^{kg} \times 0{,}08 \frac{\pi d^2}{4} = 1087^{kg},84 \frac{\pi d^2}{4}$$

wirkt. Die obere Schicht in der Röhre bringt also in den Condensator vermittelst des Druckes:

$$1000^{kg} \frac{\pi d^2 h'}{4} + 10334^{kg} \frac{\pi d^2}{4} - 1087^{kg},84 \frac{\pi d^2}{4}$$

$$= 1000^{kg} \frac{\pi d^2}{4} (h' + 9{,}2462)$$

welcher auf den einer Wassersäule zurückkommt, deren Höhe $h' + 9^m,2462$ sein würde. Folglich rührt die Geschwindigkeit von dieser Höhe her, und es ist $h' + 9^m,2462 = h$. Hieraus folgt die Formel:

$$h' = \frac{16 k^2 v_1^{\,2}}{2 g \pi^2 \tau^2 d^4} - 9^m,2462,$$

vermittelst welcher man leicht die Entfernung des Niveaus in dem Behälter von der obern Oeffnung der Injectionsröhre bestimmen kann. Jedoch kann diese Formel noch viel einfacher gemacht werden

Wir wollen durch H, D, u resp. den Lauf, den Durchmesser und die Geschwindigkeit des bewegenden Kolbens bezeichnen, so haben wir:

$$v_1 = \frac{\pi D^2}{4} H, \frac{H}{\tau} = u$$

und:

$$h' = \frac{k^2}{2} \cdot \frac{u^2}{g} \left(\frac{D}{d}\right)^4 - 9^m,2462.$$

Speisungswasser.

§. 402. Man kann jetzt leicht einsehen, daß der größte Theil

des in dem Behälter L geschafften Wassers (Fig. 24. Taf. VI) durch die Röhre des Speiseapparates entweichen muß (§. 357.)

In der That giebt die in §. 400 zwischen dem Gewichte P' des Injectionswassers und dem Gewichte P_1 des bei jeder Oscillation condensirten Dampfes aufgestellte Relation:

$$P'+P_1=P''=P_1\frac{500+t}{38}+P_1=P_1\frac{538+t}{38}$$

und:

$$P_1=\frac{38}{538+t}P''.$$

Da t immer wenigstens 100° beträgt, so ist das Gewicht P_1 des Wassers, welches während jeder Oscillation als Dampf aus dem Kessel geht, ein sehr kleiner Bruch von dem Gewichte P'' des Wassers, welches die Luftpumpe in den Behälter schafft. Die Speisepumpe M darf aber blos ein Gewicht Wasser gleich P_1 in den Kessel schaffen, weil es darin ein constantes Niveau behalten muß. Folglich empfängt die Zuleitungsröhre D (Fig. 17. Taf. V) blos $\frac{38}{538+t}P''$, und der Rest von P'' fließt durch die Ueberflußröhre F aus.

Es sei $t=100°$, so erfordert die Speisung ungefähr $\frac{38}{638}P''$ $=0{,}059\,P''$, und die Röhre B, in welche die Pumpe M (Fig. 24. Taf. VI) das Wasser des Behälters pumpt, liefert einen Ueberschuß von $0{,}941\,P''$ an warmen Wasser, worüber man disponiren kann.

Anfang der Bewegung.

§. 403. Wir wollen die theoretische Beschreibung der Dampfmaschinen nicht beenden, ohne davon zu reden, wie sie in Bewegung gesetzt werden; denn es ist nicht genug, daß man elastische Flüssigkeit durch das Erhitzen des Wassers im Kessel hervorbringt, wenn der Kolben in Bewegung treten soll, weil seine Bewegung zugleich Wirkung und Ursache von der der Ventile ist. Es ist auch noch nicht hinreichend, mit der Hand das erste Mal die Oeffnungen des Cylinders frei zu machen (§. 379), weil die Maschine mit Luft angefüllt ist; weil bei dem Aufsteigen z. B. diese Luft in den Condensator getrieben würde, und weil sie sich in die Cylinder O, A, I (Fig. 24. Taf. VI) vertheilt. Es ist einleuchtend, daß der Niedergang des bewegenden Kolbens nicht erfolgen könnte, weil die in den Cylindern O, A enthaltene Luft das Ausströmen desjenigen Dampfes verhindern würde, welcher den ersten Lauf hervorgebracht hat.

Man muß folglich zuerst darnach trachten, die Maschine, welche man aus der Ruhe in die Bewegung bringen will, von der Luft

zu reinigen. Die Operation besteht darin, daß man während einiger Minuten einen Dampfstrom in den Condensator *A* und in die Röhre *O* gehen läßt. Damit dieser Strom die Luft leicht vor sich wegbringen kann, muß sie einen leichten Ausgang haben. Diesen gewährt die Röhre *N*, sobald der ihre obere Oeffnung verschließende Bolzen losgeschroben wird. Das Geräusch, welches der Dampf hervorbringt, wenn er aus dieser Oeffnung durch das sie bedeckende Wasser strömt, zeigt an, daß das Austreiben des Wassers und der Luft aus dem Condensator verrichtet ist.

Man muß jedoch dieses Ausströmen so lange fortdauern lassen, bis ein Volumen Dampf ausgeströmt ist, welches nahe zu dem der hohlen Theile der Maschine gleich ist, um das Wegbringen der Luft zu erreichen, welche sich mit dem Wasser hat vermischen können. Wenn dieses verrichtet zu sein scheint, so unterbricht man den Strom; die Röhre *N* wird wieder zugeschroben, und die Injectionsröhre *D* geöffnet; wenn sich dann der bewegende Kolben z. B. im höchsten Punkte seines Laufes befindet, so öffnet man mit der Hand das Ventil, durch welches der Dampf einströmen muß, um das Niedersteigen zu bewirken, und dasjenige, welches die Communication des untern Theiles des Cylinders mit dem Condensator herstellt. In dem Falle, wo bei diesem Stande der Dinge die Bewegung nicht erfolgen würde, müßte man den Dampfstrom wieder herstellen, weil alsdann die Maschine noch nicht ganz von Luft befreit ist.

Wenn der Cylinder des bewegenden Kolbens vier Ventile oder Hähne enthält, so bringt man einen Strom hervor, indem man mit der Hand die beiden sich nahe an derselben Basis befindenden Hähne öffnet; der aus dem Kessel kommende Dampf geht durch das eine Ventil in den Cylinder und tritt aus dem andern wieder heraus, um in den Condensator zu gehen. Wenn die Maschine jedoch einen Schieber oder einen Hahn mit vier Oeffnungen enthält, so kann der Damf nicht mehr aus dem Kessel in den Condensator gelangen, ohne den Kolben in Bewegung zu setzen, und zur Erreichung eines Stromes ist eine mit einem Hahne versehene Röhre erforderlich, welche von der Dampfröhre des Kessels ausgeht, und in die Röhre *O* des Condensators mündet.

Leistung der Dampfmaschinen.

§. 404. Die absolute Energie einer Dampfmaschine hängt von der Quantität Wirkung ab, welche der bewegende Kolben bei jeder Oscillation hervorbringen kann; denn multiplicirt man diese Zahl durch die in 1″ erfolgten Kolbenläufe und dividirt das Product durch 75^{kg}; so zeigt der Quotient an, wie viel Pferde die Maschine ersetzt, welche in jeder Secunde 75^{kg} auf 1^{m} emporheben können.

Es können aber zwei Maschinen dieselbe Anzahl von Pferdekräften liefern, und doch in Beziehung auf Ersparniß sehr von einander verschieden sein; es ist möglich, daß die sich auf ein Pfund

verbrauchtes Brennmaterial beziehende Leistung bei einer geringer ist, als bei der andern. Es ist daher zu ihrer Vergleichung von Wichtigkeit, daß man die durch 1^{kg} Brennmaterial hervorgebrachte Quantität Arbeit bestimmen kann.

Wir haben also wenigstens für jede Art von Dampfmaschinen zwei Formeln aufzustellen; nämlich für die Maschinen ohne Expansion, für die Maschinen mit einem Cylinder und Expansion, und für die Maschinen mit zwei Cylindern. Alle werden als feststehend angenommen, weil in den Fabriken keine transportabeln angewandt werden, und wir wollen sie zuerst in dem Falle betrachten, wo sie einen Condensator haben, dann in dem, wo der Dampf nach Hervorbringung seiner Effecte in die Atmosphäre entweicht.

Leistung der Maschinen ohne Expansion.

§. 405. Wenn keine Expansion vorhanden ist, so übt der Dampf während des ganzen Aufsteigens einen constanten Druck auf jeden Quadratmeter der Grundfläche des Kolbens aus, und denselben Druck auf die obere Fläche des Kolbens während des ganzen Niederganges.

Wir wollen mit a die Fläche der Basis in Quadratmetern, mit p den Druck des aus dem Kessel kommenden Dampfes, mit p' den Druck des Dampfes, welchen das Injectionswasser condensirt, mit h die Höhe des Laufes bezeichnen. Offenbar drückt $a\,(p-p')$ den gesammten und constanten Druck aus, welchen der Kolben auszuhalten hat; $ha\,(p-p')$ drückt die während jeder Oscillation hervorgebrachte Quantität Wirkung aus, und wenn in der Secunde n' Läufe erfolgen, so ist die Arbeit für diese Zeit $T=n'ha\,(p-p')$. Da $ha=v$ das bei einem Laufe verbrauchte Volumen Dampf ist, so verwandelt sich die theoretische Formel der absoluten Energie folglich in:

$$T=n'pv\left(1-\frac{p'}{p}\right)$$

Jedoch ist wegen der Nebenwiderstände, der Dampfverluste und der Abkühlung, welche man nicht ganz verhindern kann, die wirkliche Arbeit des Kolbens sehr verschieden von der theoretischen Arbeit. Die Formel hat also einen Correctionscoefficienten N nöthig. In der Praxis berechnet man die Kraft der Maschine vermittelst der Gleichung:

$$T'=NT.$$

Der Werth von N variirt mit der theoretischen Kraft und dem Zustande der Maschine. Die folgende Tabelle giebt die in jedem Falle anzuwendende Zahl an:

Theoretische Kraft in Pferdekräften.	Maschine in gutem Zustande	Maschine in mittlerm Zustande
Von 4 bis 8	$N = 0{,}5$	$N = 0{,}42$
« 10 « 20	0,56	0,47
« 30 « 50	0,6	0,54
« 60 « 100	0,65	0,6

§. 406. Wir wollen nun die sich auf 1^{kg} Brennmaterial beziehende Formel suchen. Bezeichnen wir mit δ das Gewicht eines Cubikmeters Dampf und durch P das Totalgewicht des Volumens v, so haben wir zuvörderst:

$$v = \frac{P}{\delta}, \quad T' = Nn'p\frac{P}{\delta}\left(1 - \frac{p'}{p}\right).$$

Nach (§. 348) ist aber:

$$\delta = \delta_1 \frac{1 + 0{,}00375\,t_1}{1 + 0{,}00375\,t} \cdot \frac{p}{p_1},$$

und wenn der Dampf eine Temperatur von 100° hat, so ist das Gewicht eines Cubikmeters $\delta_1 = 0^{kg},588$; der von der atmosphärischen Luft herrührende Druck $p_1 = 10334^{kg}$ ist der einzige Widerstand, welcher sich dem Verdampfen entgegensetzt. Folglich ist:

$$\delta = 0^{kg},588\frac{1{,}375}{1 + 0{,}00375\,t} \cdot \frac{p}{10334} = p\frac{0{,}000078}{1 + 0{,}00375\,t},$$

und:

$$T' = Nn'P\frac{1 + 0{,}00375\,t}{0{,}000078}\left(1 - \frac{p'}{p}\right).$$

Wir müssen nun das Gewicht Brennmaterial P' finden, welches verbrannt ist, um ein Gewicht Wasser $n'P$, welches schon die Temperatur t' des Speisewassers hat, in Dampf von der Temperatur t zu verwandeln.

Die folgende Tafel enthält die Anzahlen der von 1^{kg} der verschiedenen Brennmateriale hervorgebrachten Wärmeeinheiten in dem Ofen einer Dampfmaschine.

Brennmaterial	Zustand	Wärmeeinheiten	Werthe von *k*
Holzkohlen	trocken oder destillirt	7050	3525
	0,2 Wasser enthaltend	6000	3000
Cookes	rein	7050	3525
Steinkohlen 1te Sorte	0,02 Asche	7050	3525
Steinkohlen 2te Sorte	0,1 Asche	6345	3172
Steinkohlen 3te Sorte	0,2 Asche	5932	2966
Holz am Feuer getrocknet	0,52 Kohlen	3666	1833
Holz an der Luft getrocknet	0,2 Wasser enthaltend	2945	1472
Torf 1te Sorte	. . . . .	3000	1500
Torf gewöhnlicher	. . . . .	1500	750

Zur Bildung dieser Tafel hat man durch das Experiment bestimmt, wie viel Eis von 0° durch die Verbrennung von 1^{kg} Cooks z. B. geschmolzen werden kann. Das Product der gefundenen **75** Wärmeeinheiten und der 94^{kg} liefert alsdann die Zahl **7050**.

Es sind in der That **75** Wärmeeinheiten erforderlich, um 1^{kg} Eis von 0° zu schmelzen, ohne die Temperatur zu erhöhen; denn das Schmelzen kann durch 1^{kg} Wasser von 75° erreicht werden, welches auf 0° fällt, und gerade diese Anzahl von Wärmeeinheiten verliert (§. **400**).

Von den durch einen Ofen einer Dampfmaschine hervorgebrachten Wärmeeinheiten geht aber nur die Hälfte in das Wasser des Kessels über. Man muß daher alle Zahlen der Tabelle durch **2** dividiren, ehe man sie zur Berechnung der entsprechenden Energie anwendet. Wir wollen durch k jeden Quotienten bezeichnen, um über die Natur des verbrauchten Brennmateriales keine Hypothese zu machen.

Es ist hiernach einleuchtend, daß jede durch k dividirte Anzahl von Wärmeeinheiten die Quantität Brennmaterial in Kilogrammen ausdrückt, welche sie hervorgebracht hat, und daß

$$P' = \frac{n' P (550 + t - t')}{k}$$

ist, weil die für ein Gewicht Wasser $n' P$ erforderlichen Wärmeeinheiten von der Zunahme $t - t'$ seiner Temperatur herrühren, woraus nach dem Gesetze von Southern (§. **400**) folgt, daß ihre Anzahl gleich $n' P (550 + t - t')$ ist. Folglich ist die einem einzigen Kilogramm dieses Brennmateriales entsprechende Arbeit:

$$T'' = \frac{N n' P \frac{1 + 0{,}00375\,t}{0{,}000078} \left(1 - \frac{p'}{p}\right)}{\frac{n' P (550 + t - t')}{k}}$$

$$= N k \frac{1 + 0{,}00375\,t}{0{,}000078 (550 + t - t')} \left(1 - \frac{p'}{p}\right)$$

§. 407. Die Werthe von T', T'', T''' entsprechen den Maschinen ohne Expansion, welche keinen Condensator haben, wenn man darin für p' den mittlern Druck 10334^{kg} der Atmosphäre und für t' die gewöhnliche Temperatur 10° des Brunnenwassers, womit der Kessel alsdann gespeist wird, setzt. Hieraus folgt, daß die für die Maschinen ohne Expansion und ohne Condensation anzuwendenden Formeln sind:

$$T = n' p v \left(1 - \frac{10334}{p}\right),$$

$$T'' = N T,$$

$$T''' = Nk \frac{1 + 0{,}00375\, t}{0{,}000078\,(540 + t)} \left(1 - \frac{10334}{p}\right).$$

Aus denselben geht hervor, daß der Druck p größer sein muß, als der der Atmosphäre; und in der That würde der Kolben, wenn er von dem Dampfe eben so viel oder weniger gepreßt würde, als von der äußern Luft, welche dem Entweichen des Dampfes entgegenwirkt, ohne Bewegung bleiben, oder eine entgegengesetzte Bewegung von der, des aus dem Kessel strömenden Dampfes annehmen.

Leistung der Maschinen mit Expansion.

§. 408. Die Arbeit einer Maschine, worin die Expansion nicht zu gleicher Zeit mit der Oscillation beginnt, besteht aus zwei Theilen. Der eine findet statt vom Anfange des Laufes bis zum Verschließen der Oeffnung, durch welche der Dampf hinzuströmt, der andere geschieht von diesem Verschlusse bis zum Ende der Oscillation.

Es sei h' der Theil des Laufes, welchen der Kolben während des Zuströmens eines Gewichtes Dampf P von der Temperatur t und der Spannung p zurückgelegt hat. Der erste Theil der Arbeit, als die während des Weges h' hervorgebrachte Quantität Wirkung, ist nach §. 405 gleich $aph' = pv'$, wenn man durch v' die Capacität ah' bezeichnet, worin die Expansion nicht stattfindet, und für den Augenblick von der Spannung im Condensator abstrahirt.

Um den zweiten Theil der Arbeit, nämlich die während des Durchlaufens des Restes $h - h'$ des Laufes erzeugte Quantität Wirkung, zu bestimmen, muß man die Expansion in einem beliebigen Punkte betrachten, worin der Kolben z. B. bei seinem Aufsteigen in eine Höhe x gekommen ist, und einen Druck p_1 auf jeden Quadratmeter erfährt. Während des folgenden Augenblickes verrichtet der Dampf auf den Kolben eine elementare Arbeit $ap_1\, dx$.

Aus dem Erhitzen des Cylinders folgt aber, daß die Temperatur des Dampfes während seiner Expansion nahe zu dieselbe ist, als vorher. Die sich auf diese beiden Umstände beziehenden Spannungen stehen folglich im umgekehrten Verhältnisse der von dem

Dampfe angefüllten Räume, und da sich diese cylindrischen Räume von denselben Grundflächen wie ihre Höhen verhalten, so hat man:

$$\frac{p_1}{p} = \frac{h'}{x}, p_1 = \frac{ph'}{x}, ap_1\,dx = aph'\,\frac{dx}{x}.$$

Der zweite Theil der Arbeit ist also:

$$\int aph'\,\frac{dx}{x} = aph'\,\mathrm{Log}'\,x + C.$$

Nimmt man dieses Integral von $x = h'$ bis $x = h$, so erhält man:

$$aph'(\mathrm{Log}'\,h - \mathrm{Log}'\,h') = aph'\,\mathrm{Log}'\,\frac{h}{h'}.$$

Da aber:

$$\frac{h}{h'} = \frac{v}{v'} \text{ und } ah' = v'$$

ist, so ist folglich:

$$aph'\,\mathrm{Log}'\,\frac{h}{h'} = pv'\mathrm{Log}'\,\frac{v}{v'}.$$

Um nicht den Neperschen Logarithmus des Verhältnisses der Volumen berechnen zu müssen, wollen wir denselben in einen gewöhnlichen Logarithmus vermittelst der bekannten Relation:

$$\mathrm{Log}'\,\frac{v}{v'} = \mathrm{Log}'10 \times \mathrm{Log}\,\frac{v}{v'} = 2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{v}{v'}$$

verwandeln, und wir haben:

$$pv'\,\mathrm{Log}'\,\frac{v}{v'} = 2{,}3026\,pv'\,\mathrm{Log}\,\frac{v}{v'}.$$

Die gesammte Arbeit, d. h. die Summe der vor und während der Expansion verrichteten Quantitäten Wirkung ist folglich:

$$pv' + 2{,}3026\,pv'\,\mathrm{Log}\,\frac{v}{v'} = pv'\left(1 + 2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{v}{v'}\right),$$

wenn man von dem durch die Spannung p' des condensirten Dampfes hervorgerufenen Widerstande abstrahirt. Da dieser Widerstand während und nach der Expansion wirkt, so verrichtet er in entgegengesetztem Sinne eine Arbeit $ap'h = p'v$. Folglich überträgt der Kolben auf den Balancier in jeder Secunde blos eine Quantität Wirkung:

$$T=n'\left[pv'\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\frac{v}{v'}\right)-p'v\right].$$

Bezeichnet man aber mit p'' den Druck, welcher auf den Kolben am Ende der Expansion und des Laufes stattfindet, so hat man:

$$\frac{p}{p''}=\frac{v}{v'},\ v=v'\frac{p}{p''},$$

$$T=n'\left[pv'\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\frac{p}{p''}\right)-p'v'\frac{p}{p''}\right].$$

Man erhält also endlich für die theoretische Formel:

$$T=n'\,p\,v'\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\frac{p}{p''}-\frac{p'}{p''}\right)$$

und für die praktische Formel:

$$T'=N'\,T.$$

Die folgende Tafel giebt die Werthe an, welche der Correctionscoefficient N' in allen Maschinen mit Condensation und Expansion annimmt, wie viel Cylinder sie auch haben mögen.

Theoretische Kraft in Pferdekräften	Maschine in sehr gutem Zustande	Maschine in mittlerm Zustande
Von 4 bis 8	$N'=0{,}33$	$N'=0{,}3$
« 10 « 20	0,42	0,35
« 20 « 40	0,5	0,42
« 40 « 100	0,6	0,55

Wenn der Werth von T einer Bestätigung bedürfte, so ist dieselbe in dem Factum enthalten, daß er auf den Werth in §. 405 zurückkommen muß, wenn man darin substituirt, daß der Dampf ohne Expansion wirkt. Alsdann ist wirklich:

$$p''=p,\ \mathrm{Log}\frac{p}{p''}=\mathrm{Log}\,1=0,\ v'=v \text{ und } T=n'\,pv\left(1-\frac{p'}{p}\right).$$

§. 409. Wir werden die sich auf 1^{kg} Brennmaterial beziehende Formel erhalten, wenn wir wie in §. 406 verfahren. Sie ist also für eine Maschine mit einem einzigen Cylinder und mit Expansion und Condensation:

$$T''=N'k\frac{1+0{,}00375\,t}{0{,}000078\,(550+t-t')}\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{p}{p''}-\frac{p'}{p''}\right).$$

§. 410. Wenn die Expansion, aber nicht die Condensation stattfindet (§. 407), so ist der Correctionscoefficient nicht mehr N'; es ist $p'=10334^{kg}$, $t'=10^{o}$, und man muß die Formeln:

$$T=n'\,p\,v'\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{p}{p''}-\frac{10334}{p''}\right),$$

$$T'=N''\,T,$$

$$T''=N''k\,\frac{1+0{,}00375\,t}{0{,}000078\,(540+t)}\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{p}{p''}-\frac{10334}{p''}\right)$$

anwenden, worin $N''=0{,}4$ ist, wenn sich die Maschine in gutem Zustande befindet, und $N''=0{,}35$, wenn die Maschine in mittlerm Zustande ist.

Leistung der Maschinen mit zwei Cylindern.

§. 411. Um die sich auf die Maschinen mit zwei Cylindern beziehenden Formeln allgemein zu machen, wollen wir durch m das Verhältniß $\frac{A}{a}$ der Grundflächen bezeichnen, und um sie aufzustellen, wollen wir, wie in (§. 408), einen beliebigen Theil x des Laufes betrachten.

Der Dampf, welcher das Aufsteigen des kleinsten der bewegenden Kolben bewirkt hat, erfüllt am Ende den kleinen Cylinder, hat darin die Spannung p wie der im Kessel, und expandirt während des Niederganges, indem er sich über dem großen Kolben ausbreitet; so daß sein ursprüngliches Volumen ah um ax in dem kleinen Cylinder abnimmt, und um Ax im andern zunimmt, weil die beiden Kolben als an demselben Punkte des Balanciers angehängt betrachtet werden und gleiche Geschwindigkeiten haben. Der sich ausdehnende Dampf nimmt folglich ein neues Volumen:

$$ah-ax+Ax=ah-ax+max=a\,[h+(m-1)\,x]$$

an. Da sich die Temperatur nicht merklich verändert, so verhalten sich die neue Spannung p_1 und die ursprüngliche p umgekehrt wie die Volumina. Also ist:

$$\frac{p_1}{p}=\frac{ah}{a\,[h+(m-1)\,x]}=\frac{h}{h+(m-1)\,x}.$$

Der Druck p_1 erzeugt aber auf den kleinen Kolben in einem

der Bewegung entgegengesetzten Sinne, und in einem Augenblicke, welcher auf den Niedergang x folgt, eine elementare Arbeit gleich:

$$ap_1\,dx = aph\,\frac{dx}{h+(m-1)x} = aph\,\frac{d\mathrm{Log}'[h+(m-1)x]}{m-1}.$$

Die sich auf x beziehende endliche Arbeit ist folglich:

$$\frac{aph}{m-1}\mathrm{Log}'[h+(m-1)x]+C.$$

Da die Expansion mit dem Niedergange anfängt und aufhört, so muß man das Integral von $x=0$ bis $x=h$ nehmen, wodurch man erhält:

$$\frac{aph}{m-1}(\mathrm{Log}'mh-\mathrm{Log}'h)=\frac{aph}{m-1}\mathrm{Log}'m.$$

Außerdem machen beide Kolben denselben Lauf, woraus $\frac{A}{a}=\frac{V}{v}$ folgt; und folglich ist die Arbeit, welche sich dem Niedergehen des kleinen Kolbens entgegensetzt, gleich:

$$\frac{pv}{m-1}\mathrm{Log}'\frac{V}{v}=\frac{pv}{m-1}2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{V}{v}.$$

In der Zeit, wo jedoch diese Arbeit auf die untere Fläche des Kolbens verrichtet wird, wirkt der Druck p auf die obere Fläche im Sinne der Bewegung, und erzeugt während des Niederganges eine Quantität Wirkung $aph=pv$. Die wirkliche Arbeit des kleinen Kolbens während jeder Oscillation ist folglich:

$$pv-\frac{pv}{m-1}2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{V}{v}=pv\left(1-\frac{2{,}3026}{m-1}\mathrm{Log}\,\frac{V}{v}\right).$$

Die von dem großen Kolben durch die Expansion hervorgebrachte Arbeit muß offenbar wie die ausgedrückt werden, welche sie auf den kleinen Kolben ausübt, blos daß man ah darin durch Ah, oder v durch $V=mv$ vertauscht. Man hat also für den ersten während einer Oscillation:

$$\frac{pmv}{m-1}2{,}3026\,\mathrm{Log}.\,\frac{V}{v}.$$

Aber der Dampf des Condensators, welcher eine Spannung p' besitzt, verrichtet auf denselben Kolben, und in derselben Zeit eine entgegengesetzte Arbeit $Ap'h=p'V$. Der große Cylinder giebt also in der Richtung der Bewegung eine Quantität Wirkung:

$$\frac{pmv}{m-1} 2{,}3026 \operatorname{Log} \frac{V}{v} - p'V,$$

die ganze Maschine liefert in jedem Laufe:

$$pv\left(1 - \frac{2{,}3026}{m-1} \operatorname{Log} \frac{V}{v} + \frac{m}{m-1} 2{,}3026 \operatorname{Log} \frac{V}{v}\right) - p'V,$$

und die sich auf 1″ beziehende Arbeit giebt den Ausdruck:

$$T = n'\left[pv\left(1 + 2{,}3026 \operatorname{Log} \frac{V}{v}\right) - p'V\right],$$

welcher ganz mit dem für einen Cylinder mit Expansion gefundenen in (§. 408) übereinstimmt. Diese Analogie war leicht vorauszusehen; denn wenn wir darin v durch v' und V durch v ersetzen, so wird die Masse Dampf, nachdem sie in einem Cylinder v' mit der Spannung p gewirkt hat, sich in einem andern Cylinder v ausdehnen. Nun muß sie aber offenbar auf diese Weise dieselbe Arbeit hervorbringen, als wenn sie mit der Spannung p zuerst in einem Theile v' eines einzigen Cylinders v wirkte, und sich dann in den ganzen Raum ausdehnte. Wir hätten also nach dieser vorhergegangenen Bemerkung aus (§. 408) den neuen Werth von T ableiten können. Jedoch fanden wir es für gut, zu zeigen, was in den Maschinen mit zwei Cylindern vorgeht.

Um, wie vorhin, die Pressungen für die Volumina zu *substituiren*, wollen wir durch p'' die Spannung bezeichnen, welche in dem großen Cylinder am Ende jeder Oscillation stattfindet, so folgt:

$$\frac{V}{v} = \frac{p}{p''}, \quad V = \frac{p}{p''} v,$$

$$T = n'\left[pv\left(1 + 2{,}3026 \operatorname{Log} \frac{p}{p''}\right) - p' \frac{p}{p''} v\right]$$

und wir erhalten für die Formeln (§. 408):

$$T = n' pv \left(1 + 2{,}3026 \operatorname{Log} \frac{p}{p''} - \frac{p'}{p''}\right)$$

$$T'' = N' T.$$

Diese Gleichungen können noch angewandt werden, wenn das Verhältniß der durchlaufenen cylindrischen Räume nicht das der Grundflächen ist; denn wenn einer Seits alsdann der große Kolben weiter von der Axe des Balanciers angehängt ist, als der kleine, so macht er einen etwas längern Lauf; anderer Seits muß sich der Dampf in einen größern Raum ausdehnen, und übt daher immer einen geringern Druck aus.

§. 412. Nach (§. 409) und dem vorhergenden §. ist einleuchtend, daß die praktische Formel für die Energie der Maschinen mit zwei Cylindern und mit Condensation durch

$$T'' = N' k \frac{1+0{,}00375\,t}{0{,}000078(550+t-t')}\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{p}{p''}-\frac{p'}{p''}\right)$$

ausgedrückt wird, wie die der Maschinen derselben Art mit einem einzigen Cylinder.

§. 413. Wenn endlich die Maschine mit zwei Cylindern keinen Condensator hat (§. 410), so verwandeln sich die Formeln in:

$$T = n'\,p\,v\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{p}{p''}-\frac{10334}{p''}\right),$$

$$T' = N''\,T,$$

$$T'' = N''\,k\cdot\frac{1+0{,}00375\,t}{0{,}000078(540+t)}\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{p}{p''}-\frac{10334}{p''}\right).$$

§. 414. Um ein Beispiel von den Rechnungen zu geben, welche das Studium einer Dampfmaschine verursacht, wollen wir die Formeln auf die mit einem Condensator versehene Wolffsche Maschine anwenden.

Nach der Aufnahme einer gehenden Maschine, welche sich in mittlerm Zustande befindet, ergab sich der Halbmesser des kleinen Kolbens $= 0^m,125$, sein Lauf $= 0^m,923$, der Druck $p = 37023^{kg}$, der Halbmesser des großen Kolbens $= 0^m,22$, sein Lauf $= 1^m,24$, der Druck $p' = 930^{kg}$; es erfolgen 54 Oscillationen in der Minute und der Ofen wird mit Steinkohlen erster Sorte geheitzt.

Zuerst ergiebt sich:

$$v = 3{,}1416\,(0^m,125)^2 \times 0^m,923 = 0^{mc},0453,$$

$$V = 3{,}1416\,(0^m,22)^2 \times 1^m,24 = 0^{mc},1885,$$

$$p'' = p\frac{v}{V} = 37023^{kg}\,\frac{0{,}0453}{0{,}1885} = 8897^{kg},\quad n' = \frac{54}{60} = 0{,}9;$$

und dann nach (§. 411):

$$T' = 0{,}9\times 37023\times 0{,}0453\left(1+2{,}3026\,\mathrm{Log}\,\frac{37023}{8897}-\frac{930}{8897}\right) = 3503^{kg},7.$$

Die Maschine ersetzt also theoretisch eine Anzahl von

$$\frac{3503{,}7}{75} = 46{,}716$$

Pferden; nach der Tabelle in §. 408 ist ungefähr $N' = 0{,}42$, und man findet für die Nutzarbeit:

$$T' = 0{,}42 \times 3503^{kg},7 = 1471^{kg},554.$$

Die wirkliche Kraft der Maschine beträgt also:

$$\frac{1471^{kg},554}{75} = 19{,}62 \text{ Pferdekräfte.}$$

Wenn die Maschine in gutem Zustande wäre, so würde $N = 0{,}5$,

$$T' = 0{,}5 \times 3503^{kg},7 = 1751^{kg},85,$$

und die Kraft gleich:

$$\frac{1751^{kg},85}{75} = 23{,}36 \text{ Pferdekräften}$$

sein.

Die Maschine ist neu als von 24 Pferdekräften verkauft, und die Formeln verdienen folglich alles Zutrauen.

Wir wollen nun die sich auf 1^{kg} Brennmaterial beziehende Kraft bestimmen. Nach der Tabelle in §. 406 ist $k = 3525$. Die Anzahl der Atmosphären ist:

$$n = \frac{p}{10334} = \frac{37023}{10334} = 3{,}5827,$$

und die Formel in §. 349 giebt:

$$t = \frac{\sqrt[5]{3{,}5827} - 0{,}2847}{0{,}007153} = 140^{0},64.$$

Ebenso findet man für die Temperatur des Condensators:

$$t' = \frac{\sqrt[5]{930 : 10334} - 0{,}2847}{0{,}007153} = 46^{0},568.$$

Substituirt man in den Werth von T'' in (§. 412), so erhält man:

$$T'' = \left\{ 0{,}42 \times 3525 \, \frac{1 + 0{,}00375 \times 140{,}64}{0{,}000078 (550 + 140{,}64 - 46{,}568) \left(1 + 2{,}3026 \operatorname{Log} . \frac{37023}{8897} - \frac{930}{8897}\right)} \right\} = 104486^{k}.$$

Da die Maschine in der Secunde

$$1471^{kg},554 \times 60 \times 60 = 5297594^{kg},4$$

hervorbringt, so verbraucht sie in derselben Zeit eine Quantität Steinkohlen gleich

$$\frac{5297594^{kg},4}{104486}=50^{kg},7,$$

und in 24 Stunden:

$$50^{kg},7\times 24=1216^{kg},8.$$

Während dieser 24 Stunden muß sie also für jede Pferdekraft

$$\frac{1216^{kg},8}{19,62}=62^{kg},02$$

verbrennen.

Die Berechnung des Injectionswassers (§. 400) ist fast von derselben Wichtigkeit als die des Brennmateriales.

Man gelangt dazu durch die allgemeine Formel:

$$V'=\frac{0,8085nv_1.}{1000+3,75t}\times\frac{550+t-t'}{t'-t''},$$

worin v_1 das bei jeder Oscillation verbrauchte Dampfvolumen und t'' die Temperatur des Behälters bezeichnet, welche 10° betrug. Wir wollen daher v_1 durch den Werth $0^{mc},0453$ von v vertauschen, und erhalten für das bei jedem Laufe erforderliche Volumen des Injectionswassers:

$$V'=\frac{0,8085\times 37023\times 0^{mc},0453}{(1000+3,75\times 140,64)10334}\times\frac{550+140,64-46,568}{46,568-10}=0^{mc},0015.$$

Die Pumpe muß also in den Behälter

in 1″ $0^{mc},0015\times\frac{54}{60}=0^{mc},00135,$

in 1 Stunde $0^{mc},00135\times 60\times 60=4^{mc},86$

und in 24 Stunden $4^{mc},86\times 24=116^{mc},64$

Wasser liefern, welches in derselben Zeit für jede Pferdekraft:

$$\frac{116^{mc},64}{19,62}=5^{mc},945$$

beträgt.

Vergleichung der Dampfmaschinen.

§. 415. Wendet man die eben angestellten Rechnungen auf

die verschiedenen Arten von Dampfmaschinen an, so ergiebt sich, daß bei den Niederdruckmaschinen mit Condensation und ohne Expansion eine Pferdekraft 5 bis 6^{kg} Steinkohlen; bei den Mittel- und Hochdruckmaschinen ohne Expansion und ohne Condensation 8 bis 10^{kg} Steinkohlen; bei den Hochdruckmaschinen mit Expansion und Condensation, welche Anzahl von Cylindern sie auch haben mögen, 3 bis 4^{kg}; bei den Hochdruckmaschinen mit Expansion und ohne Condensation 4 bis 5^{kg} Steinkohlen für eine Pferdekraft erforderlich sind. In Beziehung auf die Ersparniß an Brennmaterial verdienen also die Hochdruckmaschinen mit Condensation und Expansion den Vorzug. Die unvortheilhaftesten in dieser Beziehung sind diejenigen, welche mit einem höhern Drucke als die Atmosphäre ohne Expansion und ohne Condensation arbeiten (§. 407).

§. 416. Bei den Niederdruckmaschinen ist die Spannung zu gering, als daß der Dampf darin durch seine Expansion wirken könnte; sie haben folglich nie mehr als einen Cylinder und folglich verbrauchen die Reibungen darin eine geringere Quantität Wirkung als bei zwei Cylindern. Die Verluste sind dabei auch viel geringer als bei den andern Maschinen, und viel weniger eine Explosion zu befürchten. Bei gleicher Kraft erfordern sie jedoch viel größere Dimensionen und sie bedürfen auch viel mehr Wasser, sowohl zur Condensation, als zur Speisung.

Wenn die Maschinen mit Expansion und Condensation eine Ersparniß an Brennmaterial gewähren, so erfordern sie dagegen wieder einen complicirten Mechanismus für ihre Ventile, zwei Cylinder wenn sie eine bedeutende Kraft haben sollen, und eine sehr große Quantität Wasser.

Die Maschinen ohne Condensator erfordern wenig Wasser, und es kommt darin weniger Material vor, als in den andern; da sie jedoch unter einem hohen Drucke arbeiten müssen, so kann man die Verluste schwer verhindern, und muß eher Explosionen befürchten.

Beobachtungsmaschinen.

Unter dieser Benennung wollen wir zwei wichtige Maschinen betrachten, von denen die eine zu den besondern Versuchen der Artillerie, und die andere zu den Experimenten über die industriellen Rotationsmaschinen dient. Die erste nennt man das ballistische Pendel und die zweite den Pronyschen Zaum.

Ballistisches Pendel.

§. 417. Das ballistische Pendel besteht aus einem abgestumpften hohlen Kegel *A* aus Gußeisen, welcher mit Erde gefüllt ist, die in Säcken steckt (Fig. 25. Taf. VI.), und aus einer Stange

BC, welche mit einer Schneide *C* verbunden und von dem festen Ringe *D* unterstützt wird. Der Wurfkörper wird gegen die große Basis des abgestumpften Kegels in einer Richtung *EF* geschleudert, welche mit der Horizontalen den Winkel α bildet. Durch den Stoß schwingt das Pendel; die Anzahl der Grade des Bogens 2β, welcher in einer halben Umdrehung beschrieben wird, kann man am Endpunkte des an dem Körper *A* befestigten Zeigers *H* ablesen; man kann die während einiger Secunden erfolgenden vollständigen Schwingungen zählen, aus ihrer Anzahl die Dauer einer jeden ableiten, und die Auffallsgeschwindigkeit des geworfenen Körpers vermittelst einer Formel bestimmen, welche eine Function dieser Geschwindigkeit, des Winkels β, und der von der Maschine gelieferten Daten ist.

§. 418. Zur Aufstellung der Formel sei m die Gesammtmasse, welche das Pendel besitzt, wenn sich der geworfene Körper darin befindet, m' die Masse desselben Pendels vor dem Eindringen des Körpers; m'', v die Masse und die Geschwindigkeit des geworfenen Körpers zu derselben Zeit; ω der am Endpunkte des Halbmessers 1 in der Zeiteinheit in Folge des Stoßes beschriebene Wnikel, d. h. die Winkelgeschwindigkeit des Pendels; N, f, ϱ der Druck, welchen die Rotationsaxe erfährt, der Reibungscoefficient in dem Ringe *D*, und die Entfernung der Kante der Schneide von der Axe *C*; l, R die Entfernungen derselben Axe vom Schwerpunkte der Masse m und von der Wurflinie *EF*.

Das in einer Entfernung r' von *C* liegende Massenelement dm' hat nach dem Stoße eine Quantität Bewegung $\omega r' dm'$, deren Moment gleich $\omega r'^2 dm'$ ist. Das Moment der Quantität Bewegung, welche die Masse m' besitzt, ist folglich gleich $\omega \int r'^2 dm'$. In demselben Augenblicke ist das Moment der Quantität Bewegung des geworfenen Körpers, wenn er in der Erde des abgestumpften Kegels anhält, gleich $\omega \int r''^2 dm''$, worin r'' die Entfernung von dm'' von der Axe *C* bezeichnet, und das Moment der Reibung, welche die Schneide erfährt, ist gleich $Nf\varrho$. Vor dem Stoße besaß der geworfene Körper aber eine Quantität Bewegung $m''v$, und durch diese werden die drei vorhergehenden hervorgebracht. Da ihr Moment gleich $m''vR$ ist, und zwischen den sich auf eine bestimmte Rotation beziehenden Quantitäten Wirkung das Gleichgewicht stattfinden muß, so hat man:

$$m''vR = \omega \int r'^2 dm' + \omega \int r''^2 dm'' + Nf\varrho.$$

Da nun die Summe der Trägheitsmomente der beiden Massen gleich dem Trägheitsmomente der ganzen Masse ist, so hat man

$$\int r'^2 dm' + \int r''^2 dm'' = \int r^2 dm,$$

wo r die Entfernung des Theilchens dm von der Axe *C* bezeichnet.

Folglich ist:

$$m'' v R = \omega \int r^2 \, dm + N f \varrho. \quad (1)$$

Der Druck N ist die Resultante aus den horizontalen und verticalen Quantitäten Bewegung, welche bei dem Stoße auf der Rotationsaxe verbraucht sind. Aus diesem Stoße ergiebt sich für die Masse m eine Quantität Bewegung $m l \omega$; denn diese Masse bewegt sich als wenn sie condensirt und auf ihren Schwerpunkt G reducirt wäre, und $m l \omega$ ist eine horizontale Kraft, weil die Aufhängestange BC vor dem Stoße vertical ist. Die horizontale Seitenkraft der Kraft $m'' v$ ist $m'' v \cos \alpha$ und die verticale $m'' v \sin \alpha$. Es ist also ein horizontaler Staß $m'' v \cos \alpha - m l \omega$ und ein verticaler Stoß $m'' v \sin \alpha$ vorhanden und

$$N = \sqrt{[(m'' v \cos \alpha - m l \omega)^2 + (m'' v \sin \alpha)^2]}.$$

Dieser in die Gleichung (I) substituirte Werth von N giebt eine Relation zwischen v, ω und bekannten Größen; jedoch wird sie durch die trigonometrischen Linien für die Anwendungen sehr complicirt gemacht. Um eine einfachere Formel anwenden zu können, schießt man horizontal gegen das Pendel und zwar so, daß die Richtung in einer Entfernung R von der Axe C geht, wodurch der Druck N annullirt wird. Alsdann ist:

$$\alpha = o, \; N = m'' v - m l \omega = o, \; m'' v = m l \omega.$$

Die Gleichung (I) verwandelt sich in $m l \omega R = \omega \int r^2 \, dm$ und die Entfernung R wird gleich:

$$R = \frac{\int r^2 \, dm}{m l},$$

woraus hervorgeht, daß der abgeschossene Körper nach dem Mittelpunkte des Stoßes des Pendels (§. 84) gerichtet ist, und man hat zwischen v und ω die Relation:

$$v = \frac{m l \omega}{m''}.$$

§. 419. Wir müssen nun noch eine Gleichung haben, welche ω als Function von 2β giebt. Wir wollen sie aus der Arbeit ableiten, welche das Pendel vermöge der ihm durch den Stoß ertheilten lebendigen Kraft hervorbringt. Diese lebendige Kraft ist für das Massenelement dm gleich $\omega^2 r^2 \, dm$, und für die ganze Masse m gleich $\omega^2 \int r^2 \, dm$. Die Maschine ist folglich einer Quantität

Wirkung $\frac{a^2 \int r^2 dm}{2}$ fähig, und sie wendet dieselbe zur Erhebung ihres Schwerpunktes, ungeachtet der Reibung an der Schneide, an.

Das aufgehobene Gewicht mg gelangt auf eine Höhe BG über seine Lage in der Ruhe, und BG ist als Sinusversus von 2β Graden vom Halbmesser l gleich $l(1-\cos 2\beta)$. Die einer halben Oscillation entsprechende Aufsteigung verbraucht folglich eine Quantität Wirkung $mgl(1-\cos 2\beta)$ oder $2mgl\sin^2\beta$, weil

$$\cos 2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\beta = 1 - 2\sin^2\beta$$

ist. Die Belastung der Schneide geschieht ebenfalls durch das Gewicht mg; die entstehende Reibung ist folglich mgf; bezeichnet man mit γ den auf die Einheit der Entfernung vom Mittelpunkte C bezogenen Bogen 2β, so findet dieselbe längs des Weges $\varrho\gamma$ einer halben Oscillation statt und erfordert eine Quantität Wirkung $mgf\varrho\gamma$.

Die von dem Pendel erlangte lebendige Kraft ist jedoch erschöpft, wenn sich dasselbe um die Anzahl 2β von Graden gedreht hat.

Es muß folglich:

$$\frac{\omega^2 \int r^2 dm}{2} = 2mgl\sin^2\beta + mgf\varrho\gamma$$

sein, und hieraus ergiebt sich die Relation:

$$\omega^2 = \frac{4mgl\sin^2\beta + 2mgf\varrho\gamma}{\int r^2 dm},$$

aus welcher man die Winkelgeschwindigkeit ableiten kann, wenn 2β bekannt ist. Sie kann auf ihr erstes Glied reducirt werden, wenn man bemerkt, daß wegen der Aufhängungsart der Hebelarm ϱ der Reibung sehr klein ist.

Man hat folglich endlich:

$$\omega^2 = \frac{4mgl\sin^2\beta}{\int r^2 dm}.$$

§. 420. Das Trägheitsmoment $\int r^2 dm$ wird gewöhnlich durch eine Function der Zeit t vertreten, welche das Pendel gebraucht, um eine vollkommene Oscillation zu machen. Um diese Function zu finden, wollen wir die Dauer $\frac{1}{2}t$ oder t' einer halben Oscillation 2β bestimmen, und den Moment betrachten, wo der von J ausgehende Mittelpunkt P des Stoßes in K angekommen ist. Alsdann ist die

Stange BC nach CK gerichtet, und sie muß noch den Bogen θ vom Halbmesser 1 durchlaufen, um ihre verticale Lage wieder einzunehmen. Im folgenden Augenblicke beschreibt der Mittelpunkt des Stoßes gleichförmig ein Element ds des Bogens JK mit der der Höhe z von J über K zugehörigen Geschwindigkeit, und es ist

$$ds = dt'\sqrt{2gz} \text{ oder } dt' = \frac{ds}{\sqrt{2gz}}.$$

Aber es ist auch JK oder $s = R(\gamma - \theta)$, und weil γ constant ist, $ds = -Rd\theta$.

Außerdem ist:

$$z = CL - CM = R\cos\theta - R\cos\gamma;$$

folglich:

$$dt' = \frac{Rd\theta}{\sqrt{[2gR(\cos\theta - \cos\gamma)]}}.$$

Da die Oscillationen des Pendels niemals eine große Amplitude haben, so kann man

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}, \cos\gamma = 1 - \frac{\gamma^2}{2}$$

setzen, woraus:

$$\cos\theta - \cos\gamma = \frac{\gamma^2 - \theta^2}{2}$$

und

$$dt' = \frac{-Rd\theta}{\sqrt{[gR(\gamma^2 - \theta^2)]}} = \sqrt{\frac{R}{g}} \cdot \frac{-d\theta}{\sqrt{(\gamma^2 - \theta^2)}} = \sqrt{\frac{R}{g}} \cdot \frac{-\frac{d\theta}{\gamma}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\gamma^2}\right)}}$$

folgt. Es sei x ein Bogen von solcher Beschaffenheit, daß $\frac{\theta}{\gamma} = \cos x$ ist, so haben wir:

$$d\theta = \gamma d\cos x = -\gamma \sin x\, dx, \sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\gamma^2}\right)} = \sqrt{(1 - \cos^2 x)} = \sin x,$$

$$dt' = \sqrt{\frac{R}{g}}\, dx, \text{ und } t' = x\sqrt{\frac{R}{g}} + C,$$

ein Integral, welches zwischen den Grenzen $\theta = \gamma$ bis $\theta = 0$ genommen werden muß. Die erste Grenze giebt $\cos x = 1$, $x = 0$, $t' = 0$, weil die Bewegung blos anfängt, und $0 = 0 + C$.

Aus der zweiten folgt:

$$\cos x = 0, x = \frac{\pi}{2}, t' = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}} + C,$$

wo π die Länge des halben Umfanges bezeichnet, dessen Halbmesser gleich der Einheit ist; die Subtraction beider Werthe des Integrales giebt:

$$t' = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}} \text{ und folglich } t = \pi\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Da nun nach (§. 418):

$$R = \frac{\int r^2\, dm}{ml}$$

ist, so hat man auch:

$$t = \pi\sqrt{\frac{\int r^2\, dm}{mlg}}, \int r^2\, dm = \frac{mlgt^2}{\pi^2}, \omega^2 = \frac{4mgl\pi^2\sin^2\beta}{mlgt^2}$$

$$= \frac{4\pi^2\sin^2\beta}{t^2}, \omega = \frac{2\pi\sin\beta}{t}, v = \frac{2ml\pi\sin\beta}{m''t}.$$

Wenn wir für die Massen m, m'' die Gewichte P, p des Pendels und des geworfenen Körpers substituiren, so erhalten wir für die auf den letzten Körper passende Formel der Geschwindigkeit:

$$v = \frac{2\pi l\sin\beta}{t} \cdot \frac{P+p}{p}.$$

Zaum von Prony.

§. 421. Der Apparat, welchen man Zaum nennt, und zur Bestimmung der Nutzarbeit einer drehenden Welle anwendet, ist von Prony bei Gelegenheit seiner Versuche über die Dampfmaschinen von Gros-Caillou erfunden. Er besteht aus zwei parallelen und ungleich langen Holzstücken *AB, CD* (Fig. 26. Taf. VI), welche etwas cylindrisch ausgearbeitet sind, um an dieser Stelle einen Theil der Welle *E* zu umfassen, und welche durch sehr starke Bolzen mit einander verbunden sind, durch deren Muttern sie gegen diese Welle gepreßt werden.

Die Maschine, an welcher der Zaum angebracht ist, ist von ihrem Hauptwiderstande befreit, aber allen Nebenwiderständen noch

unterworfen. Man legt die beiden Hölzer horizontal, und am Ende *A* des längern, welches über dem andern liegt, ist eine mit Gewichten belastete Platte aufgehängt, wodurch die Welle verhindert wird, den Zaum bei ihrer Rotation mit fortzunehmen, deren Belastung aber nicht so groß ist, daß dieselbe den Hebel *AB* in entgegengesetztem Sinne dreht.

Da man das erforderliche Gewicht nur durch mehrere Versuche bestimmen kann, so ist es zur Verhütung von Unfällen gerathen, das lange Holz an zwei festen Punkten zu befestigen, oder unter das kleine zwei Streben zu stellen, um die Bewegungen, welche der Zaum annehmen könnte, zu begrenzen, ohne sie jedoch ganz aufzuheben; denn es ist erforderlich, daß der Apparat schwingt, damit man bei einer geringen Weite des Laufes des Punktes *A* erkennen kann, daß ein hinreichendes Gleichgewicht vorhanden ist.

Ehe man den Zaum zu Versuchen anwendet, muß er vorher justirt werden, d. h. man muß in Kilogrammen diejenige verticale Kraft bestimmen, welche man von unten nach oben am Ende *A* anbringen muß, damit der unbelastete Apparat horizontal und auf einer in *F* befindlichen in der durch die Pfeile der beiden Ausschnitte bestimmten verticalen Ebene liegenden Schneide im Gleichgewichte ist. Die Zahl der gefundenen Kilogramme ist genau dem Ueberschusse des Gewichtes des Theiles zur Linken über den nach *A* verlegten Theil zur Rechten gleich, und dieses Gewicht *p* muß man zu der Zahl *P* der in die Schaale gelegten Kilogramme hinzufügen, um die wahre Belastung des Hebels *AB* zu erhalten.

§. 422. Wir müssen nun die Formel aufstellen, welche die nützliche Arbeit *T*, deren die drehende Welle in jeder Secunde fähig ist, als Function des Gewichtes $P+p$ angiebt.

Es sei *n* die Anzahl der Umdrehungen, welche die vom Zaume gepreßte Welle in 1′ macht; *X* der unbekannte Druck, welchen die Schrauben hervorbringen; *r* ihr Halbmesser, *l* die Entfernung des Aufhängepunktes *A* der Schaale von der verticalen Ebene *EF* der Axe.

Die Reibung fX vertritt den Hauptwiderstand, und verrichtet eine Arbeit, welche der tangentialen und nützlichen Arbeit der Welle gleich ist; folglich ist:

$$T = \frac{n}{60} 2\pi r f X.$$

Die tangentiale Kraft aber, welche gleich fX ist und in dem der Rotation entgegengesetzten Sinne ausgeübt wird, würde den Zaum in demselben Sinne drehen, wenn die Belastung $P+p$ es nicht verhinderte. Es sind folglich um die Axe *E* zwei Kräfte fX und $P+p$ im Gleichgewichte, von denen die erste in einer Entfernung *r* von dieser Axe und die zweite in einer Entfernung *l* wirkt. Die Gleichheit ihrer in Beziehung auf dieselbe Axe genommenen Momente giebt: $rfX = l(P+p)$ und folglich ist:

$$T = \frac{n}{60} 2\pi l (P+p).$$

Das Product aus der Belastung des Zaumes in Kilogrammen, dem Umfange $2\pi l$ in Metern und die sich auf 1″ beziehenden Anzahl von Umdrehungen drückt also in Kilogrammetern die Nutzarbeit aus, welche die drehende Welle in derselben Zeit hervorbringen kann.

§. **423.** Als Beispiel wollen wir einen Versuch anführen, welcher von den Mitgliedern der Königlichen Academie zu Metz an einer Sägemühle mit vier Blättern ausgeführt ist, deren Wasserrad bei einer Schützöffnung von $0^m,106$ in der Minute $18^1/_{20}$ Umdrehungen macht.

Der mit dem zu schneidenden Holze belastete Wagen wurde so weit zurückbewegt, daß die Sägen nicht schneiden konnten; jedoch blieb derselbe in Communication mit dem Sperrade und dieses Rad wurde noch durch das Sägengestell in Bewegung gesetzt, so daß alle Widerstände, mit Ausnahme des von dem Sägen herrührenden, welcher durch die Reibung des Zaumes ersetzt wird, dieselben blieben. Die Schrauben wurden so weit geschroben, daß die Geschwindigkeit bei derselben Oeffnung des Schützes dieselbe blieb, als sie vor der Anwendung des Apparates auf die Wasserradswelle war. Der Hebelarm l war $3^m,2$ und die Belastung $P+p$ betrug ungefähr 22^{kg}, wenn die Kleinheiten der Schwingungen das Gleichgewicht anzeigten.

Man fand alsdann für die von den vier Blättern in 1″ verbrauchte Quantität Wirkung, oder für die nützliche Arbeit des Sägens:

$$T' = \frac{18,05}{60} 2 \times 3,1416 \times 3^m,2 \times 22^{kg} = 133^{kg},07.$$

§. **424.** Die Anwendung des Zaumes hat eine Grenze, welche von der Grenze des Schraubens der Muttern bedingt wird. In der That muß:

$$fX = \frac{60\,T}{2\pi r n}$$

sein, und wenn der Druck X seinen größten Werth erreicht, so kann die zu messende Arbeit nicht mehr zunehmen, wenn das Product $2\pi r n$ nicht auch zunimmt. Es ist jedoch nicht erforderlich, daß die beiden Glieder des Werthes von fX proportional zunehmen; um z. B. bei gleicher Geschwindigkeit eine doppelte Arbeit messen zu können, braucht die Welle nicht einen doppelt so großen Durchmesser zu haben; denn aus der Vergrößerung des Durchmessers folgt auch eine größere Berührungsfläche zwischen der Welle und den beiden Theilen des Zaumes, und da der Druck der Schrauben auf alle gemeinschaftliche Punkte wirkt, so wird die Reibung fX größer, obgleich das Zusammenschrauben dasselbe bleibt.

Nach den Versuchen von Morin kann man mittelst des Pronyschen Zaumes eine Arbeit von 6 bis 8 Pferden bestimmen, wenn

die Geschwindigkeit 20 bis 30 Umdrehungen in der Minute und der Halbmesser 0^m,08 beträgt; die von 15 bis 20 Pferden, wenn die Geschwindigkeit 15 bis 30 Umdrehungen und der Halbmesser 0^m,15 bis 0^m,2; die von 40 bis 60 Pferden, wenn die Geschwindigkeit 15 bis 30 Umdrehungen und der Halbmesser 0^m,33 bis 0^m,4 beträgt.

Anhang zu den Zugmaschinen.

Hydraulische Presse.

81 A. Eine von der vorhergehenden sehr verschiedene Presse wird in den Pulvermühlen und Oelmühlen zum Pressen angewandt, und wird eine hydraulische Presse genannt. Sie beruht auf einer Eigenschaft des Wassers, welche Pascal entdeckt hat, und darin besteht, daß ein darauf ausgeübter Druck auf alle Theile und in allen Richtungen übertragen wird; die Anwendung dieses Prinzipes auf die Maschine hat der Engländer Bramah zuerst gemacht.

In einem mit Wasser gefüllten Reservoir *A* (Fig. 27. Taf. VI) stehen zwei Saug- und Druckpumpen. Der Durchmesser des Kolbens *B* der einen beträgt 0^m,054, und der des andern *C* beträgt blos 0^m,027. Unter jedem Pumpenkörper sitzt ein Sieb *D*, damit die im Wasser enthaltenen fremden Körper nicht mit aufgesogen werden, und das Spiel des Ventiles *E* nicht verhindern. Der Beweger *wirkt* am Ende eines drehenden Hebels *F*, welcher durch ein Gegengewicht *G* in allen Lagen im Gleichgewichte erhalten wird. Der Angriffspunkt liegt 3^m,248 von der Axe des Bolzens; jedoch kann dieser Bolzen in zwei horizontal in einer Stütze *H* hinter einander befindliche Löcher gesteckt werden. Die Mitte des zuerst gebrauchten Loches liegt 0^m,1624 von dem Punkte, in welchem die Kolbenstange mit dem Hebel *F* verbunden ist; die des andern *I* ist 0^m,3248 von demselben Punkte entfernt. Durch ein drittes im obern Ende jeder Stütze befindliches Loch geht die Kolbenstange und erhält darin eine Leitung bei ihrem verticalen Gange.

Die Kolben haben nicht die gewöhnlichen Dimensionen; sie sind längere Cylinder von einem kleinern Durchmesser als der Pumpenkörper, weshalb sie nur in der obern Oeffnung eine Reibung erfahren, wo sie durch einen Lederring gepreßt werden, um jede Communication mit der Atmosphäre abzuschneiden. Ferner folgt hieraus, daß sie bei ihrem Aufsteigen einen leeren Raum hervorbringen, indem das im Körper enthaltene Volumen des Kolbens abnimmt, und daß sie das Wasser fortpressen, wenn dieses Volumen bei ihrem Niedergange vermehrt wird.

Das gedrückte Wasser entweicht durch die Röhre *L*, welche 0^m,0135 Durchmesser hat, und durch ein an einer Schraubenstange sitzendes Ventil *M* verschlossen werden kann. Wenn die große Pumpe in Thätigkeit ist, so ist das Ventil der kleinen verschlossen;

wenn diese zweite gehen soll, so schraubt man das Ventil der großen zu und das andere auf. Das losgeschrobene Ventil öffnet sich alsdann von unten nach oben, sobald der correspondirende Kolben niedergeht, und schließt sich in dem Momente, wo das Aufsteigen beginnt.

Die Leitungsröhren beider Pumpen vereinigen sich oberhalb ihrer Ventile in eine, und weiter hin theilt sich die gemeinschaftliche Röhre wieder, um das Wasser in zwei Cylinder *N* von einem Durchmesser gleich $0^m,216$ zu führen. Sowie sich das Wasser darin anhäuft, steigt der Kolben *O* ohne Stange langsam auf; auf dem obern Ende desselben ruht eine dicke Platte *P*, welche den ganzen horizontalen Querschnitt einer gußeisernen Führung *Q* ausfüllt. Auf der Platte liegt abwechselnd eine Schicht der zu pressenden Gegenstände und eine Platte dazwischen, bis zu der Preßplatte *R*.

Damit jede Presse nöthigenfalls allein wirken kann, ist an jedem Ende der gemeinschaftlichen Röhre ein Schraubenventil *S*, wie die vorhergehenden, enthalten, nur daß sie sich nicht wie jene bewegen.

Endlich befindet sich oberhalb der Verbindungsröhre der beiden Röhren *L* ein Sicherheitsventil *T*. Dasselbe muß sich öffnen, und den Austritt des Wassers durch die Oeffnung *U* gestatten, ehe der Druck so groß wird, daß er die Wände der kupfernen Röhren zersprengen kann, welche die Communication zwischen den Preßcylindern und Pumpencylindern herstellen. Diese Bedingungen werden vermittelst eines drehenden Hebels *V* (Fig. 28) erreicht, welcher nahe an seiner Drehungsaxe *X* auf das Ventil drückt, und an seinem Ende ein Laufgewicht *Y* trägt.

Was die mit einem Hahne versehene Ausgußröhre *Z* anlangt, so dient sie zum Ausleeren des Apparates in das Reservoir *A*, wenn man die gepreßten Gegenstände herausnehmen und sie durch andere ersetzen will.

81 B. Wir können die Nebenwiderstände bei der Aufstellung der Relation zwischen der bewegenden Kraft und dem Hauptwiderstande einer hydraulischen Presse unberücksichtigt lassen; denn da die Drehungsaxe des Hebels *F* einen sehr kleinen Halbmesser hat, so entsteht daran nur eine geringe Reibung; die Reibung der Kolben an den Lederringen ist nicht bedeutend; die Reibung der Platte gegen die Ständer der Presse ist gleich Null, wenn die Belastung gut vertheilt ist, und ebenso kann man auch, die durch die Reibung des Wassers an den Wänden der Röhren consumirte Arbeit als Null betrachten, weil sich dasselbe nur sehr langsam darin bewegt.

Es sei *p* der am Endpunkte des Hebels ausgeübte bewegende Druck, *L* die Entfernung des Angriffspunktes von der Drehungsaxe *I*, *C* der Kreislauf desselben Punktes, *l* der Hebelarm der Kolbenstange *B*, *c* der Kreislauf derselben, welcher fast ihrem verticalen Wege gleich ist, *d* ihr Durchmesser, *D* der der Kolben *O* ohne Stange, *h* ihr verticaler Lauf während des Niederganges des Hebels *F*, und *P* der gesammte Druck, welchen sie den zu pressenden Gegenständen ertheilen, oder der Widerstand, welcher sich ihrem Aufsteigen entgegensetzt.

Zwischen den Bogen der Kreisläufe und den Halbmessern findet die Proportion $C:c = L:l$, statt, woraus $C = c\frac{L}{l}$, und die Quantität Wirkung, welche der Beweger während des Niedergehens des Hebels F verbraucht, $pC = pc\frac{L}{l}$ folgt.

Das aus dem Pumpenkörper geschaffte Volumen Wasser ist gleich $c\frac{\pi d^2}{4}$. Da dieses Volumen durch seinen Eintritt in die Cylinder N das Aufsteigen h hervorbringt, so hat man nothwendig:

$$c\frac{\pi d^2}{4} = 2h\frac{\pi D^2}{4} \text{ oder } h = \frac{c}{2}\cdot\frac{d^2}{D^2},$$

und die durch die beiden Hauptwiderstände verbrauchte Quantität Wirkung ist:

$$Ph = P.\frac{c}{2}\frac{d^2}{D^2}.$$

Da diese Quantität Wirkung der von dem Beweger verbrauchten gleich sein muß, so hat man folglich:

$$pc.\frac{L}{l} = P\frac{c}{2}\cdot\frac{d^2}{D^2},$$

und die gesuchte Relation ist:

$$P = 2p\frac{LD^2}{ld^2}.$$

Wenn die Arbeit des Bewegers zu beschwerlich wird, so bringt man die Drehbolzen in das der Kolbenstange zunächst liegende Loch; alsdann muß die Entfernung l durch $\frac{l}{2}$ ersetzt werden, und der neue Werth von P ist:

$$P_1 = 4p\frac{LD^2}{ld^2}.$$

Es tritt jedoch ein Moment ein, worin die Kraft p zur Bewegung der großen Pumpe nicht mehr ausreichend ist, und man muß folglich den Beweger auf die kleine wirken lassen, indem der Bolzen in dem am weitesten von der Axe liegenden Loche steckt. Hieraus ergiebt sich ein dritter Werth von P, welchen man erhält, wenn man in dem ersten $\frac{d}{2}$ für d setzt, und welcher gleich:

$$P_2 = 8p \frac{LD^2}{l\,d^2}$$

ist.

Wenn endlich die Bewegung der kleinen Pumpe zu viel Anstrengung erfordert, so ist man genöthigt, den Bolzen in das zweite Loch des Hebels zu bringen. P_2 verändert sich alsdann, weil l $\frac{l}{2}$ wird; und für die Compressionskraft ergiebt sich alsdann ein vierter Werth:

$$P_3 = 16p \frac{LD^2}{l\,d^2}.$$

Die hydraulische Presse bringt also auf jede Preßplatte einen doppelten, vierfachen und achtfachen Druck des ersten hervor.

§. 81. C. Aus der Tafel III. ergiebt sich 5^{kg} für die mittlere und beständige Kraft, welche nach einer verticalen Richtung abwechselnd schiebt und zieht. Wir wollen diesen Werth für p annehmen, obgleich er etwas schwach ist, so erhalten wir:

$$P = 2 \times 5^{kg} \frac{3{,}248\,(0{,}216)^2}{0{,}1624\,(0{,}054)^2} = 320^{kg}$$

für den gesammten Druck, welcher in jedem Preßcylinder während des Spieles der großen Pumpe mit ihrem längsten Hebelarme ausgeübt wird; $P_1 = 2 \times 320^{kg} = 640^{kg}$ für den von derselben Pumpe mit ihrem kleinsten Hebelarme hervorgebrachten Druck; $P_2 = 2 \times 640^{kg} = 1280^{kg}$ für den von der kleinen Pumpe bei dem längsten Hebelarme hervorgebrachten Druck; endlich $P_3 = 2 \times 1280^{kg} = 2560^{kg}$ für den von dem kleinsten Hebelarme dieser Pumpe hervorgebrachten Druck.

Im ersten Falle giebt die Maschine 64 mal den bewegenden Druck, im zweiten 128 mal, im dritten 256 mal, und im vierten 512 mal; jedoch ist wohl zu bemerken, daß diese Multiplicationen der Kraft nur auf Kosten der Zeit erfolgen, denn die von dem Widerstande und dem Beweger durchlaufenen Wege h, c stehen genau im umgekehrten Verhältnisse.

Wenn man den Werth des gesammten Druckes kennt, welcher auf beide Preßcylinder ausgeübt wird, so erhält man den auf jede Einheit der Oberfläche der Platte P ausgeübten Druck, wenn man durch die doppelte Fläche derselben dividirt.

§. 81 D. Wenn q den Druck bezeichnet, welche die zu den Röhren verwendeten Kupferplatten ohne Nachtheil auf eine Kreisfläche von einem Durchmesser gleich der Längeneinheit aushalten kann, und wenn δ den nach derselben Einheit gemessenen Durchmesser des Sicherheitsventiles bezeichnet, so kann der während des Spieles der Pumpen auf dieses Ventil ausgeübte Druck bis auf $q\,\delta^2$ zunehmen, weil sich die Kreise wie die numerischen Quadrat

ihrer Durchmesser verhalten. Folglich wird das Laufgewicht **Y** (Fig. 28. Taf. VI.) aus der Formel:

$$Y = q\delta^2 \frac{l'}{L'}$$

bestimmt, worin L', l' die Entfernungen des Drehungspunktes **X** von dem Aufhängepunkte des Laufgewichtes und der Axe des Ventiles **T** bezeichnen.

Um die gepreßten Sachen nicht zu verderben, ist es oft erforderlich, den auf jede Flächeneinheit der Platten **P** ausgeübten Druck zu begrenzen. Man leitet alsdann leicht aus der bestimmten Grenze den Druck q' ab, welcher sich daraus auf die Kreiseinheit ergiebt, und alsdann giebt die Gleichung

$$Y = q'\delta^2 \frac{l'}{L'}$$

die Formel:

$$L' = \frac{q'}{Y}\delta^2 l',$$

durch welche man den Punkt bestimmt, worin das Laufgewicht aufgehangen werden muß, wenn sich das Sicherheitsventil in dem Momente öffnen soll, wo die Pumpen den gewünschten Druck hervorgebracht haben.

§. 81 E. Aus Versuchen hat sich 307^{kg} für den Druck q ergeben, welchen eine gewalzte Kupferplatte von der Stärke wie sie zu den Röhren verbraucht werden, ohne zu zerspringen, auf einen Kreis von einem Durchmesser gleich $0^m,01$ aushalten kann. Der Hebel L' ist gewöhnlich $3^m,248$, $l' = 0^m,3248$, und $\delta = 0^{mc},34$. Folglich ist das Laufgewicht

$$Y = 307^{kg}(0,34)^2 \frac{0,3248}{3,248} = 3^{kg},5.$$

Wir wollen nun sehen, welche Kraft der Widerstand der Röhren auf die Pumpen auszuüben erlaubt. Ein Druck von 307^{kg} auf einen Kreiscentimeter giebt:

$$307^{kg} \frac{(0,027)^2}{(0,01)^2} = 2238^{kg}$$

auf den Kolben, und hieraus folgt, daß man einen Druck von:

$$\frac{2238^{kg} \times 0,1624}{3,248} = 111^{kg}$$

am Endpunkte des Hebels F anbringen kann, wenn die Axe des Kolbens dem Stützpunkte am nächsten liegt.

Also hindert nichts, den Druck p auf 111^{kg} zu vergrößern, wenn man einen andern Beweger als den Menschen anwendet. Alsdann ist:

$$P_3 = 16 \times 111^{kg} \frac{3{,}248\,(0{,}216)^2}{0{,}1624\,(0{,}054)^2} = 56832^{kg}$$

und man sieht, daß man mittelst der hydraulischen Presse in jedem Cylinder den enormen Druck von 28416^{kg} ausüben kann.

Wir wollen endlich annehmen, daß die Natur der zu pressenden Gegenstände keinen höhern Druck als 100^{kg} auf den Quadratcentimeter in jeder Platte erlaubt, und wollen sehen, wo der Aufhängepunkt des Laufgewichtes sein muß, damit das Sicherheitsventil die Ueberschreitung dieser Grenze verhindert, so ist zuerst der Druck auf den Kreiscentimeter $q' = 100^{kg} \frac{\pi}{4} = 78^{kg},54$ und:

$$L' = \frac{78{,}54}{3{,}5}(0{,}34)^2 \times 0{,}3248 = 0^m{,}842,$$

woraus hervorgeht, daß das Gewicht Y in einer Entfernung gleich $0^m{,}842$ von der Axe X angebracht werden muß.

Tafel I.

Mittlere Resultate der statischen Arbeit des Menschen und des Pferdes, welche zum horizontalen Transport angewandt werden.

Art der Arbeit.	Transportirtes Gewicht.	Geschwindigkeit.	Arbeit in einer Secunde.	Dauer der täglichen Arbeit.	Tägliche Arbeit.
	Kilogr.	Meter.	Kilogr.met.	Stunden.	Kilogr.met.
Ein Mensch, welcher das Gewicht seines Körpers auf einem horizontalen Wege fortbewegt	65	1,5	97,5	10	3510000
Ein in einem zweirädrigen Karren ziehender Arbeiter, welcher leer zurückkommt, um eine neue Ladung zu holen	100	0,5	50	10	1800000
Ein an einem Schiebkarren ziehender Arbeiter, welcher leer zurückkommt, um eine neue Ladung zu holen	60	0,5	30	10	1080000
Ein Reisender, welcher auf dem Rücken trägt	40	0,75	30	7	756000
Ein Arbeiter, welcher auf dem Rücken trägt, um eine neue Tracht zu holen	65	0,5	32,5	6	702000
Ein an einer Tragbahre wirkender Mensch, welcher leer zurückkommt, um eine neue Last zu holen	50	0,33	16,5	10	594000
Ein vor einen Karren gespanntes Pferd, welches im Schritt geht	700	1,1	770	10	27720000
Ein vor einen Wagen gespanntes Pferd, welches im Trabe geht	350	2,2	770	4,5	12474000
Ein vor einen Karren gespanntes Pferd, welches im Schritt geht und leer zurückkömmt, um eine neue Ladung zu holen	700	0,6	420	10	15120000
Ein auf dem Rücken beladenes Pferd, welches Schritt geht	120	1,1	132	10	4752000
Ein auf dem Rücken beladenes Pferd, welches Trab geht	80	2,2	176	7	4435000

Tafel II.

Mittlere Quantitäten Wirkung eines zum Heben von Lasten angewandten Menschen.

Art der Arbeit.	Aufgehobenes Gewicht.	Geschwindigkeit.	Arbeit in einer Secunde.	Tägliche Arbeitszeit.	Tägliche Arbeit.
	Kilogr.	Meter.	Kilogr.met.	Stund.	Kilogr.met.
Ein Mensch, welcher mit dem Gewichte seines Körpers eine Rampe oder eine Treppe ersteigt	65	0,15	9,75	8	280800
Ein an dem Seile einer festen Rolle ziehender Arbeiter, welcher dieses Seil leer herunterläßt	18	0,2	3,6	6	77760
Ein Arbeiter, welcher Lasten mit der Hand aufhebt	20	0,17	3,4	6	73440
Ein Arbeiter, welcher mit einer Last auf dem Rücken eine kleine Rampe oder eine Treppe ersteigt und leer zurückkömmt, um eine neue Last zu holen . .	65	0,04	2,6	6	56160
Ein Arbeiter, welcher einen Schiebekarren auf eine niedrige Rampe schiebt und leer zurückkömmt, um eine neue Last zu holen	60	0,2	1,2	10	43200
Ein Arbeiter, welcher Erde mit der Schaufel auf eine mittlere Höhe von 1^m, 6 wirft . .	2,7	0,4	1,08	10	38880

Tafel III.

Mittlere Quantitäten Wirkung des Menschen und des Pferdes an Maschinen.

Art der Arbeit.	Kraft.	Geschwindigkeit.	Arbeit in einer Secunde.	Tägliche Arbeitszeit.	Tägliche Arbeit.
	Kilogr.	Meter.	Kilogr.met.	Stund.	Kilogr.met.
Ein an einem Spill- oder einem Laufrade wirkender Mensch:					
1) in der Höhe der Axe	60	0,15	9	8	259200
2) am untern Theile des Rades . .	12	0,7	8,4	8	241920
Ein Arbeiter, welcher in horizontaler Richtung schiebt oder zieht	12	0,6	7,2	8	207360
Ein an einer Kurbel wirkender Arbeiter	8	0,75	6	8	172800
Ein geübter Arbeiter, welcher in verticaler Richtung abwechselnd schiebt und zieht	5	1,1	5,5	8	158400
Ein vor einen Wagen gespanntes Pferd, welches Schritt geht	70	0,9	63	10	2168000
Ein an einem Göpel ziehendes Pferd, welches Schritt geht	45	0,9	40,5	8	1166400
Ein an einen Göpel gespanntes Pferd, welches im Trabe geht	30	2	60	4,5	972400.

Tafel IV.*).

Verhältniß der Reibung zum Drucke für die ebenen Flächen im Anfange der Bewegung nach der Berührung von einiger Dauer.

Reibende Körper.	Lage der Fasern.	Zustand der Flächen.	Verhältniß
Backstein auf Rogensteinkalk	„	ohne Schmiere	0,67
Backstein auf Muschelkalk	„	desgl.	0,67
Rogensteinkalk auf Rogensteinkalk	„	desgl.	0,74
Rogensteinkalk auf Muschelkalk	„	desgl.	0,75
Hanf auf Eiche, ungesponnen	parallel	desgl.	0,5
Hanf auf Eiche, ungesponnen	parallel	mit Wasser getränkt	0,87
Hanf auf Eiche, in Seilen	desgl.	ohne Schmiere	0,8
Eiche auf Rogensteinkalk	das Holz stehend	desgl.	0,63
Eiche auf Rogensteinkalk	parallel	desgl.	0,62
Eiche auf Rogensteinkalk	desgl.	mit trockner Seife gerieben	0,44
Eiche auf Eiche	Hirn auf platt	ohne Schmiere	0,54
Eiche auf Eiche	desgl.	mit Wasser benetzt	0,71
Eiche auf Eiche	rechtwinklich stehend	ohne Schmiere	0,43
Eiche auf Muschelkalk	desgl.	desgl.	0,64
Eiche auf Ulme	parallel	desgl.	0,38
Eiche, Ulme, Weißbuche, Schmiedeeisen, Gußeisen und Bronze auf einander zu je zwei	„	Talg	0,1
		Öl	0,15
		Schweinefett	0,15
Lederriemen auf ebenem Eichenholz	parallel	ohne Schmiere	0,74
Lederriemen auf cylindrischem desgl.	auf der Kante	desgl.	0,47
Lederriemen auf gußeisernen Rollen	platt	desgl.	0,28
		mit Wasser benetzt	0,38
Kolbenliederung aus Leder auf Gußeisen	„	desgl.	0,62
		fettig	0,12
Gegerbtes Leder auf Eiche	das Leder platt	ohne Schmiere	0,61
Gegerbtes Leder auf Eiche	das Leder auf der Kante	desgl.	0,43
		mit Wasser benetzt	0,79
Schmiedeeisen auf Rogensteinkalk	„	ohne Schmiere	0,49
Schmiedeeisen auf Eiche	parallel	desgl.	0,62
		mit Wasser benetzt	0,65
Schmiedeeisen auf Gußeisen	„	ohne Schmiere	0,19
Schmiedeeisen auf Muschelkalk	„	desgl.	0,42
Gußeisen auf Eiche	parallel zur Bewegung	mit Wasser benetzt	0,65
Gußeisen auf Gußeisen	„	etwas fettig	0,16
Esche auf Eiche	parallel	ohne Schmiere	0,53
Buche auf Eiche	parallel zur Bewegung	desgl.	0,62
Messing auf Eiche	„	desgl.	0,75
Messing auf Eiche	„	desgl.	0,7
Muschelkalk auf Rogensteinkalk	parallel	desgl.	0,69
Muschelkalk auf Muschelkalk	desgl.	mit trockner Seife gerieben	0,41
Ulme auf Eiche	rechtwinklich	ohne Schmiere	0,57
Tanne auf Eiche	parallel	desgl.	0,53
Sperberbaum auf Eiche	parallel	desgl.	0,53

*) Diese Tafel ist aus der von Morin angegebenen ausgezogen.

Tafel V.*).

Verhältniß der Reibung zum Drucke für die ebenen Flächen und die Zapfen während der Bewegung.

Reibende Körper.		Lage der Fasern.	Zustand der Flächen.	Verhältniß.
Backstein auf	Rogensteinkalk . . .	„	ohne Schmiere	0,65
	Muschelkalk	„	desgl.	0,6
Bronze auf	Bronze	„	desgl.	0,2
	Schmiedeeisen	„	etwas fettig	0,16
	Gußeisen	„	ohne Schmiere	0,22
Rogensteinkalk auf	Rogensteinkalk	„	desgl.	0,64
	Muschelkalk	„	desgl.	0,65
Hanf auf Eiche		parallel	desgl.	0,52
		rechtwinklich	mit Wasser benetzt	0,33
Eiche auf	Rogensteinkalk	das Holz stehend . . .	ohne Schmiere	0,38
		parallel	desgl.	0,48
	Eiche	desgl.	mit trockner Seife gerieben	0,16
		Hirn auf platt	ohne Schmiere	0,34
		desgl.	mit Wasser benetzt	0,25
		rechtwinklig stehend . .	ohne Schmiere	0,19
	Gußeisen	parallel zur Bewegung	desgl.	0,38
	Muschelkalk	das Holz stehend . . .	desgl.	0,38
Eiche, Weißbuche, Ulme, wilder Birnbaum, Stahl, Bronze, Schmiedeeisen, Gußeisen	je zwei und zwei auf einander	„	die Schmiere immer erneuert	0,05
			von Zeit zu Zeit geschmiert	0,075
			etwas fettig	0,15
Lederriemen auf Eiche		parallel zur Bewegung	ohne Schmiere	0,27
			desgl.	0,325
Gegerbtes Leder auf	Eiche	„	mit Wasser benetzt	0,29
	Gußeisen oder Bronze	„	ohne Schmiere	0,56
			mit Wasser benetzt	0,36
			fettig	0,23
			geölt	0,15
	Gußeisen oder Bronze	„	etwas fettig	0,18
	Rogensteinkalk	parallel zur Bewegung	ohne Schmiere	0,69
		desgl.	desgl.	0,62
Schmiedeeisen auf	Eiche	desgl.	mit Wasser benetzt	0,26
		desgl.	mit trockner Seife gerieben	0,21
		desgl.	ohne Schmiere	0,24
	Muschelkalk	desgl.	mit Wasser benetzt	0,3
	Ulme	desgl.	ohne Schmiere	0,25
Gußeisen auf	Gußeisen oder Bronze	„	etwas fettig	0,15
	Eiche	parallel zur Bewegung	ohne Schmiere	0,49
			mit Wasser benetzt	0,22
			mit trockner Seife gerieben	0,19
	Ulme	desgl.	ohne Schmiere	0,2
Eschen Buchen	auf Eiche	desgl.	desgl.	0,38
Messing auf Eiche		desgl.	desgl.	0,62
Muschelkalk	Rogensteinkalk . . .	„	desgl.	0,67
	Muschelkalk	„	desgl.	0,38
Ulme auf	Eiche	parallel	desgl.	0,45
		desgl.	mit Wasser benetzt	0,25
		rechtwinklich	ohne Schmiere	0,43
	Gußeisen	parallel zur Bewegung	desgl.	0,38
Wilder Birnbaum auf	Eiche	desgl.	desgl.	0,38
	Gußeisen	desgl.	desgl.	0,44
Tanne Sperberbaum	auf Eiche	desgl.	desgl.	0,38

*) Diese Tafel ist aus der von Morin angegebenen ausgezogen.

Tafel VI. *).

Verhältniß der Reibung zum Drucke bei Zapfen, welche sich in ihren Lagern bewegen.

Reibende Körper.			Zustand der Flächen.	Verhältniß wenn die Schmiere gewöhnlich erneuert wird.	Verhältniß wenn die Schmiere immer erneuert wird.
Bronze auf	Bronze		mit Öl geschmiert	0,1	„
			mit Schweinefett	0,09	„
	Gußeisen		mit Öl, Talg geschmiert	„	0,048
Schmiedeeisen auf	Bronze		mit Baumöl, Schweinefett, Talg geschmiert	0,075	0,054
			mit fester Wagenschmiere geschmiert	0,09	„
			fettig und mit Wasser benetzt . . .	0,19	„
			sehr wenig fettig	0,25	„
	Gußeisen		mit Baumöl, Talg, Schweinefett, weicher Wagenschmiere geschmiert .	0,075	0,054
	Gayac		mit Öl, Schweinefett geschmiert .	0,11	„
			fettig	0,19	„
Gußeisen auf	Bronze		mit Baumöl, Schweinefett, Talg, weicher Wagenschmiere geschmiert .	0,075	0,054
			fettig	0,16	„
			fettig und mit Wasser benetzt . .	0,16	„
			sehr wenig fettig	0,19	„
	Gußeisen		mit Baumöl, Schweinefett, Talg, weicher Wagenschmiere geschmiert .	0,075	0,054
			mit derselben Schmiere geschmiert und mit Wasser benetzt	0,08	„
			mit Asphalt geschmiert	0,054	„
			fettig	0,14	„
			fettig und mit Wasser benetzt . . .	0,14	„
			ohne Schmiere	0,18	„
	Gayac		mit Öl, Schweinefett geschmiert .	„	0,09
			fettig von Öl, Schweinefett	0,1	„
			fettig von einer Mischung aus Schweinefett und Graphit	0,14	„
Gayac auf	Gußeisen		mit Schweinefett geschmiert	0,12	„
			fettig	0,15	„
	Gayac . . .		mit Schweinefett geschmiert	„	0,07

*) Diese Tafel ist aus der von Morin angegebenen ausgezogen.

Tafel VII.

Steifigkeit der weißen Seile, wenn der Durchmesser $2r$ des Cylinders, auf welchen sich die Axe des Seiles aufrollt, 1^m beträgt.

Beschaffenheit des Seiles.	Durchmesser des Seiles.	Gewicht eines Meters.	Constante Steifigkeit oder $\frac{d^\mu a}{2r}$.	Steifigkeit für ein Kilogramm Belastung oder $\frac{d^\mu b}{2r}$.
Seil von 30 Litzen	$0^m,02$	$0^{kg},2834$	$0^{kg},22246$	$0^{kg},0097382$
Seil von 15 Litzen	0,0144	0,1448	0,063514	0,0055182
Seil von 6 Litzen	0,0088	0,0522	0,0106038	0,0023804

Tafel VIII.

Steifigkeit der getheerten Seile, wenn der Durchmesser $2r$ des Cylinders, auf welchen sich die Axe des Seiles aufrollt, 1^m beträgt.

Beschaffenheit des Seiles.	Durchmesser des Seiles.	Gewicht eines Meters.	Constante Steifigkeit oder $\frac{n a'}{2r}$.	Steifigkeit für ein Kilogramm Belastung oder $\frac{n b'}{2r}$.
Seil von 30 Litzen	$0^m,0236$	$0^{kg},3326$	$0^{kg},3496$	$0^{kg},0125514$
Seil von 15 Litzen	0,0168	0,1632	0,105928	0,0060592
Seil von 6 Litzen	0,0096	0,0693	0,21208	0,0025968

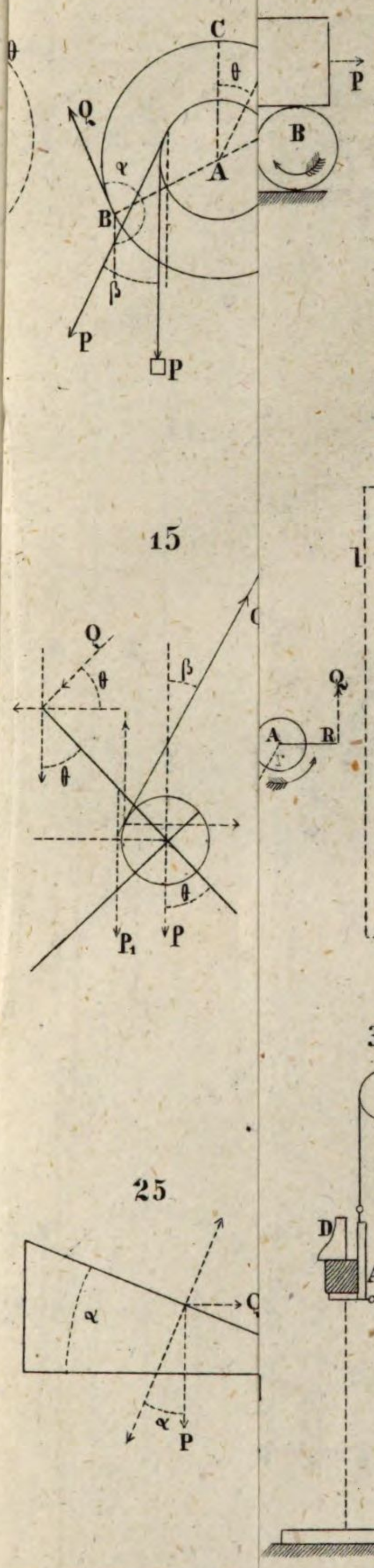
Tafel IX. *).

Coefficienten von zwei rechtwinkligen Kräften P, Q in dem Ausdrucke ihrer Resultante $\sqrt{(P^2+Q^2)} = \alpha P + \beta Q$.

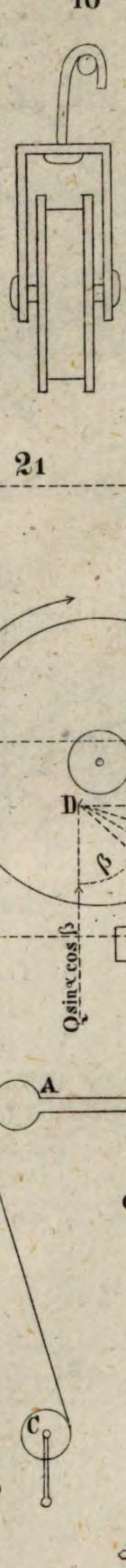
Beziehung der Kräfte.	Werth von α	Werth von β	Maximum des Fehlers.
$P \gtrless Q$	0,8284	0,8284	$1/6$
$P > Q$	0,96046	0,39783	$1/25$
$P > 2Q$	0,98592	0,2327	$1/71$
$P > 3Q$	0,9935	0,16123	$1/154$
$P > 4Q$	0,99625	0,1226	$1/266$
$P > 5Q$	0,99757	0,09878	$1/417$
$P > 6Q$	0,99826	0,08261	$1/589$
$P > 7Q$	0,99875	0,07098	$1/800$
$P > 8Q$	0,99905	0,0622	$1/1048$
$P > 9Q$	0,9993	0,05535	$1/1428$
$P > 10Q$	0,99935	0,04984	$1/1538$

*) Diese Tafel ist von Gosselin nach einem Lehrsatze von Poncelet berechnet.

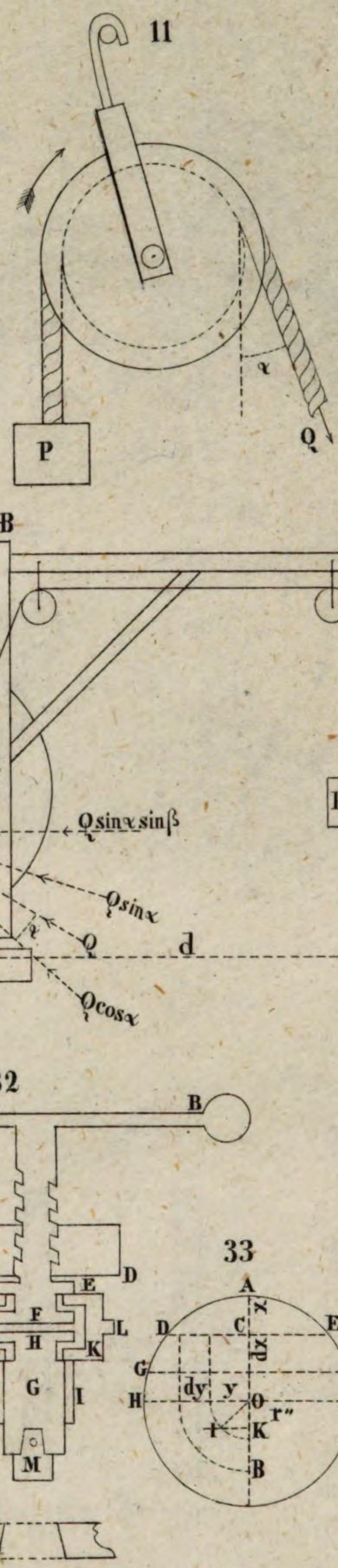
4



10



11

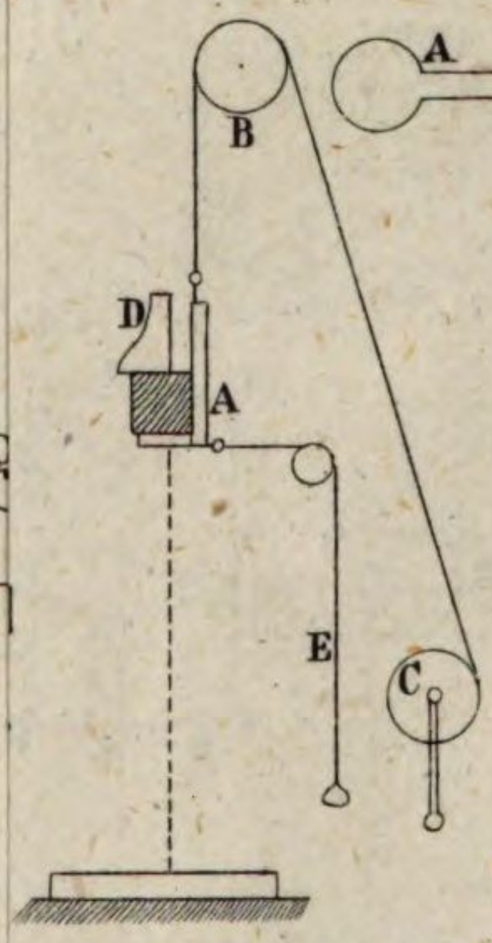


15

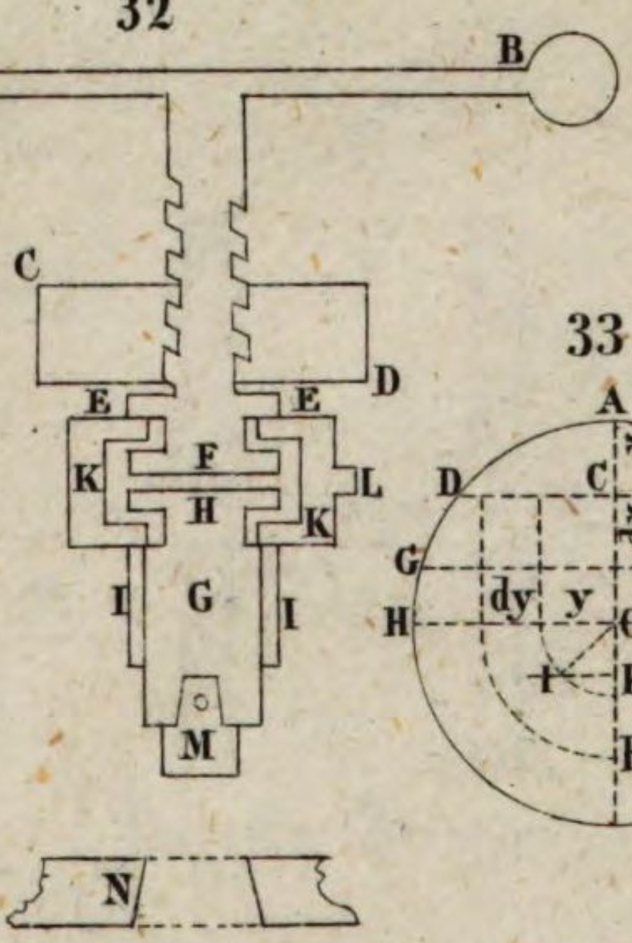
21

25

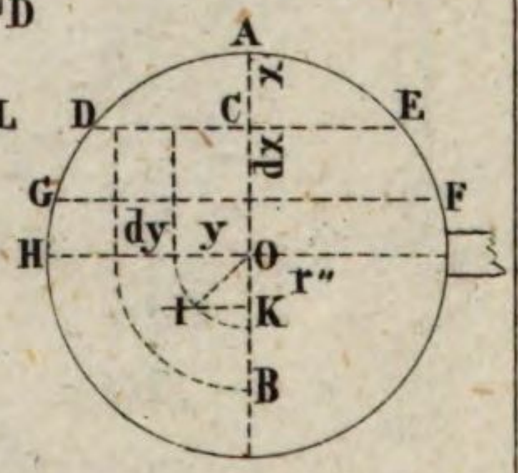
31



32

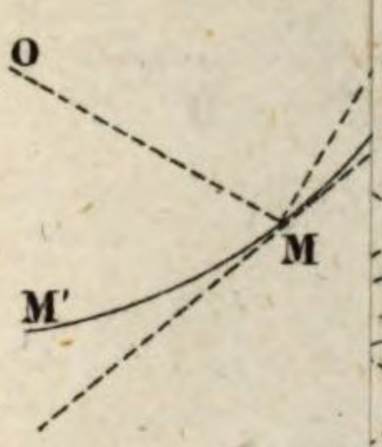


33

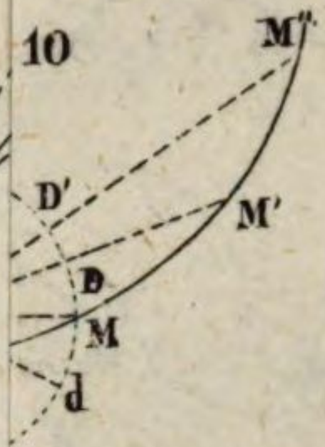


Taf. II.

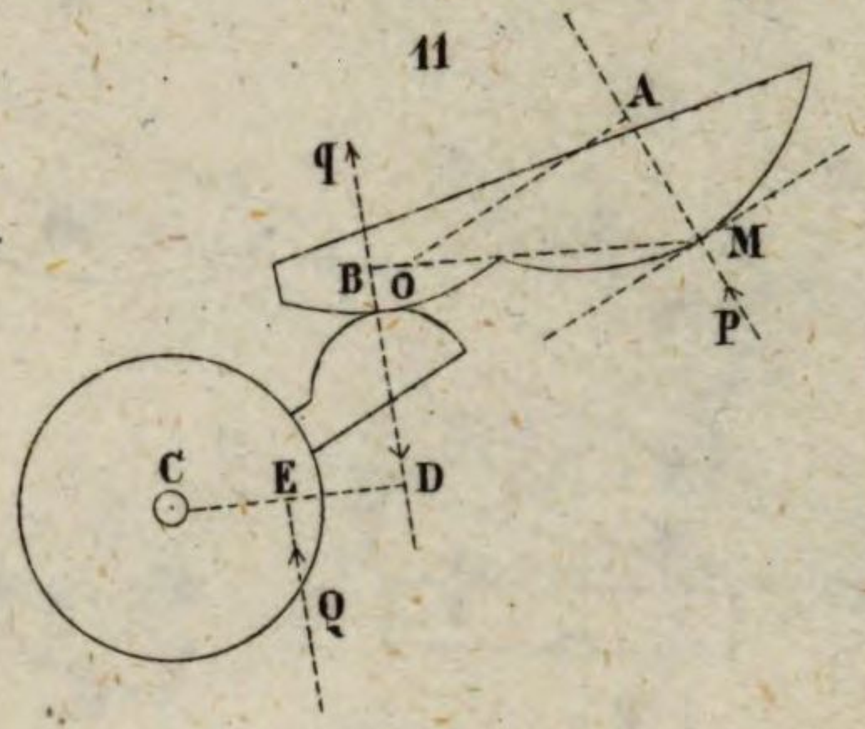
4.



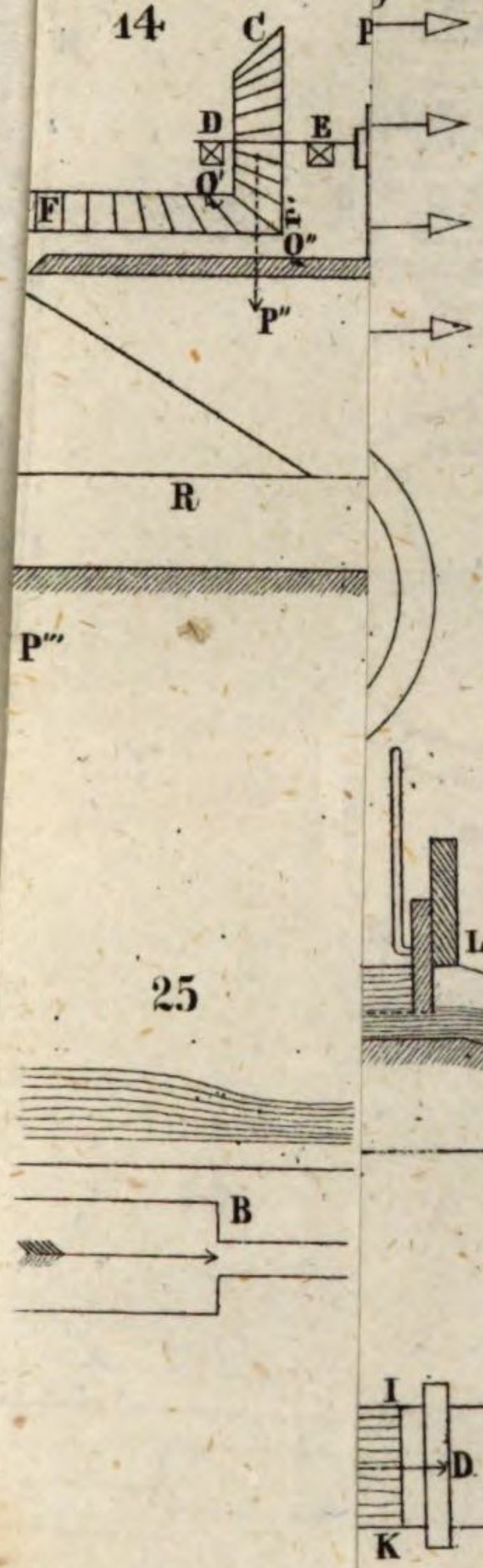
10



11

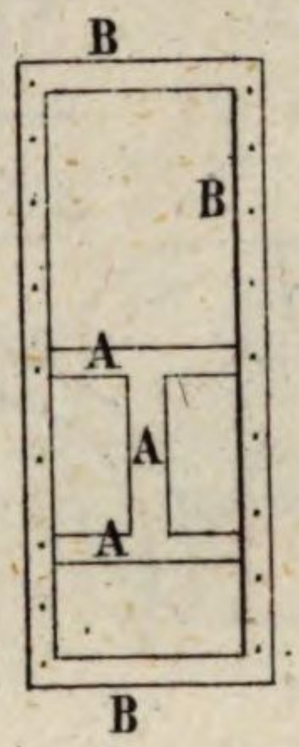


14

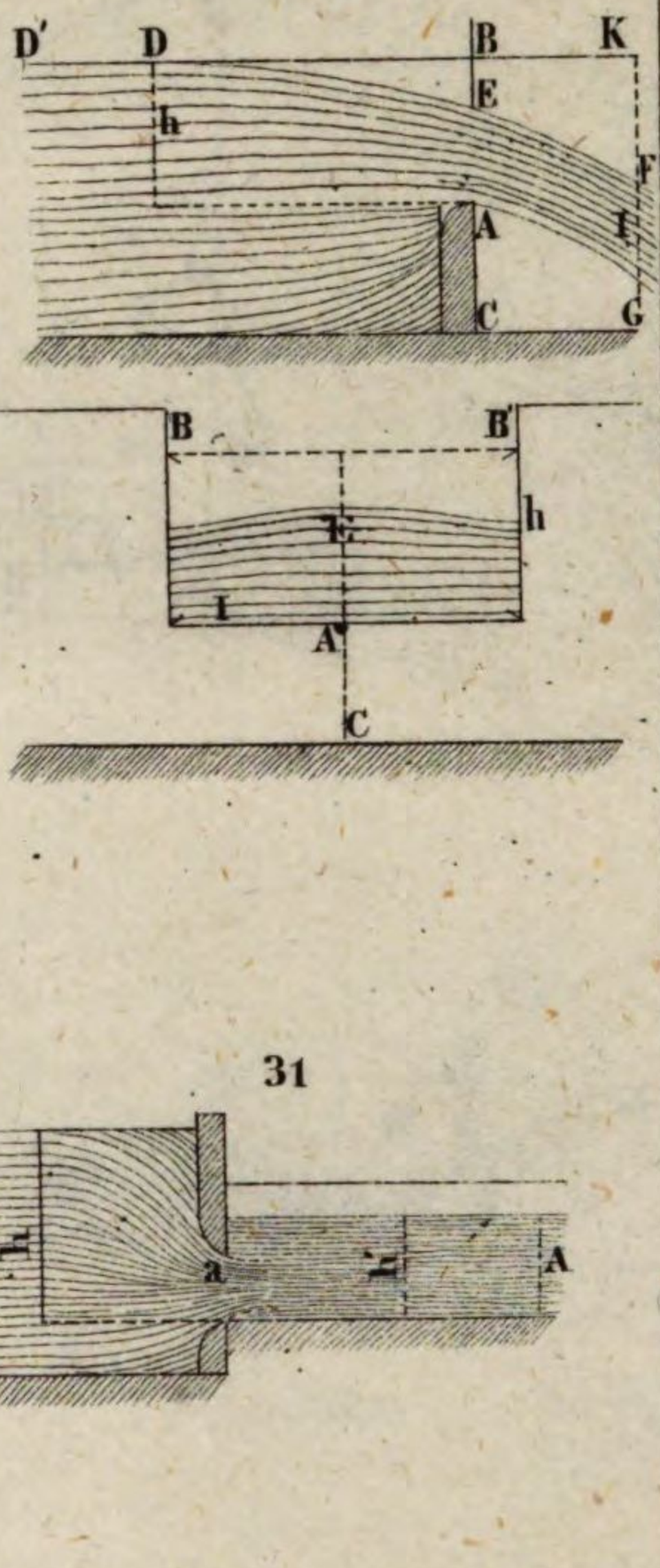


9

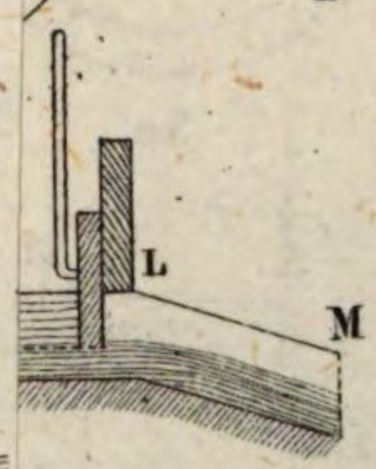
20



21

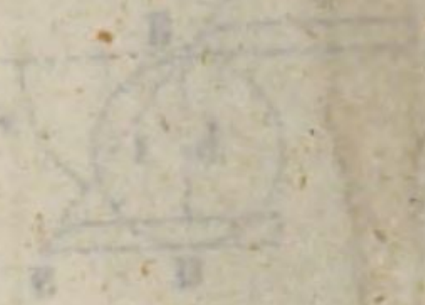


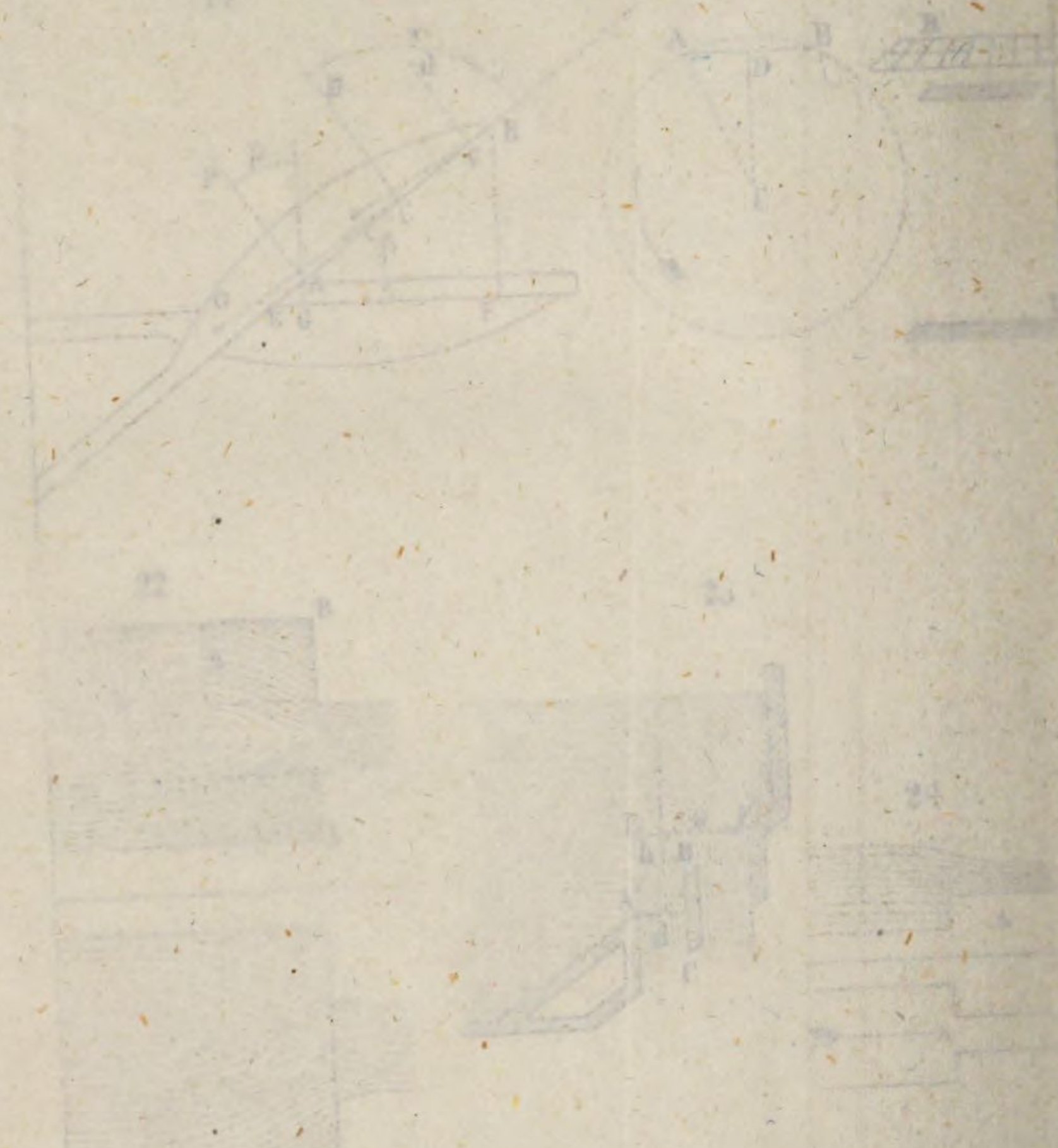
25



31

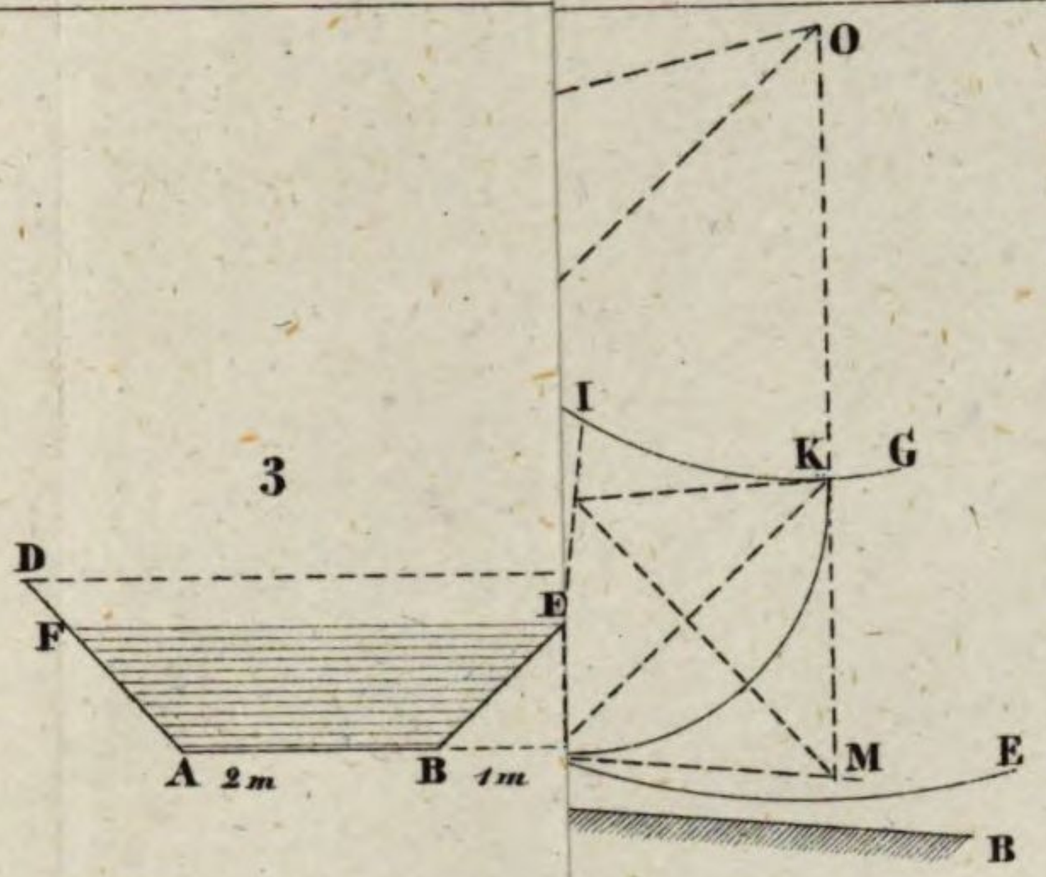
Der gebräuchlichsten Maschinen.

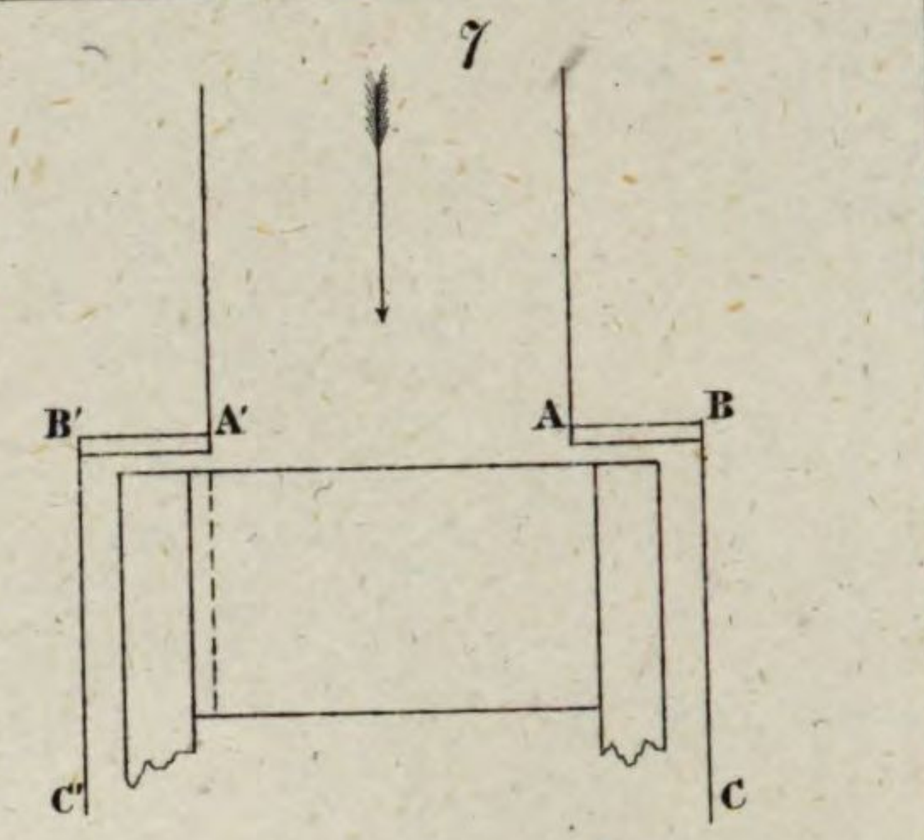




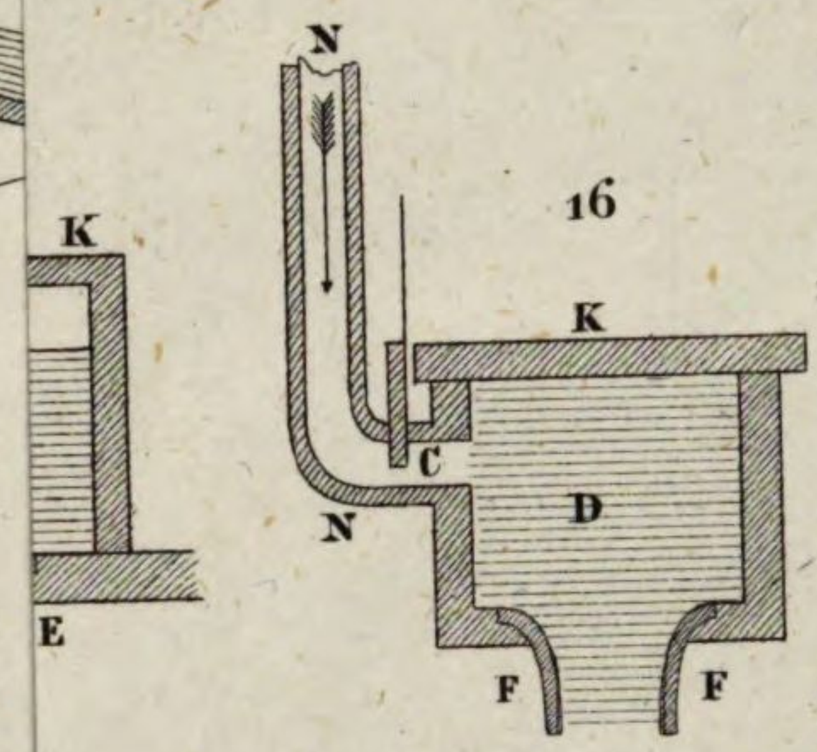
nen

3

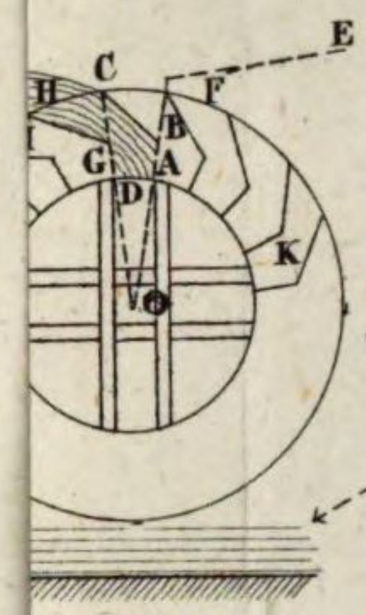




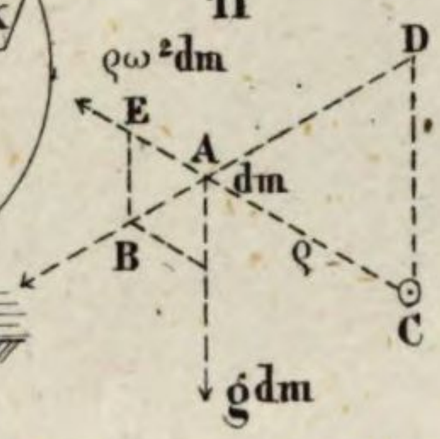
16



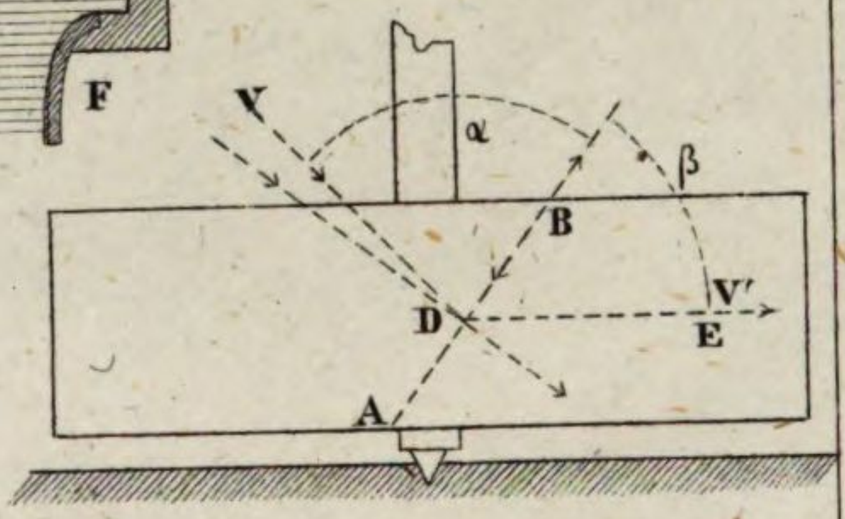
10



11

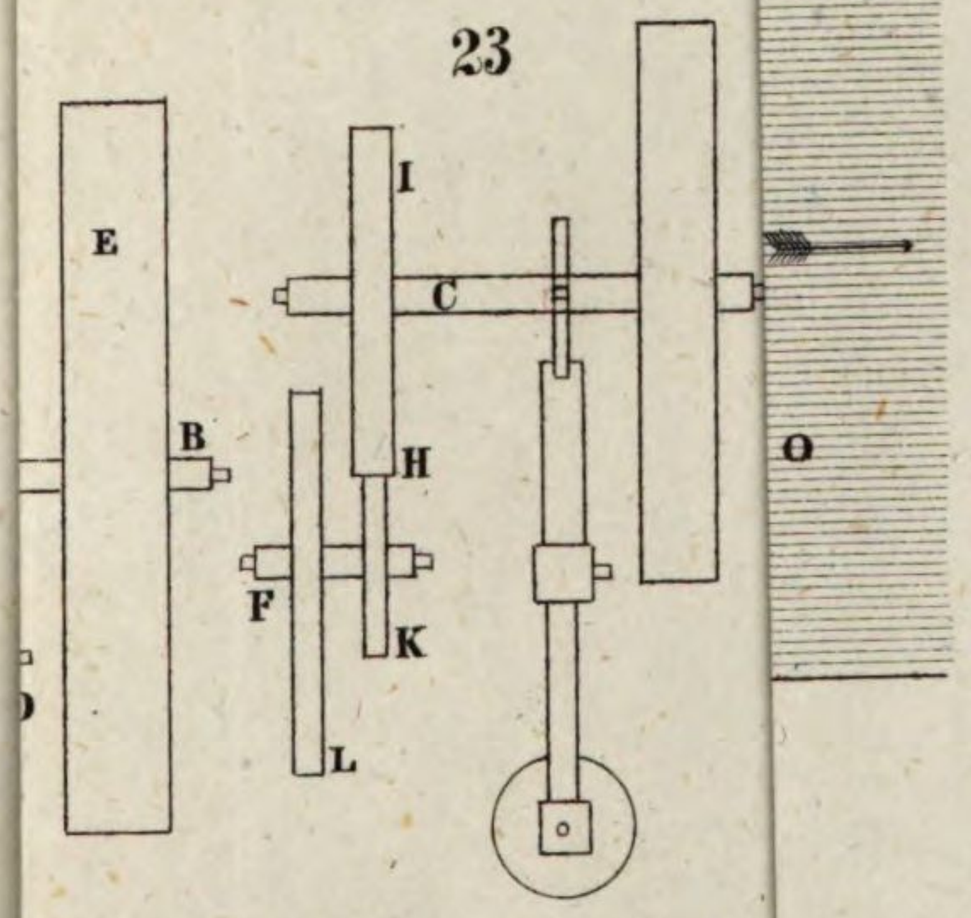


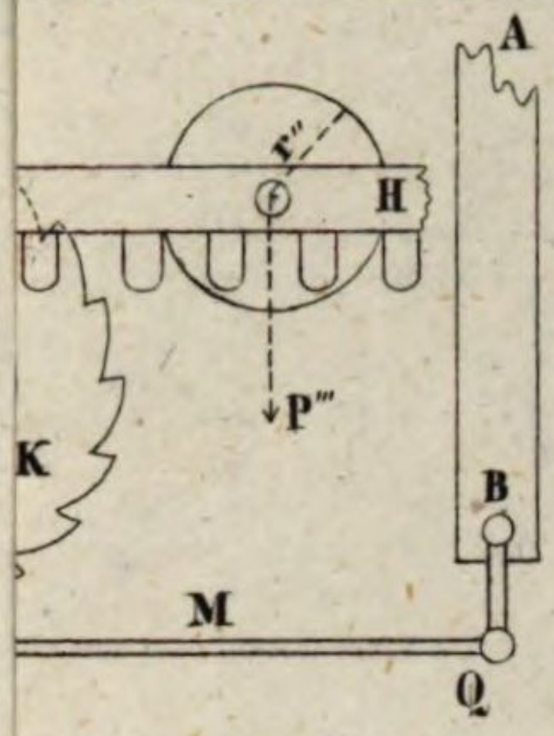
17

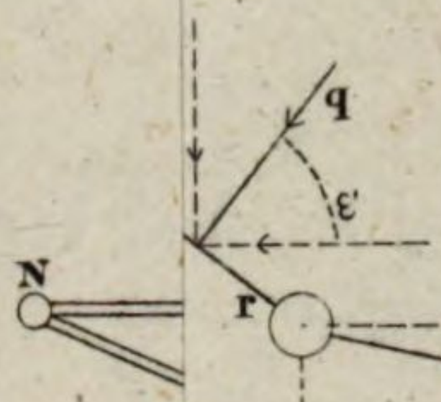


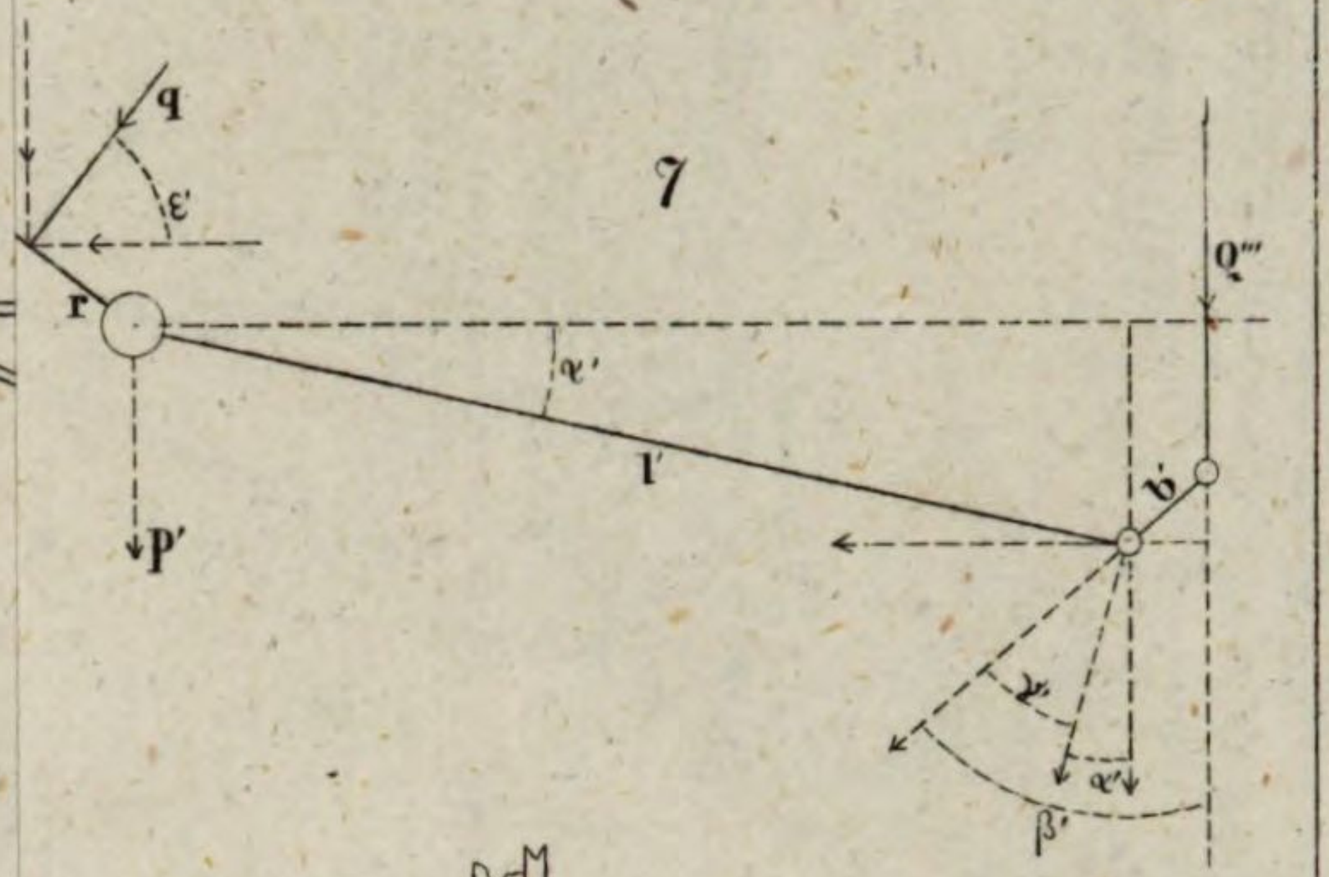
25 26 27 28 29 30 31

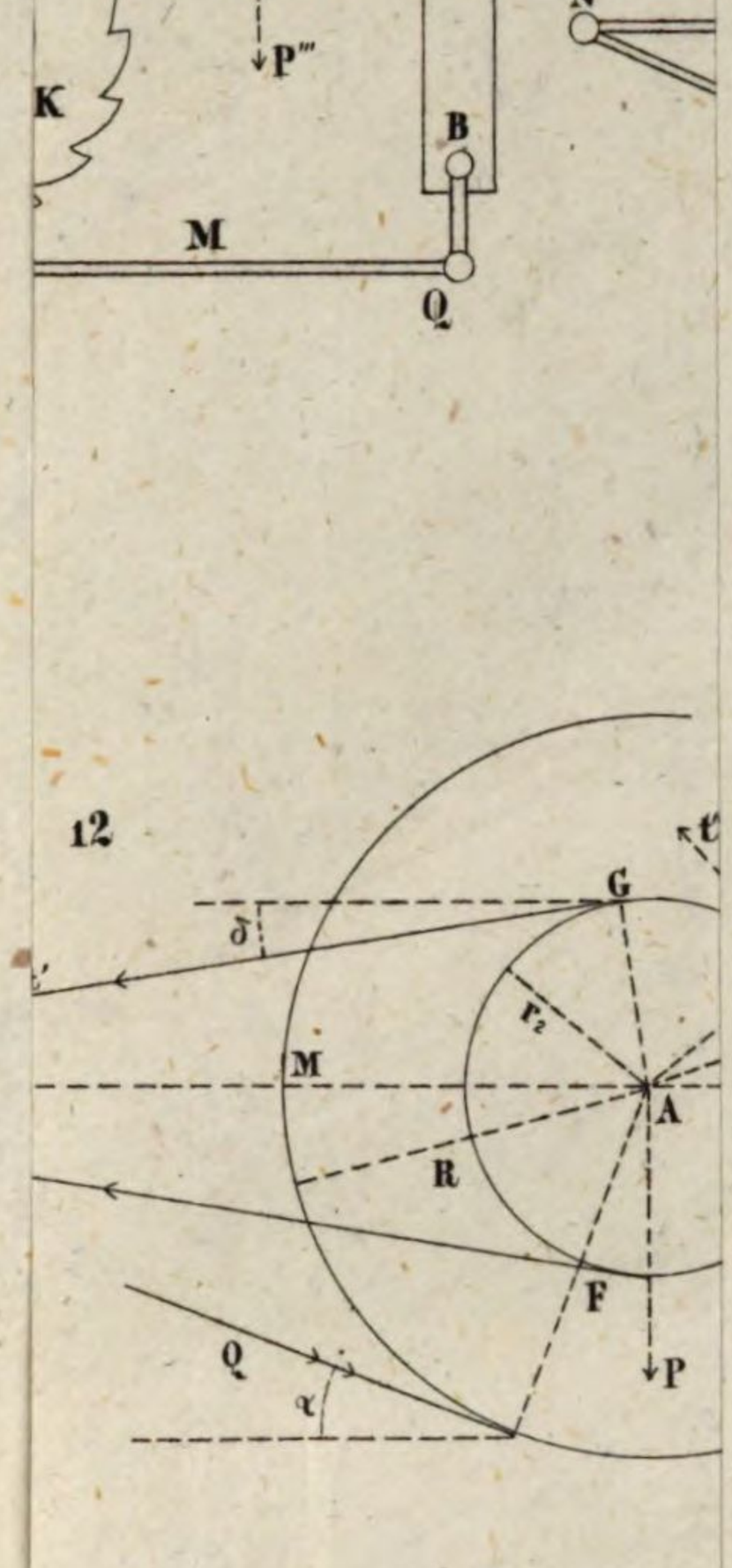
23

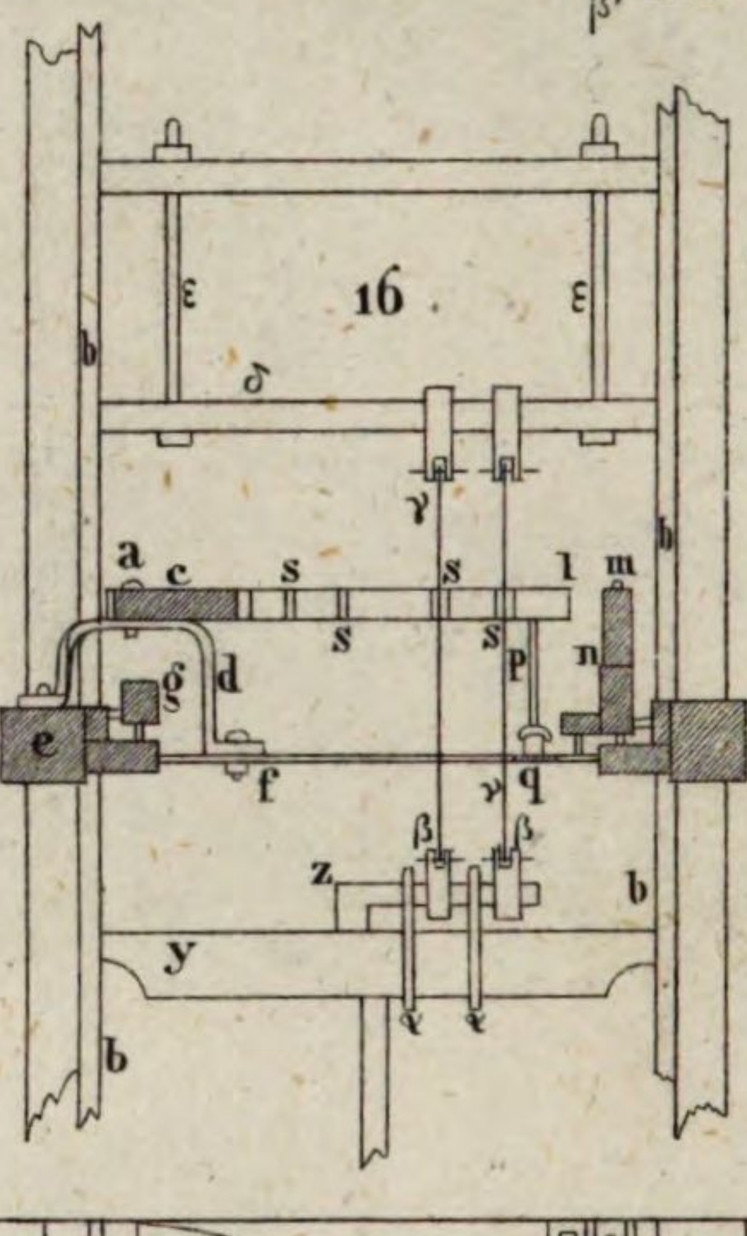



A
H
P'''
K
B
M
Q


N

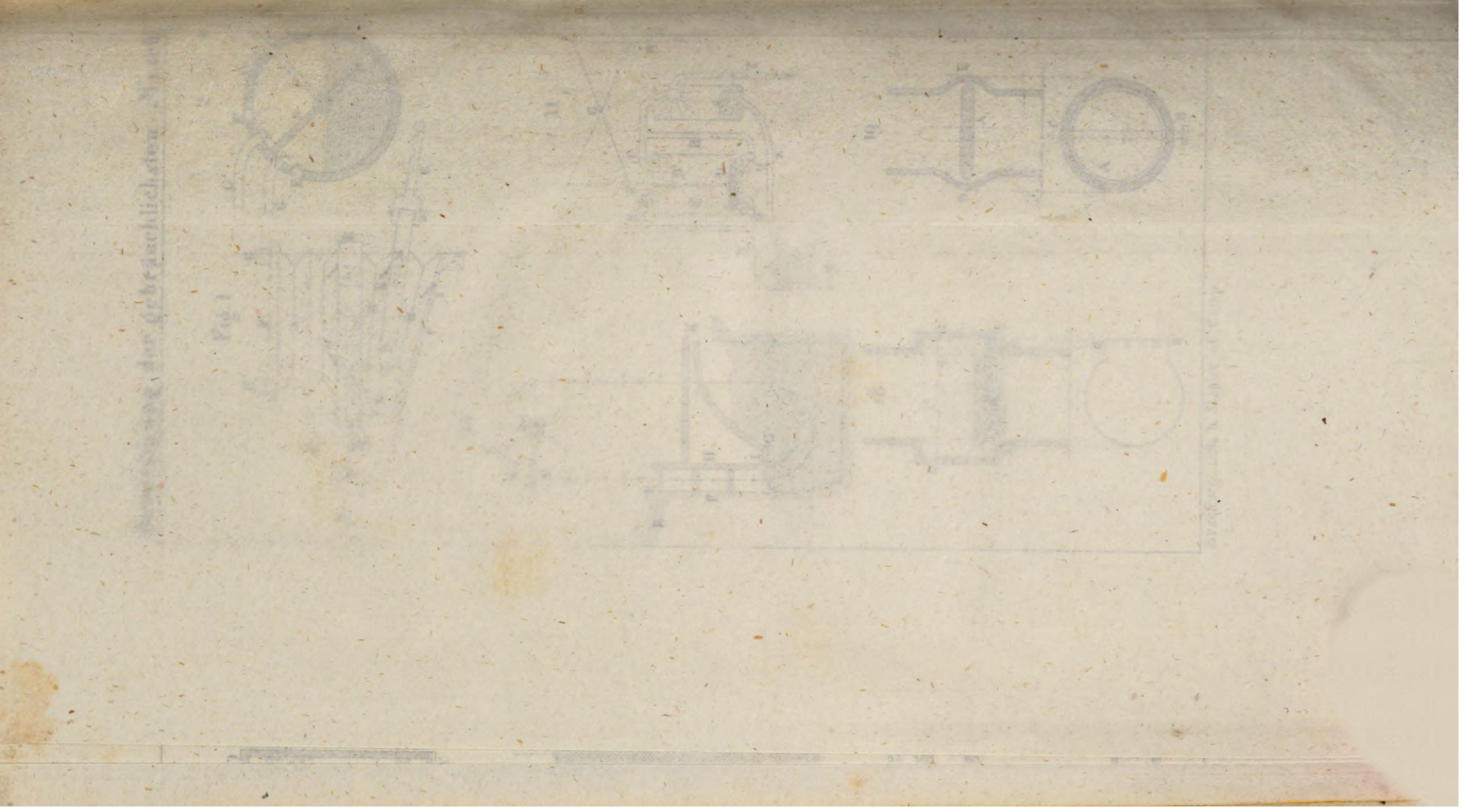

7
q
ε'
r
α'
l'
P'
Q'''
b'
γ'
α''
β'


12
G
δ
r₂
M
A
R
F
Q
α
P

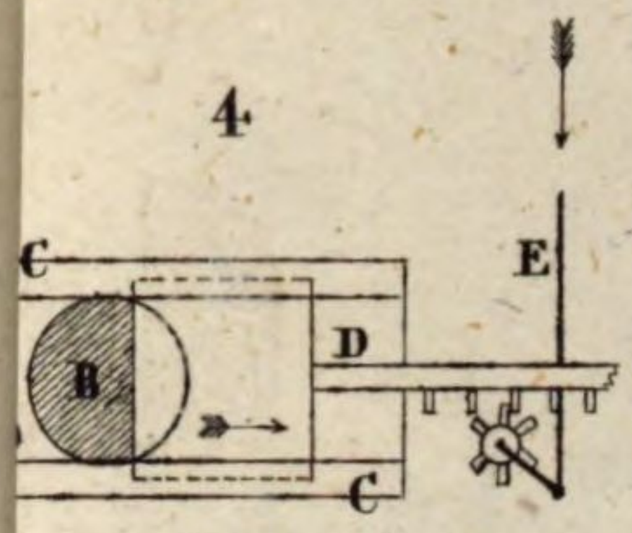

16
ε
ε
b
δ
γ
a
c
s
s
l
m
b
s
s
s
P
n
g
d
e
e
f
γ
q
β
β
z
b
y
b

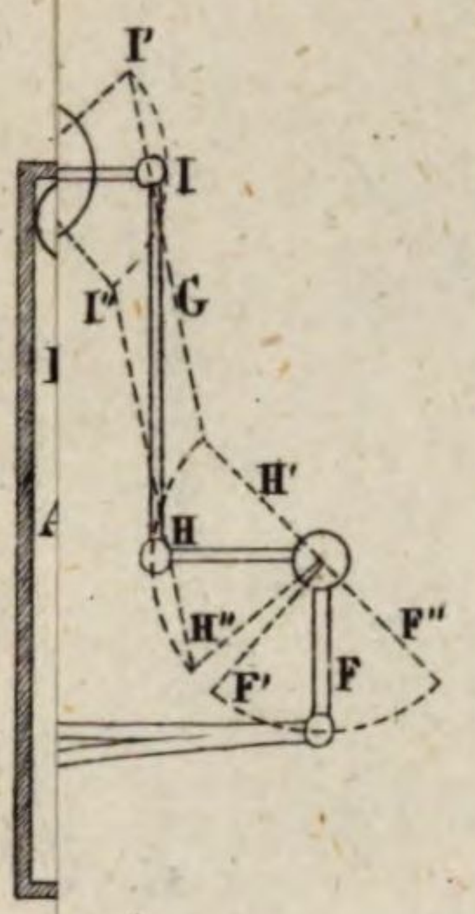
20
D
A
B
A
C

24
16
g
e
g
q
e
t
h
c
P
s
s
s
s
l
d
b
a
i
r
b
x
t
s
v
s
r
h
s
P
X
e
s
k
p
e
m
n

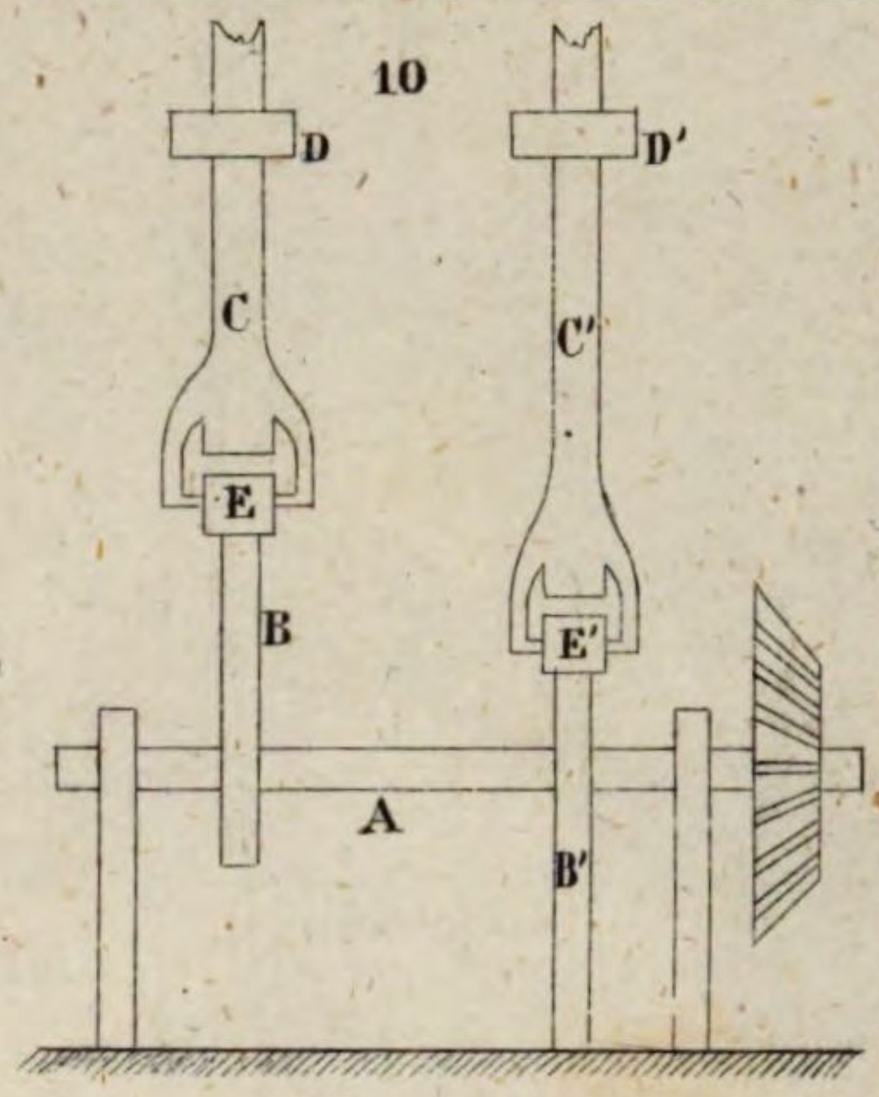


4.

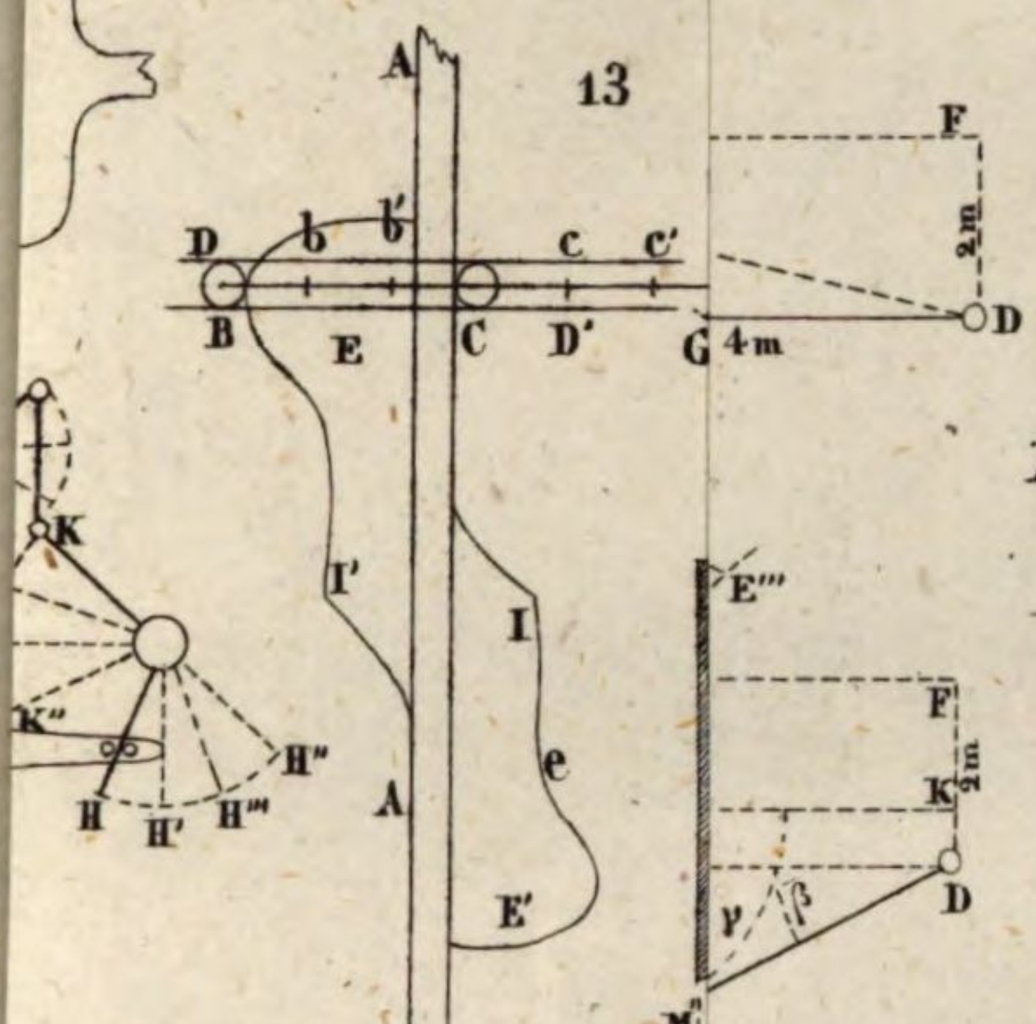




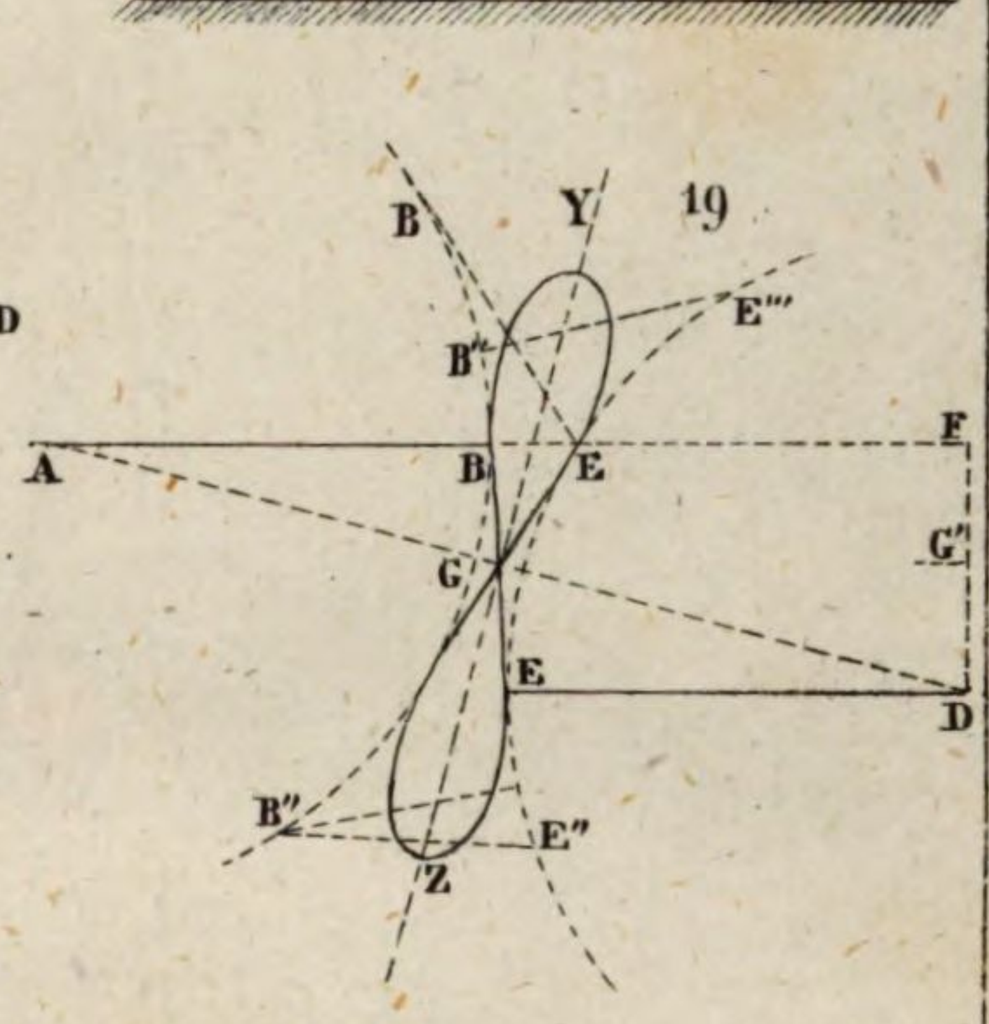
10



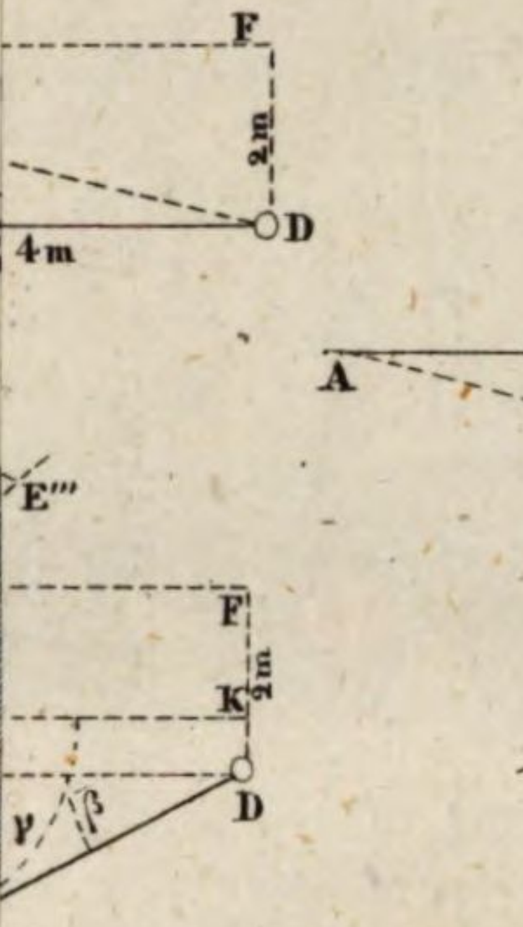
13



19



22



28

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Migout, J. C. / Bergery, Claude-Lucien, / Schnuse, Christian Heinrich,

Theoretisch-praktische Anleitung zur Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen für Berg- und Hüttenleute, Architekten,

Braunschweig 1845

BHS III 39
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708294-7